EMIL I. TOADER
VIRGIL SPULBER

555 TESTE DE OPTICĂ



EDITURA DIDACTICĂ
ŞI PEDAGOGICĂ
BUCUREŞTI

Referenți : Prof. univ. dr. ing. ION M. POPESCU
Prof. univ. dr. TRAIAN I. CREȚU
Conf. dr. FLOREA ULIU

I S B N 973-30-0464-2

Redactor : prof. ILEANA BÎRSAN
Tehnoredactor : ANA ȚIMPĂU
Coperta : DUMITRU ȘMALENIC

Prefață

Am scris această carte din dorința de a oferi tinerilor (elevi de liceu, candidați la diferite concursuri) posibilitatea de a-și perfecționa cunoștințele de optică prin studiu individual.

Lucrarea conține, potrivit programei de liceu, capitolele importante ale opticii: natura luminii, radiometria și fotometria, interferența, difracția și polarizarea, suprafețele plane și suprafețele sferice, sistemele și instrumentele optice, relativitatea specială și optica cuantică, absorbția și emisia luminii.

Lucrarea are un pronunțat caracter aplicativ. Gradul de dificultate al aplicațiilor crește progresiv: se pornește de la interpretarea unor fenomene optice și deducerea anumitor formule de calcul și se ajunge la aplicații pentru a căror abordare se cere stăpînirea deplină a teoriei.

Ne-ar face plăcere dacă am primi din partea celor interesați sugestii utile, în vederea îmbunătățirii conținutului acestei cărți.

AUTORII

Capitolul 1

NATURA LUMINII

Teorie

Radiația optică este acea parte a radiației electromagnetice al cărei domeniu de frecvențe este cuprins între aproximativ $15 \cdot 10^{14}$ Hz și aproximativ $0,3 \cdot 10^{14}$ Hz. Ea include radiația ultravioletă (între aproximativ $15 \cdot 10^{14}$ Hz și aproximativ $8 \cdot 10^{14}$ Hz), radiația luminoasă (între aproximativ $8 \cdot 10^{14}$ Hz și aproximativ $4 \cdot 10^{14}$ Hz) și radiația infraroșie (între aproximativ $4 \cdot 10^{14}$ Hz și aproximativ $0,3 \cdot 10^{14}$ Hz).

Radiația luminoasă (sau *lumina*) este acea parte a radiației optice care produce senzația de văz. Radiația luminoasă nu poate deci substitui radiația optică.

Dualismul undă electromagnetică-cuantă de radiație optică (sau dualismul undă-corpuscul) reprezintă caracterul intrinsec fundamental al radiației optice. *Principiul complementarității* al lui Bohr arată că în anumite situații (ca de exemplu interacțiunile radiație optică-radiație optică) se manifestă mai pregnant caracterul ondulatoriu al radiației optice, în timp ce în alte situații (ca, de exemplu, interacțiunile radiație optică-substanță) predomină caracterul corpuscular (fotonic) al radiației optice.

Fenomenele care apar ca rezultat al interacțiunilor radiație optică-radiație optică (de exemplu difracția, interferența sau polarizarea) se studiază în cadrul *opticii electromagnetice*, în timp ce fenomenele care apar ca rezultat al interacțiunilor radiație optică-substanță se studiază în cadrul *opticii cuantice* (de exemplu, efectul fotoelectric sau efectul Compton). *Optica geometrică* se bazează pe conceptul de rază de lumină și pe cîteva principii fundamentale.

Mărimea care evidențiază caracterul dual al radiației optice este frecvența radiației optice, ν. Caracterul electromagnetic, ondulatoriu, al radiației optice este descris de lungimea de undă, λ. Din punct de vedere corpuscular, radiația optică este caracterizată de energia cuantei de radiație, ε. Între frecvența ν și lun-

gimea de undă λ există relația

$$\lambda = \frac{v}{\nu}, \tag{1.1}$$

unde v este viteza de propagare (viteza de fază) a radiației electromagnetice în mediul în care se calculează lungimea de undă. În vid (și aproximativ în aer), viteza de propagare a undelor electromagnetice este $c \cong 3 \cdot 10^8$ m/s. În orice mediu, viteza v a radiației optice este mai mică decît c.

Pentru un mediu optic transparent, omogen și izotrop teoria electromagnetică stabilește pentru viteza v, de propagare a undelor electromagnetice, expresia

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}, \tag{1.2}$$

unde $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \cong 3 \cdot 10^8$ m/s,

ε_0 — permitivitatea electrică a vidului;
ε — permitivitatea electrică a mediului optic;
ε_r — permitivitatea electrică relativă a mediului optic;
μ_0 — permeabilitatea magnetică a vidului;
μ — permeabilitatea magnetică a mediului optic;
μ_r — permeabilitatea magnetică relativă a mediului optic.

Legătura dintre lungimea de undă λ_0 a radiației optice în vid și lungimea de undă λ a aceleiași radiații optice într-un mediu oarecare este dată de relația

$$\lambda_0 = \lambda\frac{c}{v}. \tag{1.3}$$

Prin definiție, raportul dintre viteza de propagare a radiației optice în vid și viteza de propagare a radiației optice într-un mediu optic oarecare transparent, omogen și izotrop se numește *indice de refracție absolut*, n, și este dat de expresiile

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} = \frac{\lambda_0}{\lambda}. \tag{1.4}$$

Raportul dintre indicele de refracție absolut n_2 al unui mediu optic (2) și indicele de refracție absolut n_1 al unui mediu optic (1) se numește *indice de refracție relativ*, n_{21}, al mediului optic (2) față de mediul optic (1) și este dat de relația

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}. \tag{1.5}$$

Produsul dintre indicele de refracție absolut n al unui mediu optic și drumul geometric d străbătut de radiația optică în mediul respectiv se numește *drum optic*, $[d]$, și este dat de expresiile

$$[d] = nd = \frac{c}{v} \cdot d = \frac{\lambda_0}{\lambda} \cdot d \text{ sau } \frac{[d]}{c} = \frac{d}{v} = t. \tag{1.6}$$

Legătura dintre energia ε a cuantei de radiație optică și frecvența ν a radiației optice este dată de relația

$$\varepsilon = h\nu, \tag{1.7}$$

unde h este constanta lui Planck ($h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J·s).

Domeniul lungimilor de undă ale radiației luminoase în vid este cuprins între aproximativ 380 nm și aproximativ 760 nm iar domeniul energetic al cuantei de radiație (fotonului) este cuprins între aproximativ $5{,}2 \cdot 10^{-19}$ J și aproximativ $2{,}6 \cdot 10^{-19}$ J și nu depinde de mediul în care se propagă radiația.

În vid intensitatea E a cîmpului electric al undei electromagnetice și intensitatea H a cîmpului magnetic al undei electromagnetice sînt corelate prin relația

$$H = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E, \tag{1.8,a}$$

sau inducția cîmpului magnetic:

$$B = \mu_0 H = \frac{E}{c}. \tag{1.8,b}$$

Expresia $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cong 377\Omega$ (1.9) poartă denumirea de *impedanța vidului.*

În vid, unde sînt prezente cîmpurile E și H ale undei electromagnetice *densitatea totală de energie, w* , este dată de relația

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0} = \varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}. \tag{1.10}$$

Pentru o asemenea undă se definește *intensitatea radiației*, S, ca reprezentînd energia radiantă, transportată normal prin unitatea de suprafață, în unitatea de timp, dată de relația

$$S = \frac{1}{\mu_0} E \cdot B. \qquad (1.11)$$

În cazul undelor electromagnetice sinusoidale, de tipul celor care se studiază în optică, puterea medie, S_m, transmisă printr-o suprafață unitate perpendiculară pe direcția de propagare a radiației este dată de relația

$$S_m = \frac{1}{2\mu_0} E_0 \cdot B_0, \qquad (1.12)$$

unde E_0 și B_0 reprezintă amplitudinile intensității cîmpului electric și, respectiv, inducției magnetice ale undei electromagnetice.

Ca particulă (cuantă de radiație) care caracterizează proprietățile corpusculare ale radiației optice, fotonul prezintă următoarele caracteristici:

1) viteza de propagare, $c \cong 3 \cdot 10^8$ m/s (indiferent de mediul optic);

2) masa de repaus, $m_{0f} = 0$;

3) masa de mișcare, $m_f \neq 0$;

4) energia, $\varepsilon = h\nu = m_f c^2$;

5) impulsul, $p_f = m_f c = h/\lambda_0$.

Adaptate particulelor microscopice cu masa de repaus $m_0 \neq 0$ și cu masa de mișcare m, corelate prin relația relativistă

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad (1.13)$$

caracteristicile fotonului permit definirea lungimii de undă de Broglie, λ_B, cu ajutorul relațiilor

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 - v^2/c^2}. \qquad (1.14)$$

Principiul incertitudinii al lui Heisenberg, adevărat atît pentru fotoni cît și pentru particulele materiale microscopice, arată că este imposibil să putem determina simultan, folosind un același experiment, poziția x și impulsul p_x ale particulei. Impreci-

zia în determinarea poziției Δx și imprecizia în determinarea impulsului Δp_x sînt corelate prin relația

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant \frac{h}{2\pi}, \tag{1.15}$$

care este de mare importanță în interpretarea fenomenelor optice.

Aplicații

1.1. De ce domeniile infraroșu, vizibil și ultraviolet ale radiației optice trebuie definite în funcție de frecvență și nu în funcție de lungimea de undă? Ce altă mărime fizică mai trebuie specificată, atunci cînd clasificarea acestor domenii se face în funcție de lungimea de undă?

1.2. Radiația optică monocromatică se propagă în trei medii cu indicii de refracție n_1, n_2 și, respectiv, n_3 aflați în interdependența $n_1 > n_2 > n_3$. Specificați: a) interdependența dintre vitezele v_1, v_2 și v_3 de propagare a radiației optice, corespunzătoare fiecărui mediu optic; b) interdependența dintre lungimile de undă λ_1, λ_2 și λ_3 ale radiației optice monocromatice, corespunzătoare fiecărui mediu optic; c) interdependența dintre frecvențele ν_1, ν_2 și ν_3 ale radiației optice, corespunzătoare celor trei medii optice.

1.3. Demonstrați că intensitatea E a cîmpului electric și inducția B a cîmpului magnetic ale unei unde electromagnetice care se propagă în vid sînt corelate prin relația $B = \sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0} \cdot E$.

1.4. Folosindu-vă de rezultatul obținut la problema precedentă, demonstrați că raportul dintre intensitatea E a cîmpului electric și intensitatea H a cîmpului magnetic ale unei unde electromagnetice care se propagă în vid este egal cu aproximativ 377 Ω. (Se știe că $B = \mu_0 H$.)

1.5. Plecînd de la expresia energiei electrice a unui condensator plan și de la expresia energiei magnetice a unei bobine toroidale, demonstrați că densitatea totală de energie, w, este dată de relațiile

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{B^2}{\mu_0} = \varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0},$$

unde cu E am notat intensitatea cîmpului electric, iar cu B am notat inducția cîmpului magnetic ale undei electromagnetice care se propagă în vid.

1.6. În epoca zborurilor spațiale, se pune problema comunicațiilor de pe Pămînt cu cei aflați pe alte planete. Dificultățile care apar se datorează, atît vitezei finite a undelor electromagnetice, de $3 \cdot 10^8$ m/s, cît și posibilității ca Soarele să se interpună în drumul direcției de comunicație. De aceea, s-a pus problema plasării unei stații-releu pe orbita Pămîntului, astfel încît comunicațiile să fie posibile continuu. Presupunînd că o astfel de comunicație se realizează între Pămînt și Marte, via stația-releu în situația în care Pămîntul, Soarele și Marte se află pe aceeași linie iar unghiul Pămînt-Soare-releu este de 90°, calculați timpul minim care trece de la trimiterea semnalului de pe Marte și momentul întoarcerii semnalului pe Marte, considerînd că de pe Pămînt se dă răspunsul imediat după recepționarea semnalului. Se presupune că Marte și Pămîntul se deplasează în jurul Soarelui pe orbite circulare, cu razele de aproximativ $2,3 \cdot 10^8$ km și, respectiv, $1,5 \cdot 10^8$ km.

1.7. Imprecizia în determinarea frecvenței unei radiații optice este de aproximativ 10^{13} Hz. Cunoscînd constantele implicate în calcul, determinați imprecizia poziției unui foton în experimentul considerat.

1.8. Un fascicul de radiație optică cu frecvența de $6 \cdot 10^{14}$ Hz se propagă într-un mediu optic cu indicele de refracție absolut egal cu 1,38. Cunoscînd viteza de propagare a luminii în vid, determinați: a) tipul radiației optice; b) viteza de propagare; c) lungimea de undă a radiației optice în vid și în mediul optic considerat.

1.9. Într-un experiment se pune în evidență prezența a trei radiații optice cu frecvențele de: $12 \cdot 10^{14}$ Hz, $4,8 \cdot 10^{14}$ Hz și $0,9 \cdot 10^{14}$ Hz. Determinați: a) tipurile de radiații optice; b) lungimile de undă ale radiațiilor optice, exprimate în metri, micrometri, angstromi și nanometri; c) energia unei cuante de radiație. Se cunosc viteza luminii în vid și constanta lui Planck.

1.10. În optică există puține materiale optice transparente cu valori ale indicilor de refracție absoluți cuprinse între 2 și 4. Luînd ca exemplu un cristal al cărui indice de refracție absolut este aproximativ 4, se obține pentru lungimea de undă a unei radiații monocromatice din cristal valoarea de 600 nm. Cărui domeniu spectral îi corespunde radiația optică respectivă?

1.11. În condiții normale de presiune și temperatură, permitivitatea electrică relativă a aerului este de aproximativ 1,00059. Pe de altă parte, permitivitatea electrică relativă a apei, măsurată experimental, s-a găsit a fi egală, în unele experimente, cu

80. Deoarece, pentru marea majoritate a mediilor optice transparente, indicele de refracţie poate fi calculat cu ajutorul relaţiei $n = \sqrt{\varepsilon_r}$, fără a se face o eroare prea mare, s-a constatat că valoarea 1,00029, obţinută pentru indicele de refracţie absolut al aerului, este corectă, în timp ce valoarea obţinută pentru indicele de refracţie absolut al apei nu coincide cu valoarea reală de 4/3. Explicaţi de ce, folosind aceeaşi formulă corectă, se obţine o discrepanţă foarte mare în cazul apei.

1.12. Fenomenul de dispersie arată că indicele de refracţie absolut depinde de frecvenţa radiaţiei optice. Pentru calcularea indicelui de refracţie absolut al aerului aflat în condiţii normale de presiune şi temperatură în funcţie de lungimea de undă λ_0 a unei radiaţii optice monocromatice în vid, s-a propus formula

$$n_a = 1{,}000064328 + \frac{0{,}294981}{14\,600 - \frac{10^8}{\lambda_0^2}} + \frac{0{,}25540}{41\,000 - \frac{10^9}{\lambda_0^4}}$$

unde lungimea de undă se exprimă în nanometri. Folosind această formulă, calculaţi : a) indicii de refracţie absoluţi ai aerului pentru radiaţiile optice cu lungimile de undă de 700 nm, 600 nm 500 nm şi 400 nm ; b) lungimile de undă în aer ; c) variaţiile relative ale lungimilor de undă.

1.13. Pentru radiaţia optică monocromatică avînd lungimea de undă în vid egală cu 589,3 nm, indicele de refracţie absolut al aerului în condiţii normale de presiune şi temperatură este egal cu 1,0002926. Pe de altă parte, măsurătorile de mare precizie conduc la valoarea de $2{,}997925 \cdot 10^8$ m/s pentru viteza de propagare a radiaţiei luminoase în aer, în timp ce în calcule se consideră valoarea aproximativă de $3 \cdot 10^8$ m/s. Calculaţi : a) lungimea de undă a radiaţiei optice în aer, luînd în consideraţie indicele de refracţie ; b) lungimea de undă a radiaţiei optice în aer luînd în consideraţie vitezele de propagare.

1.14. Discutaţi rolul jucat de constanta lui Planck, h, în stabilirea caracterului intrinsec, fundamental al radiaţiei optice.

1.15. Considerînd radiaţiile optice monocromatice cu frecvenţele de $8 \cdot 10^{14}$ Hz, $6 \cdot 10^{14}$ Hz şi, respectiv, $0{,}2 \cdot 10^{14}$ Hz, calculaţi pentru fiecare radiaţie monocromatică : a) viteza fotonului ; b) masa de repaus şi masa de mişcare ale unui foton ; c) energia unui foton şi impulsul unui foton. Se cunosc viteza de propagare a radiaţiei optice în vid şi constanta lui Planck. Discutaţi rezultatele obţinute.

1.16. Deși undele electromagnetice ale radiației optice sînt unde transversale, în care intensitatea cîmpului electric E al undei este perpendiculară pe intensitatea cîmpului magnetic H al undei, explicarea fenomenelor luminoase în cadrul teoriei electromagnetice a radiației optice se face neținînd seama de contribuția cîmpului magnetic al undei electromagnetice. De ce?

1.17. Într-un anumit loc din spațiu se produce suprapunerea a două unde luminoase cu vectorii cîmp electric paraleli și dați de expresiile $E_1(t) = E_0\sin(\omega t + \varphi_1)$ și $E_2(t) = E_0\sin(\omega t + \varphi_2)$. Considerînd frecvența undelor electromagnetice luminoase egală cu $6 \cdot 10^{14}$ Hz, studiați variația temporală a cîmpului electric rezultat, în situațiile: a) $\varphi_1 = \pi/2$ și $\varphi_2 = 0$ b) $\varphi_1 = \pi$ și $\varphi_2 = 0$, c) $\varphi_1 = 2\pi$ și $\varphi_2 = 0$, φ_1 = arbitrar (însă constant) și φ_2 = arbitrar (însă constant).

1.18. Într-un experiment optic, de forma celui reprezentat schematic în figura 1.18, undele luminoase provenite de la sursele punctiforme monocromatice S_1 și S_2 se suprapun într-un punct P, îndepărtat de surse, însă apropiat de axa optică, reprezentată de perpendiculara dusă pe mijlocul segmentului d, care unește cele două surse. Considerînd cîmpurile electrice ale undelor electromagnetice luminoase care se suprapun în punctul P paralele, avînd aceeași amplitudine $E_0(r)$ și date de expresiile

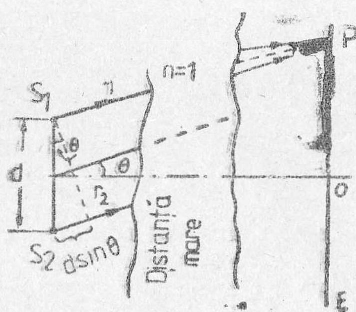


Fig. 1.18.

$$E_1(r_1, t) = E_0(r)\sin(\omega t - \kappa r_1 + \varphi_1),$$
$$E_2(r_2, t) = E_0(r)\sin(\omega t - \kappa r_2 + \varphi_2),$$

unde $\omega = 2\pi\nu$ este frecvența unghiulară, $\kappa = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ este numărul de undă, φ_1 este faza inițială a undelor provenite de la sursa S_1, φ_2 este faza inițială a undelor provenite de la sursa S_2, iar $r = (r_1 + r_2)/2$, determinați expresia de variație spațio-temporală a cîmpului electric rezultat $E(r, \theta, t)$ pentru cazul în care cele două surse emit unde electromagnetice în fază ($\varphi_1 = \varphi_2$) și în opoziție de fază ($\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi$).

1.19. Constanta solară, definită ca puterea radiantă corespunzătoare unității de arie de la suprafața Pămîntului, dato-

rată radiației electromagnetice provenite de la Soare este egală cu 1,35 kW/m². Calculați valorile lui E_0 și B_0, corespunzătoare undelor electromagnetice emise de Soare la suprafața Soarelui și, respectiv, la suprafața Pămîntului. Se cunosc viteza undelor electromagnetice în vid, permitivitatea electrică și permeabilitatea magnetică ale vidului.

1.20. O sursă de radiație optică punctiformă și monocromatică, cu puterea de 60 W, emite radiație optică luminoasă cu lungimea de undă de 500 nm. Presupunînd că numai 10% din puterea considerată se regăsește ca energie radiată, calculați la distanța de 2 m de sursă : a) valorile maxime ale cîmpului electric E și cîmpului magnetic H ale undei electromagnetice; b) numărul de fotoni prin unitatea de suprafață, în unitatea de timp. Se dau constanta lui Planck, viteza luminii și impedanța vidului egală cu 377 Ω.

1.21. Energia cinetică a unui electron diferă cu 1% de valoarea calculată, prin neglijarea efectelor relativiste. Cunoscînd masa de repaus a electronului, viteza luminii în vid și constanta lui Planck, calculați : a) viteza electronului; b) lungimea de undă de Broglie atașată electronului.

1.22. Într-un microscop electronic, electronii din fascicul sînt accelerați sub o tensiune de 40 kV. Cunoscînd masa de repaus a electronului, sarcina electrică elementară, constanta lui Planck și viteza luminii în vid, calculați lungimea de undă de Broglie atașată electronului.

1.23. Calculați lungimile de undă de Broglie atașate : a) unui corp punctiform cu masa de 3 grame și viteza de 500 m/s; b) unui proton cu masa de repaus de $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg și viteza de $5 \cdot 10^{3}$ m/s; c) unui electron cu masa de repaus de $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg și cu energia totală de 2,5 MeV. Se cunosc viteza luminii în vid și constanta lui Planck.

1.24. Radiația luminoasă cu frecvența de $6 \cdot 10^{14}$ Hz are în mediul optic (1) lungimea de undă de 450 nm și în mediul optic (2) lungimea de undă de 400 nm. Calculați : a) indicii de refracție absoluți ai celor două medii optice; b) vitezele de propagare a undelor electromagnetice optice în cele două medii optice; c) indicele de refracție relativ; d) energia unui foton în mediul optic (1) și, respectiv, în mediul optic (2). Mediile optice considerate sînt transparente, omogene și izotrope. Se cunosc viteza luminii în vid și constanta lui Planck.

1.25. Prin două bare de sticlă optică dispuse coaxial una după alta se propagă, sub forma de fascicul paralel, filiform radiația

optică avînd lungimea de undă în vid de 600 nm. Prima bară, cu lungimea de 11,6 cm, este confecționată din sticlă optică de crown A și are indicele de refracție absolut egal cu 1,60, iar cea de a doua bară, cu lungimea de 6,4 cm, este confecționată din sticlă optică de flint de bariu B și are indicele de refracție egal cu 1,45. Calculați : a) lungimile de undă ale radiației optice corespunzătoare fiecărei bare ; b) energia unui foton în vid și în cele două bare ; c) viteza, masa și impulsul unui foton în vid și în cele două bare ; d) numărul lungimilor de undă cuprinse în fiecarebară ; e) raportul numerelor de lungimi de undă cuprinse în fiecare bară. Se cunosc viteza luminii în vid și constanta lui Planck.

Capitolul 2

RADIOMETRIE ŞI FOTOMETRIE

Teorie

Radiometria este domeniul opticii care are ca obiect de studiu radiaţia optică analizată din punct de vedere energetic. Ea include mărimile şi unităţile radiometrice (energetice), metodele folosite pentru măsurarea mărimilor radiometrice şi aparatele radiometrice.

Mărimile radiometrice sînt mărimi optice care caracterizează radiaţia optică din punct de vedere energetic; specificarea lor se face folosind adjectivul *„radiant"*.

Fotometria este domeniul opticii care are ca obiect de studiu radiaţia optică analizată din punctul de vedere al proprietăţilor acesteia de a determina oamenilor, prin intermediul ochiului, senzaţia de văz.

Mărimile fotometrice sînt mărimi optice care caracterizează radiaţia optică din punct de vedere biofizic; specificarea lor se face folosind adjectivul *„luminos"*.

A. Mărimi şi unităţi radiometrice

1. *Energia radiantă*, W_e (J), reprezintă energia radiată de o sursă de radiaţie optică într-un timp dat, adică $W_e = \int_{\Delta t} \Phi_e \, dt$.

2. *Densitatea de energie radiantă*, $w_e = \frac{\Delta W_e}{\Delta V}$ (J/m³), reprezintă energia radiantă din unitatea de volum.

3. *Fluxul radiant*, $\Phi_e = \frac{\Delta W_e}{\Delta t}$ (W), reprezintă viteza de variaţie a energiei radiante printr-o suprafaţă dată.

4. *Intensitatea radiantă*, $I_e = \frac{\Delta \Phi_e}{\Delta \Omega}$ (W/sr), reprezintă densitatea de unghi solid a fluxului radiant.

5. *Iradianța*, $E_e = \frac{\Delta\Phi_e}{\Delta A_s}$ (W/m²), reprezintă densitatea de de suprafață a fluxului radiant. Cînd sursa de radiație optică este plană, în locul iradianței se folosește *emitanța radiantă* M_e (W/m²), definită ca fluxul radiant corespunzător unității de arie a sursei optice.

Legătura dintre iradianța E_e și intensitatea radiantă I_e este dată de relația $E_e = I_e/r^2$, unde r este distanța de la sursa de radiație optică la punctul în care se consideră cele două mărimi radiometrice

B. Coeficienți radiometrici

a. *Transmitanța radiantă*, τ, se definește ca fracțiunea din radiația optică incidentă transmisă de un mediu optic oarecare.

b. *Reflectanța radiantă*, ρ, se definește ca fracțiunea din radiația optică incidentă reflectată de un mediu optic oarecare.

c. *Absorbția radiantă*, α, se definește ca fracțiunea din radiația incidentă absorbită de un mediu optic oarecare.

Pentru același mediu optic, relația de interdependență dintre cei trei coeficienți radiometrici este $\tau + \rho + \alpha = 1$.

C. Mărimi și unități fotometrice

Din punctul de vedere al tehnicii iluminatului, *lumina* reprezintă energia radiantă (≡radiația) evaluată în conformitate cu capacitatea sa de a produce oamenilor, prin intermediul sistemului anatomic vizual, senzația de văz. Normele de bază folosite pentru evaluarea energiei radiante ca lumină sînt date de un *set de factori de sensibilitate a ochiului*. Dependența funcțională a sensibilității ochiului de lungimea de undă a radiației optice definește *curba de sensibilitate spectrală a ochiului* (fig. 2.1). Ochiul observatorului etalon prezintă sensibilitate maximă la lungimea de undă a radiației optice de 555 nm (vederea diurnă) și scade de o parte și de alta a acestei lungimi de undă pentru a deveni egală cu zero pentru radiația cu lungimile de undă mai mici de aproximativ 380 nm și mai mari de aproximativ 760 nm.

Cînd se normează în raport cu valoarea maximă corespunzătoare lungimii de undă de 555 nm, vizibilitatea corespunzătoare celorlalte lungimi de undă conduce la definirea *randamentului spectral luminos*, K_λ (denumirea veche fiind de *luminozitate relativă*), sub forma

$$K_\lambda = \frac{\Phi_e(555 \text{ nm})}{\Phi_e(\lambda)}, \tag{2.1}$$

unde $\Phi_e(\lambda)$ este fluxul radiant la lungimea de undă λ oarecare, care produce aceeași vizibilitate ca și fluxul radiant la lungimea de undă de 555 nm.

Valorile randamentului spectral luminos, K_λ, au fost standardizate de Comisia Internațională de Iluminat (CIE) pentru ochiul etalon în condiții bine definite, atît pentru vederea diurnă, cît și pentru vederea crepusculară; în ultimul caz, sensibilitatea maximă a ochiului uman corespunde radiației optice cu lungimea de undă de 510 nm (fig. 2.1). Rezultă că mărimile și unitățile fotometrice pe care le vom prezenta caracterizează ochiul emetrop (CIE) prin luarea în considerație a randamentului spectral luminos K_λ.

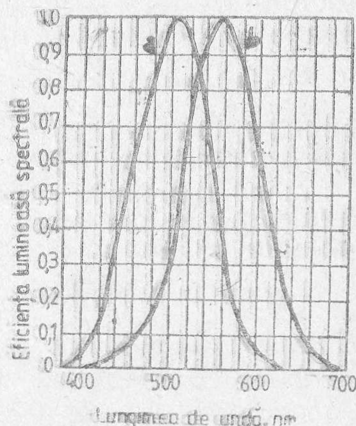


Fig. 2.1.

1. *Fluxul luminos*, F reprezintă viteza temporală de variație a luminii printr-o suprafață dată; relația de definiție este

$$F = C \cdot K_\lambda \cdot \Phi_e, \tag{2.2}$$

unde C este o constantă. Alegîndu-se constanta C egală cu 683, și măsurînd fluxul radiant în wați, fluxul luminos se măsoară în lumeni (lm).

Lumenul se definește ca fluxul luminos din unitatea de unghi solid creat de o sursă punctiformă de radiație optică cu intensitatea luminoasă de o candelă; el mai poate fi definit și ca fluxul luminos prin unitatea de suprafață ale cărei puncte sînt situate la distanța de un metru de sursa punctiformă cu intensitatea luminoasă cu o candelă.

2. *Cantitatea de lumină*, $Q = \int_0^t F(t)\mathrm{d}t$ (lm/oră), se definește ca integrala în raport cu timpul a fluxului luminos.

3. *Intensitatea luminoasă*, $I = \frac{\Delta F}{\Delta \Omega}$ (cd), se definește ca densitatea de unghi solid a fluxului luminos într-o direcție dată. Deoarece unghiul solid trebuie să aibă un apex, definiția se aplică numai surselor punctiforme de radiație optică.

Candela este intensitatea luminoasă, într-o direcție dată, a unei surse ce emite radiație optică monocromatică de frecvență $540 \cdot 10^{12}$ Hz și care are intensitatea radiantă (energetică) în acea direcție egală cu 1/683 wați/steradian.

4. *Iluminarea*, $E = \frac{\Delta F}{\Delta A}$ (lx), este densitatea de suprafață a fluxului luminos printr-o suprafață oarecare. Unitatea de măsură se numește lux (lx).

Luxul reprezintă iluminarea unei suprafețe cu aria de un metru pătrat pe care există o distribuție uniformă a fluxului luminos de un lumen.

5. *Luminozitatea*, $B = \frac{\Delta I}{\Delta A}$ (cd/m²), este intensitatea luminoasă corespunzătoare unității de arie a unei surse plane de lumină privită dintr-o direcție normală pe suprafața sursei plane.

6. *Randamentul energetic*, $\eta_e = \frac{\Phi_e}{P}$, reprezintă raportul dintre fluxul radiant (energetic) și puterea consumată de sursa de radiație.

Randamentul luminos, $\eta_\lambda = \frac{F}{\Phi_e}$ (lm/W), reprezintă raportul dintre fluxul luminos și fluxul radiant (energetic).

Randamentul, $\eta = \frac{F}{P}$ (lm/W), reprezintă raportul dintre fluxul luminos și puterea consumată de sursa de radiație optică.

Relația $\eta = \eta_e \cdot \eta_\lambda$ stabilește interdependența dintre cele trei randamente ce caracterizează o sursă de radiație optică.

D. **Coeficienți fotometrici**

a. *Transmitanța luminoasă*, *t*, se definește ca fracțiunea din cantitatea de lumină incidentă transmisă de un mediu optic oarecare.

b. *Reflectanța luminoasă*, *r*, se definește ca fracțiunea din cantitatea de lumină incidentă reflectată de un mediu optic oarecare.

c. *Absorbanța luminoasă*, a, se definește ca fracțiunea din cantitatea de lumină incidentă absorbită de un mediu optic oarecare.

Pentru același mediu optic, relația de interdependență dintre cei trei coeficienți fotometrici este $t + r + a = 1$.

E. Legile fotometriei

1. *Legea iluminării* (sau legea inversului pătratului distanței) arată că iluminarea unei suprafețe variază invers proporțional cu pătratul distanței dintre sursa de lumină punctiformă și suprafața iluminată, deci

$$E = \frac{I}{r^2} \sim \frac{1}{r^2}. \qquad (2.3)$$

2. *Legea cosinusului* arată că radiația luminoasă primită de la o suprafață plană variază direct proporțional cu cosinusul unghiului făcut de normala la suprafață cu direcția de observare, $E \sim \cos \alpha$.

3. *Legea combinată*, aplicabilă suprafețelor iluminate cu aria relativ mare, de către sursele de radiație plane, permite calculul iluminării conform relației

$$E = \frac{I_\alpha}{r^2} \cos \alpha \sim \frac{\cos \alpha}{r^2} \qquad (2.4)$$

unde I_α este intensitatea luminoasă după direcția definită de unghiul α, iar r este distanța de la sursa de lumină la suprafața iluminată. Termenul I_α/r^2 este determinat de legea iluminării, iar termenul $\cos \alpha$ este determinat de legea cosinusului, de unde și denumirea de legea combinată.

4. *Legea lui Talbot* arată că dacă între sursa de lumină și suprafața iluminată se interpune un întrerupător de fascicul (chopper), care se rotește cu o frecvență constantă, fără să apară fenomenul de licărire, atunci luminozitatea este redusă cu raportul dintre timpul efectiv de expunere și timpul total de emisie a sursei de lumină.

F. Definiții fotometrice

1. *Suprafața perfect difuză* este, prin definiție, acea suprafață care emite lumina în conformitate cu legea cosinusului.

2. *Suprafața reflectătoare uniform difuză* este, prin definiție, acea suprafață care redistribuie lumina incidentă pe ea

în așa fel, încît oricare ar fi distribuția direcțională a luminii incidente, lumina reflectată de orice element de arie să satisfacă legea cosinusului, ceea ce face ca întreaga suprafață să apară egal luminată din toate direcțiile de observare.

3. *Luciul* definește gradul în care o anumită suprafață simulează o oglindă perfectă în raport cu proprietatea corpurilor de a reflecta lumina incidentă. Altfel spus, luciul definește capacitatea unei anumite suprafețe de a reflecta lumina ; suprafața perfect lucioasă este caracterizată de reflexia regulată a luminii.

Aplicații

2.1. O sursă spectrală punctiformă emite continuu radiație optică monocromatică cu lungimea de undă de 450 nm. Numărul de fotoni care traversează într-o secundă suprafața unei sfere cu raza de 4 metri și cu centrul în punctul în care se află sursa de radiație, este egal cu $4 \cdot 10^{20}$ fotoni/secundă. Calculați : a) energia radiantă a sursei în timpul de 10 minute ; b) intensitatea radiantă a sursei ; c) iradianța la suprafața sferei. Se cunosc viteza luminii în vid și constanta lui Planck.

2.2. Energia radiată a unei surse punctiforme de radiație monocromatică este egală cu 10^4 J, iar iradianța la distanța de 5 m de sursă este egală cu 0,5 W/m^2. Cunoscînd impedanța vidului, calculați : a) în cît timp a fost radiată energia respectivă ; b) intensitatea radiantă la distanța de 10 m de sursă ; c) valorile maxime ale intensității E_0 a cîmpului electric și intensității H_0 a cîmpului magnetic ale undei electromagnetice la distanța de 5 m de sursa de radiație optică monocromatică.

2.3. Valorile standard ale randamentului spectral luminos K_λ la lungimile de undă de 400 nm, 450 nm, 500 nm, 550 nm, 600 nm, 650 nm și 700 nm sînt egale cu $4 \cdot 10^{-4}$, $3,8 \cdot 10^{-2}$, $3,23 \cdot 10^{-1}$, 0,995, $6,31 \cdot 10^{-1}$, $1,07 \cdot 10^{-1}$ și, $4,1 \cdot 10^{-3}$ în cazul vederii diurne. Calculați valorile fluxului spectral la lungimile de undă date care ar produce aceeași vizibilitate ca și fluxul radiant de 10 W, corespunzător lungimii de undă de 555 nm, reprezentați grafic rezultatele obținute și trageți concluziile care se impun.

2.4. Valoarea fluxului radiant spectral în cazul unei surse de radiație optică este aproximativ constantă și egală cu 0,5 W/nm pe domeniul lungimilor de undă variind între 550 nm și respectiv 560 nm. Considerînd și pentru randamentul spectral luminos o valoare medie egală cu 0,995, calculați valoarea fluxului luminos corespunzător domeniului spectral dat.

2.5. Din considerente de economisire a energiei la iluminatul public şi industrial, lămpile fluorescente cu plasmă înlocuiesc tot mai mult lămpile cu incandescenţă. Fie o situaţie practică în care se foloseşte o lampă fluorescentă cu lungimea de 2 m, cu diametrul interior al tubului de descărcare de 4 cm şi care are luminozitatea egală cu 7 200 cd/m^2 aproximativ uniformă. Calculaţi : a) iluminările la distanţele de 1 m, 2 m, 3 m, 4 m, 5 m şi 6 m de lampă, luate pe perpendiculara dusă la mijlocul tubului de descărcare ; b) intensitatea luminoasă. Reprezentaţi grafic rezultatele obţinute şi interpretaţi-le din punctul de vedere al posibilităţii economisirii energiei.

2.6. Un bec electric cu filament de wolfram avînd puterea de 50 W are intensitatea luminoasă egală cu 250/π cd. Calculaţi : a) fluxul luminos total, considerînd becul sursă punctiformă de radiaţie optică ; b) randamentul.

2.7. Un bec electric cu filament de wolfram are randamentul de 25 lm/W. Care este intensitatea luminoasă a becului, dacă puterea sa este de 100 W?

2.8. Întrucît distanţa de la Soare la Pămînt este foarte mare comparativ cu dimensiunile acestora, fiind de aproximativ 1,5 · · 10^{11} m, Soarele poate fi considerat ca o sursă punctiformă de radiaţie optică. Ştiind iluminarea la suprafaţa Pămîntului datorată Soarelui, egală cu aproximativ 10^5 lx, calculaţi intensitatea luminoasă a Soarelui.

2.9. În centrul de curbură al unei suprafeţe sferice cu raza de curbură de 5 m şi cu suprafaţa de 0,4 m^2 se află o sursă punctiformă de radiaţie optică, cu intensitatea luminoasă de 400 cd. Calculaţi fluxul luminos prin suprafaţa dată.

2.10. O sursă punctiformă de radiaţie optică, cu intensitatea luminoasă de 144 cd, iluminează o suprafaţă de arie mică aşezată la distanţa de 1,2 m de sursă. Calculaţi iluminarea suprafeţei în condiţiile : a) suprafaţa este aproximativ normală pe razele de lumină ; b) normala la suprafaţă face unghiul de 60° cu direcţia razelor de lumină.

2.11. O sursă punctiformă de radiaţie optică cu intensitatea luminoasă I_x, necunoscută, aşezată la distanţa de 1 m de un ecran fotometric, determină aceeaşi iluminare pe ecran ca şi sursa punctiformă de radiaţie optică cu intensitatea luminoasă de 50 cd, aşezată la distanţa de 0,5 m de ecranul fotometric. Calculaţi intensitatea luminoasă I_x.

2.12. Care trebuie să fie distanţa dintre un ecran fotometric şi o sursă punctiformă de radiaţie optică, cu intensitatea luminoasă de 40 cd, pentru ca pe ecran să se obţină aceeaşi iluminare ca şi cea produsă de o altă sursă punctiformă de radiaţie optică cu intensitatea luminoasă de 800 cd, aşezată la distanţa de 1,5 m de ecran?

2.13. Pentru obţinerea unei fotocopii se foloseşte ca sursă de radiaţie optică o lampă incandescentă avînd intensitatea luminoasă de 40 cd. Cînd lampa se află la distanţa de 1 m de hîrtia fotografică, timpul de expunere trebuie să fie de 2 s. Care trebuie să fie timpul de expunere, pentru a se obţine acelaşi rezultat, dacă s-ar folosi o lampă cu incandescenţă cu intensitatea luminoasă de 30 cd, aşezată la distanţa de 1,5 m de hîrtia fotografică?

2.14. O lampă cu incandescenţă de dimensiuni mici se găseşte la înălţimea de 2,5 m deasupra unui obiect plan, de mică suprafaţă. Cu cît trebuie coborîtă lampa de radiaţie optică, pentru ca iluminarea obiectului să se dubleze?

2.15. O lampă cu incandescenţă este montată pe un stîlp de susţinere la înălţimea de 12 m de sol. Care trebuie să fie intensitatea luminoasă a lămpii cu incandescenţă, analizată ca sursă punctiformă de radiaţie optică, pentru ca iluminarea pe sol la distanţa de 16 m de baza stîlpului să fie egală cu 8 lx?

2.16. O celulă fotoelectrică cu aria suprafeţei fotocatodului de 13 cm^2 este iluminată normal, de la distanţa de 1 m, folosindu-se o sursă punctiformă de radiaţie optică, cu intensitatea luminoasă de 200 cd. Calculaţi: a) iluminarea la suprafaţa fotocatodului; b) fluxul luminos prin suprafaţa fotocatodului.

2.17. Un luxmetru (aparat optic folosit pentru măsurarea iluminării) se află la distanţa de 0,6 m de o oglindă plană cu reflectanţa egală cu unu. La mijlocul distanţei dintre oglindă şi luxmetru se găseşte o sursă punctiformă de radiaţie optică cu intensitatea luminoasă egală cu 25 cd. Care este valoarea iluminării indicate de luxmetru? Dar în situaţia în care s-ar îndepărta oglinda?

2.18. O celulă fotoelectrică este iluminată folosindu-se o sursă punctiformă de radiaţie optică cu intensitatea luminoasă egală cu 50 cd, celula fotoelectrică înregistrînd radiaţia optică printr-o deschidere circulară cu diametrul de 2,75 cm, iar sursa de radiaţie optică se află pe perpendiculara dusă în centrul deschiderii circulare. Celula fotoelectrică poate pune în funcţiune un releu electric, numai dacă fluxul luminos prin suprafaţa deschiderii circulare este de cel puţin 0,2 lm. Calculaţi distanţa maximă dintre sursa

de radiație optică și deschiderea circulară la care releul încă mai funcționează.

2.19. O lampă cu incandescență (bec electric) se află la înălțimea de 2 m deasupra podelei unei camere. Determinați locul geometric al punctelor unde iluminarea este de două ori mai mică decît cea produsă în centrul podelei.

√ 2.20. La înălțimea de 3 m deasupra centrului unei mese circulare cu raza de 1 m se află un bec electric (lampă cu incandescență) cu intensitatea luminoasă egală cu 180 cd. Calculați : a) iluminarea în centrul mesei ; b) iluminarea la marginea mesei ; c) iluminarea la mijlocul distanței dintre centrul mesei și marginea mesei.

√ 2.21. Deasupra centrului unei mese pătratice cu latura de 5 m se află o sursă punctiformă de radiație optică cu intensitatea luminoasă egală cu 200 cd. Calculați : a) înălțimea la care trebuie să se găsească sursa de radiație optică pentru ca iluminarea la colțurile mesei să fie maximă ; b) iluminarea în centrul mesei ; c) iluminarea în colțurile mesei.

2.22. O sursă de radiație optică se află în interiorul unui cilindru care are numai baza transparentă ; baza cilindrului, cu aria de 100 cm^2, are luminozitatea egală cu 8 000 cd/m^2 și difuzează radiația optică după legea cosinusului. Calculați : a) înălțimea față de centrul unei mese circulare la care trebuie să se găsească baza cilindrului (a cărui suprafață este paralelă cu suprafața mesei), pentru ca iluminarea marginii mesei să fie maximă, dacă raza mesei este de 1 m ; b) iluminarea în centrul mesei corespunzătoare poziției de la punctul a.

2.23. O lampă fluorescentă cu plasmă, folosită pentru iluminatul public, are lungimea tubului de descărcare de 2 m și diametrul tubului de descărcare de 4 cm. Ea determină o iluminare de 20 lx la distanța de 5 m pe perpendiculara dusă pe axa de simetrie a lămpii. Calculați : a) luminozitatea lămpii fluorescente ; b) intensitatea luminoasă.

√ 2.24. Două surse punctiforme de radiație optică, fiecare avînd fluxul luminos egal cu 300 lm, se găsesc la înălțimea de 4 m de sol și la distanța de 3 m una de alta. Calculați : a) iluminarea pe sol în locul determinat de piciorul perpendicularei coborîte din punctul în care se găsește una dintre sursele de radiație optică ;

b) iluminarea la mijlocul distanței dintre picioarele perpendicularelor corespunzătoare punctelor în care se află sursele de radiație optică; c) intensitatea luminoasă a fiecărei surse de radiație optică.

2.25. Două surse punctiforme de radiație optică cu intensitățile luminoase egale cu 20 cd și, respectiv, 40 cd se află la distanța de 20 m una de alta. Calculați punctele de pe dreapta care unește cele două surse punctiforme unde iluminarea dată de una din surse este egală cu iluminarea dată de cealaltă sursă de radiație optică.

Capitolul 3

INTERFERENȚA, DIFRACȚIA ȘI POLARIZAREA

Teorie

Din punctul de vedere al opticii electromagnetice, sursele de radiație optică emit energia sub formă de unde electromagnetice. *Senzația vizuală* este dată de către cîmpul electric al undelor electromagnetice, motiv pentru care teoria interferenței, difracției și polarizării se prezintă luînd în considerație numai cîmpul electric al undelor electromagnetice.

Intensitatea cîmpului electric al undelor electromagnetice emise de către o sursă de radiație optică monocromatică prezintă o variație temporală, în punctul în care se află sursa de radiație optică ($r = 0$), de forma

$$E(0, t) = E_0(0)\sin(\omega t + \varphi_0), \tag{3.1}$$

unde $E(0, t)$ este elongația (mărimea) intensității cîmpului electric, $E_0(0)$ este amplitudinea (valoarea maximă a elongației) intensității cîmpului electric, $\omega = 2\pi\nu$ este frecvența unghiulară (măsurată în radiani pe secundă), ν este frecvența radiației optice (măsurată în Hz), φ_0 este faza inițială a undei electromagnetice (măsurată în radiani), iar $\varphi = (\omega t + \varphi_0)$ este faza undei electromagnetice (măsurată în radiani).

Într-un punct P, situat la distanța r de sursa de radiație optică (r = const), variația temporală a intensității cîmpului electric al undei electromagnetice este dată de expresia

$$E(P, t) = E(r, t) = E_0(0)\sin(\omega t + \varphi_0 - \kappa r), \tag{3.2}$$

unde $\kappa = 2\pi/\lambda$ este numărul de undă, iar $\varphi = (\omega t + \varphi_0 - \kappa r)$ este faza undei electromagnetice cînd aceasta a ajuns în punctul P, la distanța r de sursa de radiație optică.

Considerînd două surse punctiforme de radiație optică aflate la distanțele r_1 și, respectiv, r_2 de punctul de observație P, intensitățile cîmpului electric al undelor electromagnetice provenite de la cele două surse de radiație optică vor fi date în punctul P de expresiile

$$E_1(r_1, t) = E_{10}(0)\sin(\omega t + \varphi_{10} - \kappa r_1), \quad (3.3)$$

$$E_2(r_2, t) = E_{20}(0)\sin(\omega t + \varphi_{20} - \kappa r_2), \quad (3.4)$$

unde $(\omega t + \varphi_{10} - \kappa r_1)$ este faza undelor din punctul P provenite de la una dintre surse, iar $(\omega t + \varphi_{20} - \kappa r_2)$ este faza undelor din punctul P provenite de la cealaltă sursă.

Două surse de radiație optică S_1 și S_2, avînd aceeași frecvență ν, *sînt coerente atunci cînd diferența de fază* $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ *este o mărime constantă în timp*, deci

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_{10} - \varphi_{20}) + \kappa(r_2 - r_1) = \text{const.} \quad (3.5,a)$$

Deoarece $r_2 - r_1 = \text{const.}$ condiția (3.5, *a*), de coerență, se scrie

$$\varphi_{10} - \varphi_{20} = \text{const.} \quad (3.5,b)$$

Două surse de radiație optică sînt coerente dacă diferența fazelor inițiale ale undelor emise de surse nu se modifică în timp.

Conform relațiilor (3.3) — (3.5), sursele coerente de radiație optică sînt surse monocromatice. Situațiile reale, practice sînt cele în care sursele emit radiația optică într-un domeniu de frecvență $\Delta\nu$, centrat pe o frecvență dominantă ν_0; *timpul de coerență* t_c al acestor surse de radiație optică este dat de expresia

$$t_c = \frac{1}{\Delta\nu}. \quad (3.6)$$

Produsul dintre viteza de propagare a radiației optice și timpul de coerență definește *lungimea de coerență*.

Interferența este fenomenul care apare ca rezultat al compunerii, într-un anumit loc din spațiu, a undelor electromagnetice provenite de la două sau de la un număr finit de surse coerente de radiație optică.

Considerînd o situație practică dată, reprezentată schematic în figura 1.18 în care undele electromagnetice date de relațiile (3.3) și (3.4), provenite de la sursele coerente S_1 și S_2, se compun în punctul P, și presupunînd $E_{10}(r_1) = E_{20}(r_2)$, se obține pentru cîmpul electric rezultat din punctul de interferență P, expresia (v. problema 1.18)

$$E(r, \theta, t) = A(r, \theta) \cdot \sin(\omega t + \varphi_m - \kappa \cdot r), \quad (3.7,a)$$

unde

$$A(r, \theta) = 2E_0(r) \cdot \cos\left(\frac{\varphi_{10} - \varphi_{20}}{2} + \kappa\frac{r_2 - r_1}{2}\right), \quad (3.7,b)$$

$$\varphi_m = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}, \qquad (3.7,c)$$

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2}. \qquad (3.7,d)$$

Cînd sursele de radiație optică oscilează în fază, adică atunci cînd $\varphi_{10} - \varphi_{20} = 0$, se obține

$$A(r,\theta) = 2E_0(r) \cdot \cos\left(\kappa \cdot \frac{r_2 - r_1}{2}\right) = 2E_0(r) \cdot \cos\left(\frac{d \cdot \sin\theta}{\lambda} \cdot \pi\right). \qquad (3.8)$$

Cînd sursele de radiație optică oscilează în opoziție de fază, adică atunci cînd $\varphi_{10} - \varphi_{20} = \pm\pi$, se obține

$$A(r,\theta) = 2E_0(r) \cdot \cos\left(\kappa \cdot \frac{r_2 - r_1}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 2E_0(r) \cdot \sin\left(\frac{d \cdot \sin\theta}{\lambda} \cdot \pi\right). \qquad (3.9)$$

În practică ne interesează intensitățile luminoase ca rezultat final și nu amplitudinile, intensitatea luminoasă din punctul P fiind proporțională cu pătratul amplitudinii. Avînd în vedere expresiile (3.8) și (3.9), obținem pentru intensitatea luminoasă expresiile:

a) cînd sursele de radiație optică oscilează în fază,

$$I(r,\theta) = I_{max} \cdot \cos^2\left(\frac{d \cdot \sin\theta}{\lambda} \cdot \pi\right); \qquad (3.10)$$

b) cînd sursele de radiație optică oscilează în opoziție de fază,

$$I(r,\theta) = I_{max} \cdot \sin^2\left(\frac{d \cdot \sin\theta}{\lambda} \cdot \pi\right). \qquad (3.11)$$

Punctul P, în care se realizează interferența, este variabil pe ecran, astfel încît diferența de drum optic $r_2 - r_1 = d \cdot \sin\theta$ poate lua diferite valori.

Dacă atunci cînd sursele de radiație optică oscilează în fază (cazul a), diferența de drum optic este egală cu zero sau cu un număr par de lungimi de undă, intensitatea luminoasă din punctul P va fi maximă, conform relației (3.10), în situația în care se îndeplinește condiția

$$r_2 - r_1 = d \cdot \sin\theta = k\lambda;\ k = 0, \pm 1, \pm 2 \text{ etc. (condiția de maxim).} \quad (3.12,a)$$

Dacă sursele de radiație optică oscilează în fază și diferența de drum optic este egală cu un număr impar de jumătăți de lungimi de undă, atunci intensitatea luminoasă din punctul P va fi zero (minimă), conform relației (3.10), în situația în care se îndeplinește condiția

$$r_2 - r_1 = d \cdot \sin\theta = (2k+1)\frac{\lambda}{2};\ k = 0, \pm 1, \pm 2 \text{ etc. (condiția de minim).} \quad (3.12,b)$$

Observație. In cazul b, cînd sursele de radiație optică oscilează în opoziție de fază, relația (3.11) determină condițiile de maxim și de minim ale intensității luminoase invers decît în cazul în care sursele de radiație optică oscilează în fază.

Maximele luminoase și minimele întunecoase obținute pe ecranul E se numesc *franje luminoase* de interferență, respectiv *franje întunecoase* de interferență. Franjele luminoase și franjele întunecoase determină *imaginea de interferență* (figura de interferență).

Numărul întreg, k, care caracterizează o anumită franjă de interferență, se numește *ordin de interferență*.

Distanța, pe ecran, dintre două franje luminoase consecutive sau dintre două franje întunecoase consecutive, este o mărime constantă și se numește *interfranjă*. De obicei, ea se notează cu litera i.

Din figură, avem

$$d \cdot \sin\theta \cong d \cdot \frac{x}{D}, \quad (3.13)$$

unde D este distanța de la planul surselor de radiație optică la planul ecranului E, iar x este distanța de la punctul P, în care se obține interferența, la axa de simetrie a sistemului.

Fie x_k poziția franjei luminoase de ordinul k și fie x_{k+1} poziția franjei luminoase de ordinul $k+1$. Relația (3.13) și condiția de maxim (3,12,a) ne permit să scriem

$$x_k = k \cdot \frac{D \cdot \lambda}{d} \quad (3.14,a)$$

și

$$x_{k+1} = (k+1)\frac{D \cdot \lambda}{d}. \qquad (3.14,b)$$

Ţinînd seama de definiţia interfranjei, rezultă

$$i = \frac{D \cdot \lambda}{d}. \qquad (3.15)$$

Surse coerente, de tipul celor prezentate în figură, se obţin prin divizarea frontului de undă al radiaţiei optice provenite de la o sursă de radiaţie optică, folosind fie *dispozitivul lui Young*, fie *biprisma Fresnel*, fie alte dispozitive.

Schema de principiu a dispozitivului Young este arătată în figura 3.1 a,b. În funcţie de parametrii constructivi ai aparatului,

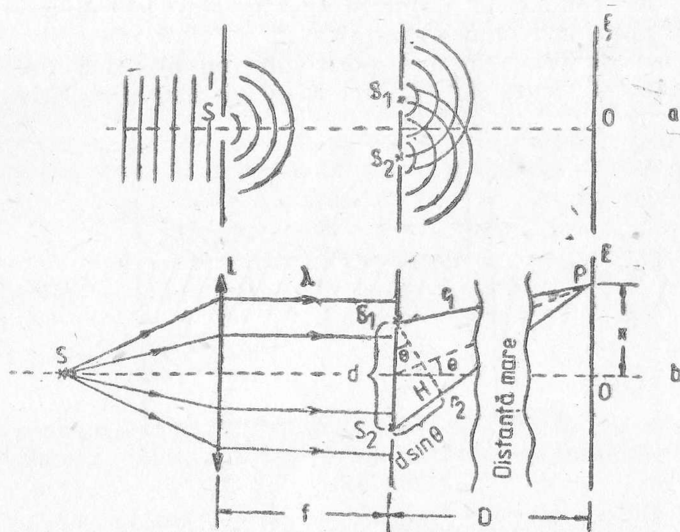


Fig. 3.1.

d şi D, şi de lungimea de undă a radiaţiei optice, λ, interfranja, i, se calculează cu formula (3.15) şi este o mărime constantă. În cazul în care în calea unuia dintre fasciculele de lumină se introduce o lamă transparentă, omogenă şi izotropă cu indicele de refracţie $n > 1$, apare o mărire a drumului optic cu $e(n-1)$, unde e este grosimea lamei, astfel încît pentru punctul O, de pe axa de simetrie, diferenţa de drum optic va fi

$$\Delta r = |r_{2} - r_{10}| = (n-1)e. \quad (3.16)$$

Condiția

$$(n-1)e = k\lambda \quad (3.17)$$

determină numărul ordinelor, k, cu care s-a deplasat franja centrală astfel încît poziția x a franjei centrale, față de punctul O, va fi

$$x = k \cdot i = \frac{(n-1)e}{\lambda} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d} = (n-1)\frac{e \cdot D}{d}. \quad (3.18)$$

în cazul în care sursa punctiformă de lumină, S, nu este monocromatică, fiecare radiație de o anumită lungime de undă va produce o imagine proprie de interferență; o sursă de lumină albă nu va putea deci conduce la obținerea unei imagini clare de interferență, cel puțin în regiunea centrală.

Schema de principiu a dispozitivului cu biprisma Fresnel este arătată în figura 3.2. La fel ca și în cazul dispozitivului

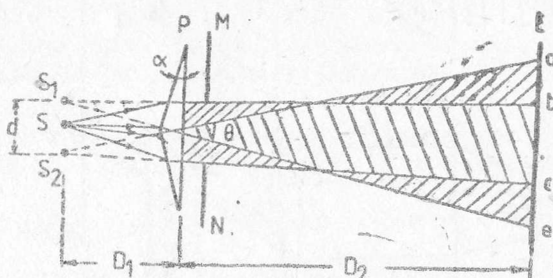


Fig 3.2.

Young, și aici se poate determina valoarea interfranjei, i, în funcție de datele constructive ale dispozitivului, folosind formula

$$i = \frac{\lambda(D_1 + D_2)}{d}, \quad (3.19)$$

unde d este distanța dintre cele două surse virtuale de radiație optică S_1 și S_2, D_1 este distanța de la planul surselor virtuale la biprismă D_2 este distanța de la ecran la prismă, iar i este interfranja

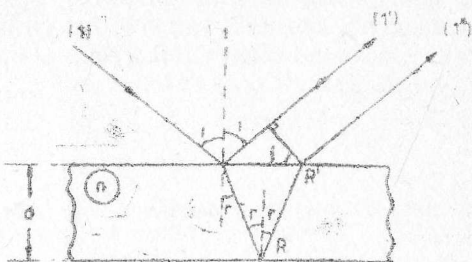


Fig. 3.3

Observație. Cele două relații, (3.15) și (3.19), sînt asemănătoare, deoarece sursele virtuale S_1 și S_2 joacă același rol pe care îl joacă sursele coerente în cadrul dispozitivului Young.

Un alt mod de obținere a surselor coerente are la bază *divizarea amplitudinii*. Interferența prin divizarea amplitudinii apare atunci cînd amplitudinea aceleiași porțiuni a frontului de undă este divizată ca rezultat al reflexiei parțiale la suprafața de separare a două medii optice. Cel mai simplu caz de interferență prin divizarea amplitudinii se obține folosind o lamă transparentă de sticlă cu fețele plan-paralele; schema de principiu a metodei este arătată în figura 3.3. În funcție de parametrii optici implicați, condiția de maxim este dată de expresia

$$2d \cdot \cos r + \frac{\lambda}{2} = k\lambda;\ k = 1,\ 2,\ 3, \ldots, \qquad (3.20)$$

iar condiția de minim este dată de expresia

$$2d \cdot \cos r + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2};\ k = 1, 2, 3, \ldots \qquad (3.21)$$

Deoarece, în funcție de diferența de fază $\Delta\varphi$ dintre cele două raze de lumină, intensitatea luminoasă este dată de expresia

$$I = I_{max}\cos^2\left(\frac{1}{2}\Delta\varphi\right) = I_{max}\sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot nd \cos r\right), \qquad (3.22)$$

franjele de interferență obținute se numesc *franje cosinusoidale pătratice*.

Observație. Conform relației (3.22), o lamă cu fețele plan-paralele privită în reflexie poate să apară fie întunecoasă, fie luminoasă, fie cu luminozitate intermediară, în funcție de parametrii care intervin în argumentul funcției trigonometrice.

Dacă cele două suprafețe ale lamei fac un unghi mic, α, atunci, pentru anumite grosimi ale lamei, date de condiția (3.20),

apar maxime luminoase de interferență, iar pentru alte grosimi ale lamei, date de condiția (3.21), apar minime de interferență. La incidență normală valoarea interfranjei depinde numai de unghiul α și de indicele de refracție n al lamei, pentru o lungime de undă λ dată și este dată de expresia

$$i = \frac{\lambda}{2\alpha n}. \qquad (3.23)$$

Franjele care apar se numesc *franje de egală grosime* sau *franje Fizeau.*

Difracția este fenomenul care apare ca rezultat al compunerii, într-un anumit loc din spațiu, a undelor electromagnetice provenite de la o distribuție continuă de surse discrete și coerente de radiație optică. Vizual fenomenul se manifestă ca și cum radiația optică ar ocoli obstacolele pe care le întîlnește.

Difracția în lumină divergentă se numește *difracție Fresnel*, iar difracția în lumină paralelă se numește *difracție Fraunhofer*. Obiectivul teoriei difracției este calcularea distribuției intensității luminoase dincolo de fronturile de undă distorsionate de obstacolele pe care le întîlnește radiația optică.

Teoria Fresnel a difracției se bazează pe principiul Huygens-Fresnel și implică următoarele presupuneri:

1) fiecare punct al frontului de undă distorsionat emite unde sferice secundare;

2) suprapunerea undelor sferice secundare, cu luarea în considerație a fazei, constituie unda luminoasă care se propagă mai departe;

3) intensitatea luminoasă observată în orice punct din spațiu este proporțională cu pătratul amplitudinii undei.

Teoria Fresnel a difracției în lumină divergentă implică folosirea unui aparat matematic mai complicat, motiv pentru care nu o vom prezenta. Este totuși bine de reținut că distribuția intensității luminoase de pe un ecran, creată de fenomenul de difracție care apare la marginea dreaptă a unui paravan paralel cu ecranul, este de forma arătată în figura 3.4. De remarcat că în punctele de pe ecran care se obțin prin proiecția marginii geometrice a paravanului intensitatea luminoasă este de numai 25% din intensitatea luminoasă care s-ar obține în absența paravanului, precum și variația intensității luminoase în regiunea luminată.

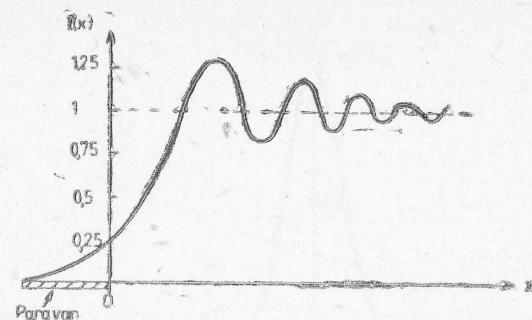


Fig. 3.4.

Difracția Fraunhofer poate fi obținută folosind ca obiecte de difracție orificii circulare, fante dreptunghiulare sau ecrane opace; caracteristica esențială a acestor obiecte de difracție este aceea că nu deformează frontul de undă, ci doar îl „mutilează".

Difracția Fraunhofer pe o fantă, (reprezentată schematic în figura 3.5) este descrisă de următoarea expresie a intensității luminoase

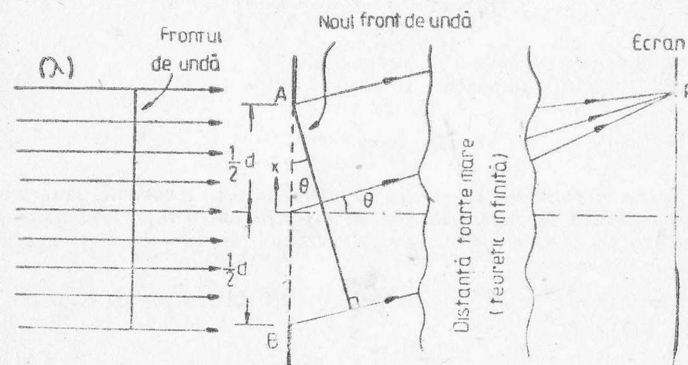


Fig 3.5.

$$I(\theta) = I(0)\left[\frac{\sin(\pi d\theta/\lambda)}{\pi d\theta/\lambda}\right]^2; \quad \sin\theta \simeq \theta. \qquad (3.24)$$

Intensitatea luminoasă, $I(\theta)$, a imaginii de difracție, dată de expresia (3.24), este reprezentată grafic în figura 3.6.

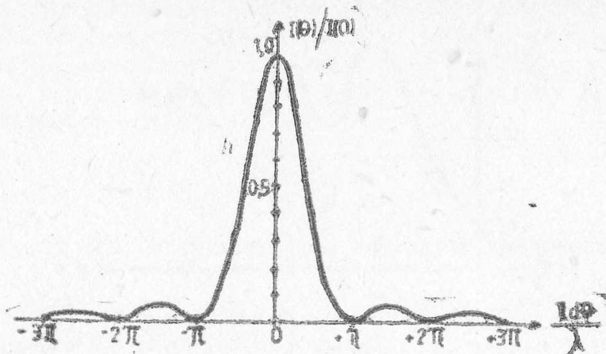


Fig. 3.6.

Prima direcție θ după care se observă întuneric apare atunci cînd :

$$\sin\theta \cong \theta = \frac{\lambda}{d}. \qquad (3.25)$$

Studiul difracției Fraunhofer pe un orificiu circular conduce la următoarea expresie pentru intensitatea luminoasă $I(\theta)$:

$$I(\theta) = I(0)\left[\frac{2J_1(\pi d\theta/\lambda)}{\pi d\,\theta/\lambda}\right]^2 \qquad (3.26)$$

unde $J_1(x)$ este funcția Bessel de ordinul întîi.

Prima direcție θ după care se observă întuneric apare atunci cînd

$$\sin\theta \cong \theta = 1{,}22\frac{\lambda}{d}. \qquad (3.27)$$

Difracția Fraunhofer pe o rețea de difracție este fenomenul care are cele mai largi implicații practice. *Rețeaua de difracție este o suprafață optică plană sau curbă, cu un număr foarte mare de trăsături care acoperă diafragma optică a unui aparat optic.*

Diferența de drum a două raze difractate printr-o rețea optică (fig. 3.7) este

$$d(\sin i \pm \sin\alpha) = k\lambda;\ k = 0,\ \pm 1,\ \pm 2 \text{ etc.}, \qquad (3.28)$$

unde d este constanta rețelei, i este unghiul de incidență, iar α este unghiul de difracție.

Lățimea, L, a rețelei de difracție este dată de expresia

$$L = \frac{k}{\cos i_{max}}. \qquad (3.29)$$

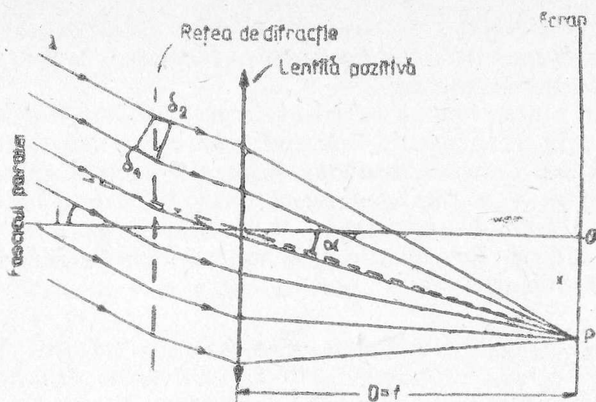


Fig. 3.7.

unde h este dimensiunea liniară a secțiunii transversale a unui fascicul de lumină, iar i_{max} este valoarea maximă a unghiului de incidență.

Dispersia unghiulară a rețelei de difracție este dată de expresia :

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{k}{d \cdot \cos \alpha}. \qquad (3.30)$$

Puterea de separare a rețelei de difracție este dată de expresia :

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{Nd(\sin i \pm \sin \alpha)}{\lambda}, \qquad (3.31)$$

unde N este numărul total de trăsături.

Pentru o rețea de difracție dată, puterea de separare maximă va fi

$$\left(\frac{\lambda}{\Delta\lambda}\right)_{max} = \frac{2L}{\lambda}. \qquad (3.32)$$

Variația cîmpului electromagnetic are loc pe o direcție perpendiculară pe direcția de propagare, fără să existe simetrie de rotație în jurul direcției de propagare ; *absența unei astfel de simetrii se numește polarizare*. Cînd vorbim de polarizare, trebuie

să spunem *polarizarea luminii* şi nu polarizarea undelor luminoase. *Planul definit de vibrația electrică și de direcția de propagare se numește plan de polarizare.*

Putem obţine lumină polarizată prin reflexie, prin absorbţie selectivă, prin birefringenţă, folosind lame întîrzietoare etc.

Legea lui Brewster arată că lumina reflectată la suprafața unui dielectric este total polarizată, dacă între unghiul de incidență, i, indicele de refracţie n_1 al mediului în care se propagă lumina și indicele de refracție n_2 al mediului dielectric există relația de interdependență

$$\operatorname{tg} i = \frac{n_2}{n_1} = n. \qquad (3.33)$$

Legea lui Malus arată că intensitatea luminii care trece prin analizor este proporţională cu pătratul cosinusului unghiului θ, dintre direcţia de vibraţie a luminii incidente și direcția de vibrație a luminii transmise, deci

$$I_t = I_0 \cdot \cos^2\theta. \qquad (3.34)$$

Diferența de drum optic, δ, apărută între razele extraordinară şi ordinară la trecerea luminii liniar polarizate printr-o lamă birefringentă de grosime Δz este

$$\delta = (n_e - n_o) \cdot \Delta z, \qquad (3.35)$$

unde n_e şi n_o sînt indicii de refracție ai razelor respective.

Aplicații

3.1. Deduceți expresia interfranjei în cazul dispozitivului Young, în funcție de lungimea de undă a radiaţiei optice, de distanța dintre fantele dispozitivului şi de distanța de la planul fantelor la ecranul pe care se obţine imaginea de interferență.

3.2. Arătaţi că dacă în fața uneia dintre fantele dispozitivului Young se aşază un film transparent de grosime e și indice de refracție n constant, atunci imaginea de interferență se deplasează către partea unde a fost introdus filmul cu distanța $\Delta x = ki$, unde i este interfranja, iar k se obţine din egalitatea $e(n-1) = k\lambda$.

3.3. Deduceți expresia de variație a intensității luminoase pe ecranul de interferență al dispozitivului Young, $I(r, \theta)$, și condițiile de maxim și de minim ale intensității luminoase cînd $\varphi_{10} = \varphi_{20}$.

3.4. Calculați condițiile de maxim de interferență și de minim de interferență în cazul experienței cu lama cu fețele plan-paralele iluminată sub un anumit unghi de incidență, cu radiație optică monocromatică.

3.5. Deduceți expresia interfranjei pentru pana optică iluminată cu radiație optică monocromatică.

3.6. Deduceți expresia care definește maximele de difracție în cazul unei rețele optice iluminate cu radiație optică monocromatică. Discutați rezultatele obținute pentru iluminări sub un unghi diferit de zero și sub incidență normală atît în transmisie, cît și în reflexie.

3.7. Imediat după realizarea experimentului cu două fante, cunoscut sub denumirea de experimentul Young, au apărut obiecții în legătură cu faptul că franjele luminoase și întunecoase obținute de Young s-ar fi datorat, probabil, unor modificări complicate pe care le-ar fi suferit lumina la marginea fantelor și nu ar fi fost rezultatul interferenței. Înlăturarea acestor obiecții se datorează lui Fresnel, care a realizat mai multe experiențe noi prin care se puneau în evidență franjele de interferență ; una dintre aceste experiențe este cunoscută sub denumirea de *biprisma Fresnel*. Comparînd cele două experiențe, cu dispozitivul Young și cu biprisma Fresnel, arătați care sînt asemănările și care sînt deosebirile dintre ele.

3.8. Ce semnificație fizică are exprimarea „ocolirea aparentă a obstacolelor", care apare în definirea fenomenologică a fenomenului de difracție? Care este definiția corectă a fenomenului de difracție? Dar a celui de interferență? Ce concluzii puteți trage din compararea imaginii de interferență cu imaginea de difracție?

3.9. De ce nu este corect să se spună *polarizarea undelor* și este corect să se spună *polarizarea radiației optice*?

3.10. De ce atunci cînd grosimea filmului transparent așezat în fața sau în spatele uneia dintre fantele dispozitivului Young, depășește o anumită valoare, imaginea de interferență dispare? Ce determină grosimea minimă la care dispare imaginea de interferență?

3.11. Imaginea de interferență obținută pe ecranul dispozitivului Young corespunde radiației galbene a mercurului, cu lungimea de undă de 546 nm. Măsurîndu-se pozițiile franjelor de interferență cu ajutorul unui micrometru ocular, se găsește că pe o distanță de 10,92 mm sînt conținute 20 franje luminoase consecutive. Calculați distanța dintre fantele dispozitivului Young, dacă distanța de la planul fantelor la ecran este egală cu 0,8 m.

3.12. Pe ecranul unui dispozitiv Young se obţin simultan imaginile de interferenţă corespunzătoare radiaţiilor optice cu lungimile de undă de 400 nm şi, respectiv, 600 nm, provenite de la sursele punctiforme aşezate pe axa de simetrie a dispozitivului. Discutaţi cele două imagini de interferenţă în interdependenţă, dacă distanţa dintre fante este de 1,5 mm, iar distanţa de la planul fantelor la ecran este de 2 m.

3.13. Se realizează experimentul Young folosind radiaţia optică cu lungimea de undă de 500 nm. Acoperind una dintre fantele dispozitivului cu un film transparent dintr-un material cu indicele de refracţie egal cu 1,4, franja de interferenţă de ordinul zero, luminoasă, se deplasează cu 3,6 interfranje faţă de poziţia iniţială. Calculaţi : a) variaţia drumului optic datorată prezenţei filmului transparent ; b) grosimea filmului transparent. Discutaţi imaginea de interferenţă în cazul în care grosimea filmului transparent ar fi de 1 mm.

3.14. Pe axa de simetrie a două fante paralele, înguste, aflate la distanţa de 1 mm una de alta, se aşază o sursă punctiformă de radiaţie optică cu lungimea de undă de 643,8 nm (lumină roşie). Calculaţi distanţa de la franja centrală luminoasă la cea de a treia franjă de interferenţă întunecoasă, dacă distanţa de la planul fantelor la ecran este de 1 m. Cum sînt dispuse franjele de interferenţă faţă de fante?

3.15. Într-o experienţă Young în care se foloseşte radiaţia optică cu lungimea de undă de 550 nm franja luminoasă centrală se obţine exact pe axa de simetrie a sistemului. Cînd în faţa uneia dintre fante se aşază un film transparent dintr-un material cu indicele de refracţie egal cu 1,45, se constată că franja luminoasă centrală ocupă locul celei de a patra franje luminoase (verificarea făcîndu-se în lumină albă). Calculaţi grosimea filmului transparent.

3.16. Într-o experienţă Young cele două fante sînt iluminate cu radiaţia galbenă cu lungimea de undă de 587,6 nm, provenită de la o lampă spectrală de heliu, aşezată pe axa de simetrie a dispozitivului. Cînd între una dintre fantele dispozitivului (de exemplu fanta S_1) şi ecran se introduce un film transparent cu grosimea e şi indicele de refracţie $n=1,5$, se constată că franja centrală luminoasă ocupă locul celei de a cincea franje întunecoase. Se scoate filmul transparent şi se introduce între fanta S_1 şi sursa de radiaţie optică. Calculaţi : a) grosimea filmului transparent ; b) poziţia faţă de axa de simetrie a franjei luminoase de ordinul zero, atunci cînd filmul transparent se află între fanta S_1 şi sursa

de radiație optică. Cum se poate stabili experimental poziția franjei centrale luminoase de ordinul zero, știut fiind că în lumină monocromatică aceasta nu se deosebește de franjele luminoase învecinate?

3.17. Se realizează experiența Young în condițiile în care distanța dintre fantele dispozitivului este de 2 mm, iar distanța de la planul fantelor la ecran este de 1,2 m. Fantele dispozitivului sînt iluminate cu radiație optică cu lungimea de undă egală cu aproximativ 434 nm, provenită de la o lampă spectrală de hidrogen, așezată pe axa de simetrie a dispozitivului. Calculați: a) valoarea interfranjei; b) valoarea interfranjei, dacă distanța dintre fante se reduce la jumătate, toate celelalte condiții de la punctul *a* rămînînd neschimbate; c) valoarea interfranjei, dacă distanța de la planul fantelor la ecran crește de două ori, toate celelalte condiții de la punctul *a* rămînînd neschimbate; d) valoarea interfranjei, dacă atît distanța dintre fante cît și distanța de la planul fantelor la ecran cresc de două ori; e) valoarea interfranjei, dacă, menținînd distanțele de la punctul *a* neschimbate experiența s-ar putea realiza într-un mediu optic transparent, omogen și izotrop, cu indicele de refracție egal cu 1,2.

3.18. Pe ecranul unui dispozitiv Young se obține imaginea de interferență a unei surse de radiație optică de tipul arc electric de carbon, care imită radiația Soarelui. Cunoscînd că distanța dintre fantele dispozitivului este de 1,5 mm, iar distanța de la planul fantelor la ecran este de 1,5 m, se cere să se discute imaginea de interferență obținută, știut fiind că, în experiența respectivă imaginile de interferență pot fi percepute separat (așa cum rezultă din folosirea filtrelor) numai pentru radiația optică cu lungimile de undă în vid cuprinse între 400 nm și 700 nm.

3.19. Un elev care realizează o experiență cu dispozitivul Young constată experimental că dacă fantele dispozitivului sînt prea depărtate una de alta, imaginea de interferență obținută pe ecran dispare. Elevul are la dispoziție o lampă spectrală cu vapori de sodiu, care emite radiație optică cu lungimea de undă de aproximativ 589 nm, și cunoaște distanța de la planul fantelor la ecran, egală cu 1 m; el nu are însă la dispoziție nici un mijloc de a măsura distanța dintre fantele dispozitivului. Aducîndu-și aminte că rezoluția unghiulară a ochiului său este egală cu un minut de arc, elevul privește imaginea de interferență cu ochiul aflat în planul fantelor (distanța de la ochi la ecran fiind deci de 1 m) și reușește astfel să calculeze valoarea distanței dintre fantele dispozitivului, corespunzătoare situației cînd imagi-

nea de interferență abia se mai observă. Cum a procedat elevul și care este valoarea obținută?

3.20. În cadrul operației de asamblare a dispozitivului Young s-a făcut eroarea că, deși planul fantelor era paralel cu ecranul, distanțele de la cele două fante, de altfel identice, la axa optică a sistemului definită de perpendiculara dusă din locul în care se află sursa punctiformă de radiație optică pe planul fantelor, nu erau egale. Cunoscînd distanța dintre fante, egală cu 1 mm, distanța de la planul fantelor la ecran, egală cu 1,5 m, și lungimea de undă a radiației optice folosite, egală cu 500 nm, calculați: a) eroarea care se face în cunoașterea valorii exacte a interfranjei, dacă eroarea de cunoaștere a distanței dintre fantele dispozitivului este de 1 μm; b) poziția pe ecran a franjei luminoase de ordinul zero, față de axa optică, dacă distanța de la sursa de radiație optică punctiformă la una din fante este cu 1 μm mai mare decît distanța la cealaltă fantă; c) cum se poate proceda ca franja centrală luminoasă, de ordinul zero, să se formeze pe axa optică fără schimbarea poziției sursei de radiație optică și fără modificarea distanțelor geometrice implicate?

3.21. Un elev își propune să verifice experimental cunoștințele teoretice privitoare la interferența luminii în cadrul experienței Young. El are la dispoziție bancul optic pe care este montat dispozitivul Young, o sursă spectrală de mercur, de dimensiuni mici, astfel încît aceasta să poată fi considerată punctiformă, un bec electric de dimensiuni mici, care poate fi considerat ca o sursă punctiformă de lumină albă, un micrometru ocular, pe care-l folosește pentru determinarea pozițiilor franjelor de interferență, filme transparente de grosimi convenabile și filtre optice. Elevul realizează experiența propusă în mai multe etape.

1. Mai întîi el aliniază dispozitivul Young așa fel încît axa sa optică să coincidă cu axa de simetrie a bancului optic. Fixează apoi distanța dintre fante la 1,6 mm una de alta, simetric față de axa optică și așază ecranul paralel cu planul fantelor, la distanța de 2 m. Așază apoi sursa de radiație optică cu mercur pe axa optică, la distanța de 2 m de planul fantelor și cu ajutorul unui filtru adecvat iluminează fantele dispozitivului cu radiația optică avînd lungimea de undă de 546 nm (radiația verde). Folosind micrometrul ocular, elevul măsoară distanța pe care o subîntinde douăzeci de franje luminoase consecutive și găsește valoarea de 13,75 mm. Se cere să arătați dacă această valoare este cea prezisă de teorie.

2. Elevul deplasează sursa punctiformă de radiație optică după direcția paralelă cu distanța dintre fante, cu 5 mm. Se cere să calculați poziția față de axa de simetrie a sistemului în care se va obține franja luminoasă de ordinul zero, cum poate ea fi pusă în evidență experimental și cum poate fi readusă pe axa de simetrie, fără să se modifice poziția sursei de radiație optică sau distanțele geometrice implicate.

3. Elevul revine la condițiile experimentale de la punctul 1, însă folosește două filtre optice, astfel încît fantele dispozitivului sînt iluminate simultan cu radiația optică cu lungimile de undă egale cu 546 nm și 491,4 nm. Se cere să aflați care sînt ordinele de interferență, corespunzătoare celor două lungimi de undă la care se realizează suprapunerea unora dintre maximele luminoase ale celor două imagini de interferență și la ce distanță minimă de axa de simetrie maximul luminos al unei imagini de interferență se suprapune peste minimul întunecos al celeilalte imagini de interferență.

4. În condițiile de la punctul 1, cînd este prezentă sursa de radiație optică cu lungimea de undă de 546 nm, elevul introduce în calea unuia dintre fasciculele de lumină provenind de la una dintre fante o lamă transparentă de sticlă optică cu grosimea de 2 mm. Spre surprinderea lui, imaginea de interferență dispare. Puteți să explicați de ce a dispărut imaginea de interferență?

5. Intrigat de rezultatul obținut la punctul precedent, elevul introduce și în calea celuilalt fascicul de radiație optică (provenit de la cealaltă fantă a dispozitivului) lame de material optic transparent cu același indice de refracție $n = 1,5$ ca și cel al lamei de sticlă cu grosimea de 2 mm, menținută în calea fasciculului provenit de la prima fantă. El constată că pentru o anumită grosime a uneia dintre lamele introduse în calea celui de-al doilea fascicul de radiație optică franja luminoasă de ordinul zero se formează la distanța de 3,4125 mm de axa optică, fapt verificat prin folosirea becului ca sursă de radiație optică. Care este grosimea celei de-a doua lame de sticlă optică?

3.22. Într-o experiență cu biprisma Fresnel, separarea unghiulară dintre cele două surse virtuale coerente de radiație optică este de o jumătate de grad, distanța de la sursa reală de radiație optică la prismă este de 0,25 m, iar distanța de la prismă la ecran este de 1 m. Calculați lungimea de undă a radiației optice folosite, știind că distanța de la franja luminoasă centrală de ordinul zero la franja luminoasă de ordinul zece este de 4 mm.

3.23. Pentru realizarea unei experiențe cu biprisma Fresnel, în lipsa unei astfel de biprisme s-a luat o lentilă plan-convexă, subțire și s-a detașat din porțiunea centrală materialul pe o grosime d. S-au unit cele două părți rămase ale lentilei, obținîndu-se o biprismă Fresnel subțire. De o parte a biprismei astfel obținute s-a așezat, pe axa optică, o sursă punctiformă de radiație optică cu lungimea de undă de 500 nm, iar de cealaltă parte s-a așezat un ecran. Știind distanța focală a lentilei plan-convexe, subțiri egală cu 0,5 m și valoarea interfranjei egală cu 0,5 mm precum și faptul că interfranja nu se modifică cînd ecranul se depărtează sau se apropie de biprismă, calculați valoarea lui d.

3.24. Un elev realizează o experiență cu biprisma Fresnel în următoarele condiții :

— sursa de radiație optică se află pe axa optică a sistemului ;

— distanța dintre sursa de radiație optică și biprismă este $D' = 0{,}5$ m ;

— distanța dintre biprismă și ecran este $D'' = 1{,}5$ m ;

— lungimea de undă a radiației optice este $\lambda = 500$ nm.

Măsurînd cu ajutorul micrometrului ocular distanța subîntinsă pe ecranul de interferență de douăzeci de franje luminoase consecutive, el găsește valoarea $\Delta y = 10$ mm. Elevul vrea să verifice pe cale teoretică rezultatul obținut din măsurători, însă nu cunoaște distanța d dintre sursele coerente, virtuale de radiație optică. El știe însă că biprisma este confecționată din sticlă optică al cărei indice de refracție este $n = 1{,}5$, iar unghiul prismei este $A = 0{,}25$ grade. În plus elevul mai observă că fasciculele de radiație optică luminoasă care interferă cad aproximativ perpendicular pe ecran. Puteți să-l ajutați să-și verifice rezultatul obținut ?

3.25. Care trebuie să fie grosimea e a unei pelicule de soluție de săpun cu indicele de refracție $n = 1{,}38$, pentru ca să apară neagră atunci cînd este iluminată cu radiația galbenă a sodiului cu lungimea de undă $\lambda = 589{,}3$ nm în următoarele cazuri : a) iluminarea se face sub unghiul de incidență de 60° ; b) iluminarea se face sub unghiul de incidență căruia îi corespunde unghiul de refracție de 60° ; c) iluminarea se face normal.

3.26. O peliculă subțire dintr-un material transparent, omogen și izotrop are grosimea $e = 1$ μm și indicele de refracție $n = 1{,}4$. Calculați lungimea de undă a radiației optice monocromatice, incidente sub unghiul de 30° care determină la suprafața de incidență maxime de interferență de ordinul patru.

3.27. Pe suprafața unei pelicule de ulei transparentă, omogenă și izotropă cu grosimea $e = 1{,}5$ μm și cu indicele de refracție $n = 1{,}35$ cade normal radiația optică cu lungimile de undă de

675 nm (culoare roşie) şi respectiv 450 nm (culoare albastră). Ce culoare va avea pelicula cînd este privită în reflexie?

3.28. O pană optică, obţinută dintr-un material optic transparent, omogen şi izotrop cu indicele de refracţie $n = 1,5$ este iluminată normal cu radiaţia optică a cărei lungime de undă este $\lambda = 600$ nm. Cunoscînd distanţa dintre două franje întunecoase vecine, egală cu 0,5 mm, calculaţi unghiul penei optice.

3.29. Două lame de sticlă optică avînd feţele plan-paralele sînt unite la unul din capete iar la celălalt capăt sînt separate de un distanţor. Cînd pana de aer astfel obţinută este examinată sub incidenţă normală, folosind radiaţia galbenă a sodiului cu lungimea de undă de aproximativ 589,8 nm se obţin, în reflexie, douăsprezece franje întunecoase de interferenţă. Care este grosimea distanţorului?

3.30. O fantă dreptunghiulară cu lăţimea de 0,1 mm este iluminată în lumină paralelă cu radiaţia roşie, avînd lungimea de undă de 600 nm, iar figura de difracţie se obţine pe un ecran aşezat la distanţa de 0,5 m de planul fantei. Calculaţi distanţa dintre maximul central luminos şi cea de-a treia bandă întunecoasă.

3.31. Isaac Newton, adversar al teoriei ondulatorii asupra luminii, a realizat cîteva experienţe fundamentale în optică, experienţe care au putut fi explicate numai pe baza teoriei pe care el nu o accepta. Una dintre aceste experienţe implică folosirea unei suprafeţe reflectătoare deasupra căreia se aşază o lentilă plan-convexă cu raza de curbură R mare, aşa cum se arată în figura 3.31. Între suprafaţa plană şi suprafaţa convexă a lentilei se formează un strat de aer de grosime d variabilă. Dacă se iluminează cu lumină monocromatică o asemenea „pană de aer", se obţin franje de interferenţă circulare şi concentrice, care indică locul geometric al punctelor de egală grosime ale „penei optice" de aer. Aceste franje de interferenţă sînt cunoscute sub denumirea de inelele lui Newton.

Folosind teoria de la pana optică normală şi ţinînd seama de reprezentarea grafică din figură, de-

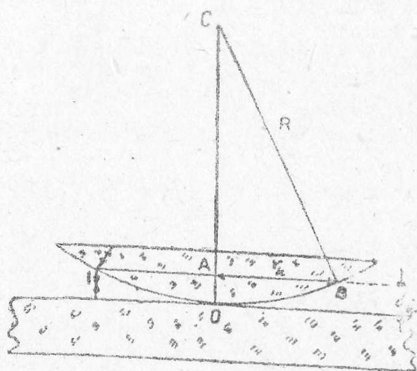


Fig. 3.31.

terminați condițiile de maxim de interferență și de minim de interferență în funcție de raza R a lentilei, de raza r_k a unui inel de ordinul k, de lungimea de undă λ și de unghiul de incidență i pe suprafața plană.

3.32. Arătați că atunci cînd în experiența lui Newton imaginea de interferență se privește în reflexie pentru situația incidentei normale pe suprafața plană, se obține condiția

$$r_k^2 - r_{k'}^2 = (k - k')R,$$

unde k și k' sînt ordine de interferență oarecare (sau maxime sau minime de interferență).

3.33. În cazul experienței lui Newton sistemul optic este iluminat cu lumină roșie avînd lungimea de undă egală cu 670 nm, așa fel încît unghiul de incidență pe suprafața plană este egal cu zero. Într-o asemenea situație imaginea de interferență constă dintr-un spot întunecos, situat în punctul de contact dintre cele două suprafețe, plană și sferică, înconjurat de inele concentrice luminoase și întunecoase. Considerînd raza inelului întunecos de ordinul douăzeci egală cu 2,5 cm, calculați raza de curbură a lentilei.

3.34. Calculați distanța pe rază dintre inelul luminos de ordinul al douăzeci și unulea și inelul luminos de ordinul al douăzecilea, atunci cînd imaginea de interferență se obține cu dispozitivul Newton sub incidență normală, dacă distanța dintre inelul luminos de ordinul al treilea și inelul luminos de ordinul al doilea este egală cu 1 mm. Observarea imaginii se face în reflexie.

3.35. Distanța dintre fantele unui dispozitiv Young este de 1,8 mm, iar distanța de la planul fantelor la ecran este de 1,5 m. Calculați : a) grosimea unui film transparent cu $n = 1,45$, care, așezat în drumul uneia dintre fante, face ca franja centrală luminoasă să se deplaseze cu 3 mm ; b) grosimea unui al doilea film transparent, care, așezat în drumul celeilalte fante, readuce franja centrală luminoasă în poziția inițială, dacă indicele de refracție al filmului este de 1,60.

3.36. Într-o experiență Young, în care distanța dintre fante este de 1 mm, distanța de la planul fantelor la ecran este de 2 m, iar lungimea de undă a radiației optice monocromatice este de 600 nm, se constată că valoarea experimentală a interfranjei, egală cu 1,25 mm, nu coincide cu valoarea teoretică. Întrucît singura sursă de erori experimentale este neperpendicularitatea ecranului pe axa optică, determinați unghiul pe care normala la suprafața plană a ecranului îl face cu axa optică.

3.37. O rețea de difracție plană are 800 linii/milimetru și este iluminată normal cu radiație optică monocromatică. Maximul luminos de ordinul al doilea se formează sub unghiul de difracție egal cu 75°. Calculați lungimea de undă a radiației optice folosite.

3.38. O rețea de difracție plană care are 800 linii/milimetru este iluminată sub unghiul de incidență de 15°, cu radiație optică monocromatică. Maximul luminos de ordinul unu se formează sub unghiul de difracție de 30°, de cealaltă parte a normalei la rețea. Calculați lungimea de undă a radiației optice folosite.

3.39. O rețea de difracție plană care are 1 000 linii/milimetru este iluminată sub unghiul de incidență de 15°, cu radiație optică monocromatică. Maximul luminos de ordinul al doilea se obține sub unghiul de difracție de 30°, de aceeași parte a normalei la rețea. Calculați lungimea de undă a radiației optice folosite.

3.40. Asupra unei rețele de difracție plane, construită pentru a funcționa în infraroșu, se trimite normal radiația optică cu lungimea de undă egală cu 1 200 nm. Cunoscînd că rețeaua are 200 linii/milimetru, calculați unghiul sub care se formează maximul de difracție de ordinul al doilea și arătați dacă rețeaua permite și obținerea maximului de difracție de ordinul al cincelea, cînd se folosește aceeași radiație optică.

3.41. Arătați că atunci cînd o rețea de difracție plană este iluminată normal cu lumină albă, maximul luminos de ordinul al doilea al radiației roșii cu lungimea de undă de 700 nm se formează sub un unghi de difracție mai mare decît cel corespunzător maximului luminos de ordinul al treilea al radiației violete cu lungimea de undă de 400 nm, indiferent de caracteristicile rețelelor de difracție care permit obținerea ordinelor considerate.

3.42. O rețea de difracție plană cu 500 linii/milimetru este iluminată normal cu lumină albastră cu lungimea de undă de 500 nm. Calculați : a) unghiul sub care se formează maximul luminos de ordinul al doilea ; b) ordinul luminos maxim care se mai poate forma.

3.43. O rețea de difracție plană care are 1 800 linii/milimetru este iluminată normal cu radiația optică monocromatică a cărei lungime de undă este egală cu 536,6 nm. Calculați : a) numărul total al maximelor luminoase care se pot obține ; b) lungimea de undă a unei alte radiații optice al cărei maxim luminos de ordinul al doilea se formează sub același unghi de difracție ca și maximul luminos de ordinul întîi al radiației precedente ; c) numărul total al maximelor de difracție care se pot obține cînd se folosește cea de-a doua radiație optică.

3.44. O rețea de difracție plană cu 900 linii/milimetru este iluminată normal cu radiația optică a cărei lungime de undă este egală cu 536,6 nm. Calculați : a) unghiul sub care se formează maximul luminos de ordinul al doilea ; b) lungimea de undă a unei alte radiații optice care sub incidența de 15° determină formarea maximului luminos de ordinul al doilea sub același unghi de difracție ca și maximul luminos de ordinul al doilea al radiației precedente.

3.45. O rețea de difracție care are 16 000 linii și lățimea de 4 cm este iluminată sub unghiul de incidență de 15° cu radiația optică a cărei lungime de undă este egală cu 420 nm. Calculați : a) unghiul de difracție sub care se formează maximul luminos de ordinul zero ; b) unghiul de difracție sub care se formează maximul luminos de ordinul al doilea ; c) numărul total al maximelor luminoase care se pot forma.

3.46. O rețea de difracție are lățimea de 4 cm și $8 \cdot 10^3$ linii. Cînd radiația optică monocromatică este incidentă sub unghiul de 30° pe rețea, maximul luminos de ordinul al doilea se formează sub unghiul de 60°, de cealaltă parte a normalei. Calculați : a) lungimea de undă a radiației optice ; b) lungimea de undă a radiației optice care ar determina formarea maximului de difracție de ordinul al doilea tot sub unghiul de difracție de 60°, însă de aceeași parte a normalei (discuție) ; c) numărul maxim al maximelor de difracție care se pot forma pentru fiecare radiație optică.

3.47. O rețea de difracție plană cu constanta egală cu 10^{-6} m este iluminată sub un anumit unghi de incidență constant, cu radiația optică monocromatică a cărei lungime de undă este egală cu 500 nm. Maximul luminos de ordinul al doilea se obține sub unghiul de difracție numeric egal cu unghiul de incidență. Calculați : a) unghiul de incidență ; b) numărul total al maximelor luminoase care se pot forma.

3.48. Radiațiile optice cu lungimile de undă λ_1 și, respectiv, λ_2 sînt incidente sub unghiul de 45° pe o rețea de difracție plană cu $2 \cdot 10^4$ linii și lățimea de 4 cm. Valorile unghiurilor de difracție corespunzătoare maximelor de difracție de ordinul al doilea sînt egale cu 30° și, respectiv, 60°, primul fiind de aceeași parte a normalei ca și unghiul de incidență, iar cel de-al doilea fiind de cealaltă parte a normalei. Calculați : a) lungimile de undă ale radiațiilor optice monocromatice ; b) distanța dintre pozițiile celor două maxime de difracție, dacă acestea se obțin în planul focal al unei lentile convergente cu distanța focală de 1 m ; c) ordinul maxim de difracție care se poate forma în fiecare caz ; d) numărul

total al maximelor de difracție care se pot forma în fiecare caz. Discutați rezultatele obținute în raport cu cele două lungimi de undă și cu posibilitățile unei rețele de difracție.

3.49. Calculați lungimea de undă a unei radiații optice monocromatice al cărei maxim luminos de ordinul al treilea coincide cu maximul luminos de ordinul al doilea al radiației optice monocromatice cu lungimea de undă de 690 nm.

3.50. Folosind o rețea de difracție cu $2 \cdot 10^2$ linii/milimetru și o lentilă convergentă cu distanța focală de 1 m, maximul luminos de ordinul întîi al unei radiații optice monocromatice, incidentă normal pe rețea se formează la distanța de 10 cm de maximul luminos de ordinul zero, imaginea de interferență-difracție obținîndu-se pe un ecran așezat în planul focal al lentilei. Calculați lungimea de undă a radiației optice.

3.51. Un fascicul paralel de radiație optică monocromatică este incident normal pe o rețea de difracție plană a cărei constantă este egală cu 10 μm. Imaginea de interferență-difracție se obține pe un ecran așezat în planul focal al unei lentile convergente cu distanța focală de 0,25 m. Cunoscînd lungimea de undă a radiației optice monocromatice, egală cu 650 nm, calculați : a) unghiul de difracție corespunzător maximului luminos de ordinul al doilea ; b) distanța pe ecran dintre poziția maximului luminos central și poziția maximului luminos de ordinul întîi ; c) numărul total al maximelor luminoase care se pot forma.

3.52. Calculați ordinul maxim al spectrului de difracție și numărul total al maximelor luminoase care se pot obține folosind o rețea de difracție cu 500 linii/milimetru, atunci cînd este iluminată cu radiația optică luminoasă cu lungimea de undă de 590 nm, în condițiile : a) iluminarea este normală ; b) iluminarea se face sub unghiul de incidență de 30°.

3.53. O rețea de difracție cu lățimea de 4 cm și cu 1 200 linii/ /milimetru este destinată să funcționeze în domeniul lungimilor de undă cuprinse între 380 nm și 760 nm. Considerînd că radiația optică este incidentă normal pe rețeaua de difracție, calculați : a) lărgimea unghiulară a spectrului de ordinul întîi ; b) puterea de separare a rețelei pentru lungimea de undă de 500 nm ; c) puterea de separare maximă.

3.54. O rețea de difracție plană cu 600 linii/milimetru este iluminată cu radiație optică sub unghiul de incidență al cărui sinus este egal cu 0,4. Calculați : a) domeniul lungimilor de undă al spectrului de radiație optică corespunzătoare căruia de o parte a maximului luminos de ordinul zero se formează cinci maxime

luminoase, iar de cealaltă parte a maximului luminos de ordinul zero se formează două maxime luminoase; b) numărul total al maximelor luminoase pe care le poate forma rețeaua de difracție atunci cînd este iluminată, sub unghiul de incidență de 30°, cu radiația optică monocromatică a cărei lungime de undă este egală cu 500 nm.

3.55. O rețea de difracție plană avînd 5 000 de trăsături și lățimea de 4 cm este iluminată normal cu lumină albă, al cărei spectru este cuprins între 380 nm și 760 nm, imaginea de interferență-difracție obținîndu-se pe un ecran așezat în planul focal al unei lentile convergente cu distanța focală de 1m. Calculați : a) lungimea de undă a radiației optice al cărei maxim luminos de ordinul al doilea se obține la distanța de 10 cm de axa optică a lentilei ; b) lungimea de undă a radiației optice al cărei maxim luminos de ordinul întîi se obține la distanța de 7,5 cm de axa optică a lentilei ; c) distanța pe ecran dintre maximul luminos de ordinul întîi și maximul luminos de ordinul al doilea obținute în lumină albă.

3.56. O rețea de difracție plană avînd constanta de $1,52 \cdot 10^{-3}$ mm este iluminată normal cu lumină albă al cărei spectru este cuprins între 380 nm și 760 nm. Calculați : a) lungimea de undă a radiației optice al cărei maxim luminos de ordinul al doilea se formează sub unghiul de difracție de 45° ; b) distanța față de maximul central de ordinul zero la care începe suprapunerea maximelor luminoase, dacă figura de difracție se obține pe un ecran așezat la distanța de 1 m de rețeaua optică.

3.57. Lumina provenită de la Soare cade pe suprafața unui dielectric al cărui indice de refracție este egal cu $\sqrt{3}$. Calculați valoarea unghiului de incidență corespunzător căruia lumina reflectată este total polarizată.

3.58. Lumina liniar polarizată cu intensitatea luminoasă I, trece printr-un analizor așa fel că direcția de vibrație a luminii incidente face unghiul de 30° cu direcția de vibrație a luminii transmise. Calculați fracțiunea din lumina incidentă transmisă de analizor.

3.59. Un polaroid nu este un polarizor perfect. Cînd pe un polaroid cade lumină plan-polarizată, polaroidul transmite o fracțiune α din lumina incidentă cu atît mai mare cu cît direcția de vibrație a luminii incidente este mai apropiată de direcția paralelă cu axa de transmisie a polaroidului. Dacă direcția de vibrație a luminii incidente este perpendiculară pe axa de transmisie a polaroidului, fracțiunea din lumina incidentă transmisă este mică.

Fie trei asemenea polaroizi aranjaţi axial, aşa fel ca primul şi ultimul să fie încrucişaţi (au axele de transmisie perpendiculare), iar cel din mijloc are axa de transmisie sub unghiul de 45° faţă de axele de transmisie ale celorlalţi doi polaroizi. Care va fi fracţiunea din intensitatea luminii incidente, nepolarizate care poate trece printr-un astfel de sistem? Să presupunem că lumina incidentă este plan-polarizată. Va afecta această presupunere analiza problemei?

3.60. Fie doi polaroizi, primul marcat HN—32 şi cel de-al doilea marcat HN—64, dispuşi aşa fel că au axele de transmisie paralele, iar planele celor doi polaroizi sînt, de asemenea, paralele. Ce fracţiune din lumina incidentă nepolarizată va fi transmisă de sistemul celor doi polaroizi?

Capitolul 4

SUPRAFEȚE PLANE ȘI SUPRAFEȚE SFERICE

Teorie

Două sau mai multe medii optice transparente sînt separate unele de altele prin suprafețe numite *dioptri*. Propagarea luminii prin mediile optice, via suprafețele de separare (dioptri) se studiază în cadrul *opticii geometrice*. De reținut că în cadrul opticii geometrice sîntem interesați numai de cunoașterea direcțiilor principale de propagare a luminii, fără a lua în considerație împrăștierea luminii, ca rezultat al fenomenului de difracție.

Optica geometrică se bazează pe *patru principii*

1. *Principiul propagării rectilinii* a razelor de lumină arată că într-un mediu transparent, omogen și izotrop lumina se propagă în linie dreaptă. Acest principiu introduce și noțiunile de *rază* și de *fascicul de lumină* (sau fascicul luminos). După formă putem avea : *fascicul paralel de lumină* (razele de lumină fiind paralele), *fascicul divergent de lumină* (razele de lumină diverg din același punct) și *fascicul convergent de lumină* (razele de lumină

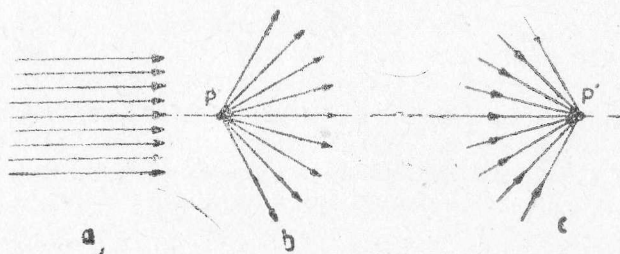


Fig 4.1.

converg în același punct). Reprezentarea schematică a acestor fascicule este arătată în figura 4.1

2. *Principiul propagării independente a fasciculelor de lumină* arată că două sau mai multe fascicule de lumină care se in

tersectează nu interacţionează unele cu altele, fiecare fascicul de lumină propagîndu-se ca şi cum celelalte fascicule de lumină nu ar fi prezente.

3. *Principiul reversibilităţii drumului optic* arată că drumul parcurs de o rază de lumină atunci cînd se propagă dintr-un punct oarecare *A* către un punct oarecare *B* este identic cu parcursul pe care l-ar urma raza de lumină dacă s-ar putea propaga invers, adică de la punctul *B* către punctul *A*.

4. *Principiul lui Fermat* arată că timpul de propagare a luminii între două puncte de-a lungul drumului optic este un extremum.

Cînd lumina ajunge la suprafaţa de separare dintre două medii optice transparente, o parte din lumină este reflectată, iar altă parte este transmisă. Lumina reflectată şi cea transmisă depinde de coeficientul de reflexie şi, respectiv, de coeficientul de transmisie. Numim *reflexie* fenomenul care apare la suprafaţa de separare a două medii optice care constă în întoarcerea luminii în mediul optic din care a venit. Numim *refracţie* fenomenul care apare la suprafaţa de separare a două medii optice transparente care constă în pătrunderea luminii în cel de-al doilea mediu.

Legile reflexiei uniforme

a) Raza incidentă, normala la suprafaţa de separare în punctul de incidenţă şi raza reflectată se găsesc în acelaşi plan, numit plan de incidenţă.

b) Unghiul de incidenţă este numeric egal cu unghiul de reflexie.

Legile refracţiei

a) Raza incidentă, normala la suprafaţa de separare în punctul de incidenţă şi raza refractată se găsesc în acelaşi plan (planul de incidenţă).

b) Produsul dintre indicele de refracţie al mediului în care lumina este incidentă şi sinusul unghiului de incidenţă este egal cu produsul dintre indicele de refracţie al mediului în care lumina este refractată şi sinusul unghiului de refracţie, deci

$$n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r. \quad (4.1)$$

Reprezentarea schematică a celor două fenomene este arătată în figura 4.2 şi, respectiv, în figura 4.3.

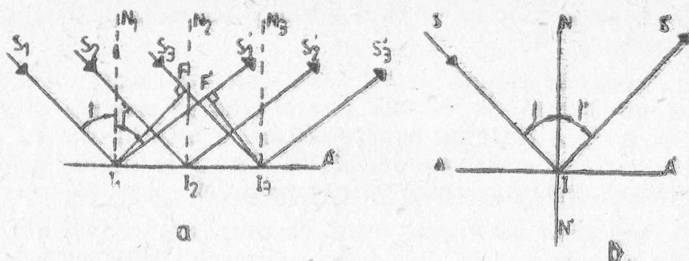


Fig. 4.2.

Reflexia totală este fenomenul care apare la suprafaţa de separare a două medii optice transparente, atunci cînd lumina este incidentă dintr-un mediu mai dens pe un mediu mai puţin dens optic ($n_2 < n_1$) şi al cărui rezultat este acela că lumina nu pătrunde în cel de-al doilea mediu optic (rămînînd în mediul din care a venit). *Unghiul limită*, i_l, este unghiul minim de incidenţă în mediul mai dens optic corespunzător căruia apare fenomenul de reflexie totală. Valoarea sa este dată de expresia

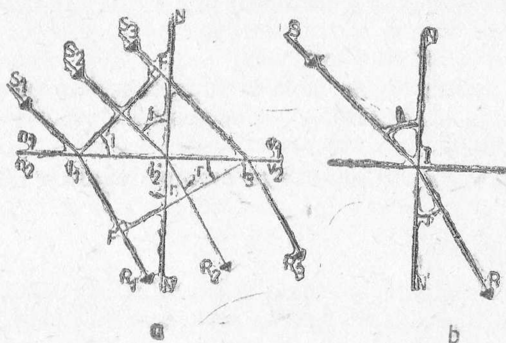


Fig. 4.3.

$$\sin i_l = \frac{n_2}{n_1} < 1. \qquad (4.2)$$

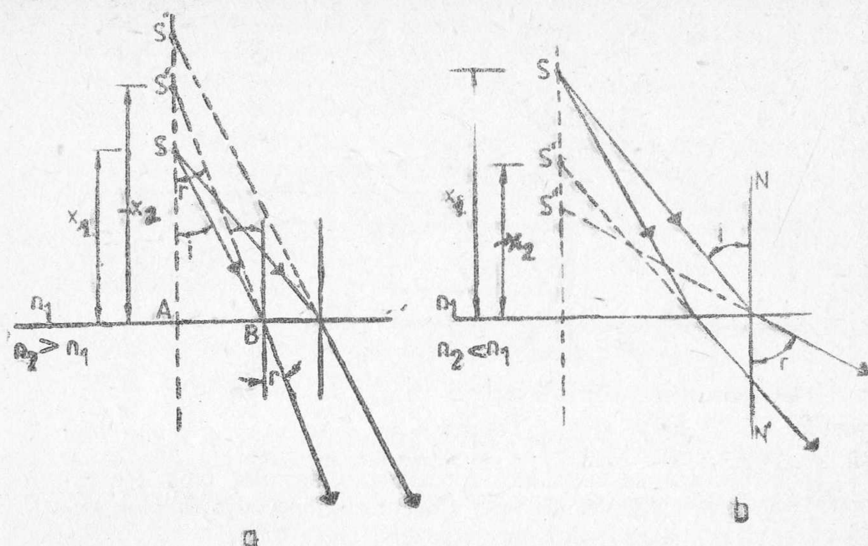


Fig. 4.4

Condiția de reflexie totală este dată de expresia $i \geqslant l$.

Conform reprezentării schematice din figura 4.4, observarea unui obiect luminos S după direcția razelor refractate sub unghiul de refracție r variabil determină pozițiile S', S'' etc. ale imaginilor, mai apropiate sau mai îndepărtate de suprafața de reflexie conform relației

$$x_2 = -x_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos r}{\cos i}, \tag{4.3}$$

unde x_1 este distanța de la obiect la suprafața plană, iar $-x_2$ este distanța de la imagine la suprafața plană. Pentru unghiuri de incidență i mici (sau la incidență normală) se obține

$$x_2 = -x_1 \frac{n_2}{n_1}. \tag{4.4}$$

Observarea unui obiect luminos după direcția razelor refractate, în cazul suprafețelor de separare care nu sînt plane, trebuie analizată în funcție de forma geometrică a suprafețelor în discuție

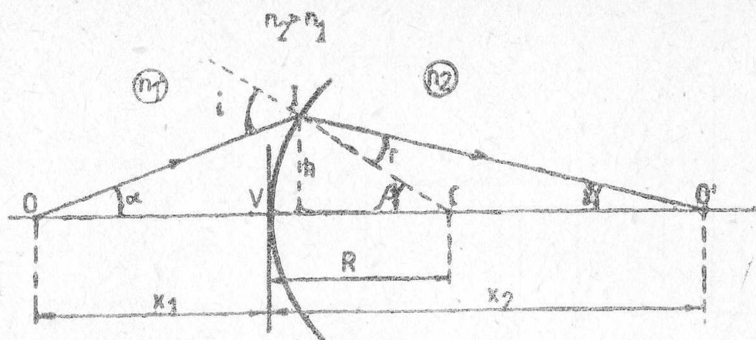


Fig. 4.5.

Cel mai frecvent se consideră formarea imaginilor de către surrafeţele sferice (dioptri sferici). Caracteristicile suprafeţelor sfepice (dioptrilor sferici) sînt următoarele (figura 4.5) :

1. centrul de curbură C al suprafeţei sferice;
2. vîrful V al suprafeţei sferice;
3. axa optică principală, care trece prin punctele C şi V;
4. focarul principal F_1, definit ca punctul de pe axa optică principală, cu proprietatea că orice rază de lumină care vine de la el sau se îndreaptă către el este refractată paralel cu axa optică;
5. focarul secundar F_2 definit ca punctul de pe axa optică principală cu proprietatea că orice rază de lumină incidentă care este paralelă cu axa optică este refractată către el sau pare că vine de la el;
6. planul focal, definit ca planul perpendicular pe axa optică în punctul focal.

În optica geometrică există mai multe *convenţii de semne* care pot fi folosite pentru obţinerea şi studiul imaginilor. Deşi în final ele conduc la acelaşi rezultat fizic, convenţiile de semne pot deruta pe cei mai puţin familiarizaţi cu problemele opticii geometrice.

Convenţia fizică de semne implică următoarele :

1. Spaţiul în care se consideră obiectul faţă pe suprafaţa de separare (dioptru) se numeşte *spaţiu obiect*; spaţiul de partea cealaltă a suprafeţei de separare (dioptrului) se numeşte *spaţiu imagine*.

2. Distanțele care se referă la obiect sînt *pozitive*, dacă obiectul se află în spațiul obiect și sînt *negative* dacă, într-o succesiune de suprafețe de separare (dioptri) obiectul se află în spațiul imagine (*obiect virtual*).

3. Distanțele care se referă la imagine sînt *pozitive*, dacă imaginea se formează în spațiul imagine, și sînt *negative*, dacă imaginea se formează în spațiul obiect (*imagine virtuală*).

4. Razele de curbură ale suprafețelor sferice (dioptrilor) sînt *pozitive* pentru toate suprafețele *convexe* și *negative* pentru toate suprafețele *concave*.

5. Distanțele focale sînt *pozitive* pentru toate sistemele *convergente* și *negative* pentru toate sistemele *divergente*.

6. *Mărirea liniară* este un număr *pozitiv*, dacă imaginea unui obiect real este *virtuală* (sau dacă imaginea unui obiect virtual este reală), și este un număr *pozitiv*, dacă imaginea unui obiect real este *reală*.

Convenția geometrică de semne implică următoarele:

1. Se consideră un sistem de coordonate rectangulare cu originea O în vîrful V al suprafeței sferice și cu axa absciselor de-a lungul axei optice. Razele de lumină se propagă în sensul pozitiv al sistemului.

2. Distanțele care se referă la obiect și, respectiv, la imagine se consideră pozitive sau negative în sens geometric.

3. Razele de curbură ale suprafețelor sferice (dioptrilor) sînt pozitive sau negative în sens geometric.

4. Distanțele focale sînt pozitive sau negative în sens geometric

5. Mărirea liniară este pozitivă sau negativă în sens geometric.

Formarea imaginilor se analizează în condițiile aproximației gaussiene:

$$\sin i \simeq \operatorname{tg} i \approx i,$$
$$\sin i' \simeq \operatorname{tg} i' \approx i', \qquad (4.5)$$
$$\sin r \simeq \operatorname{tg} r \approx r.$$

Cînd se folosește convenția fizică de semne, formula gaussiană a suprafețelor sferice (dioptrilor sferici) are următoarea formă

$$\frac{n_2}{x_2} + \frac{n_1}{x_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}, \qquad (4.6)$$

iar mărirea liniară este dată de expresia

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{x_2}{x_1}\,\frac{n_1}{n_2}. \qquad (4.7)$$

Pentru o suprafaţă plană (dioptru plan) avem $R = \infty$, iar formula gaussiană capătă forma dată de relaţia (4.4).

Cînd se foloseşte convenţia geometrică de semne, formula gaussiană a suprafeţelor sferice (dioptrilor sferici) are următoarea formă

$$\frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}, \qquad (4.8)$$

iar mărirea liniară este dată de expresia

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}\,\frac{n_1}{n_2}, \qquad (4.9)$$

unde cu y_1 am notat valoarea mărimii obiectului (pozitivă sau negativă), iar cu y_2 am notat valoarea mărimii imaginii (pozitivă sau negativă).

Doi dioptri plan-paraleli care delimitează un mediu optic transparent, omogen şi izotrop cu grosimea d şi indicele de refracţie n_2 definesc o lamă optică cu feţele plan-paralele. Dacă o asemenea lamă este imersată într-un mediu optic transparent, omogen şi izotrop cu indicele de refracţie n_1, aşa cum se arată în figura 4.6, raza emergentă va fi deviată faţă de raza incidentă provenită de la sursa de lumină punctiformă S cu valoarea Δ, dată de relaţia

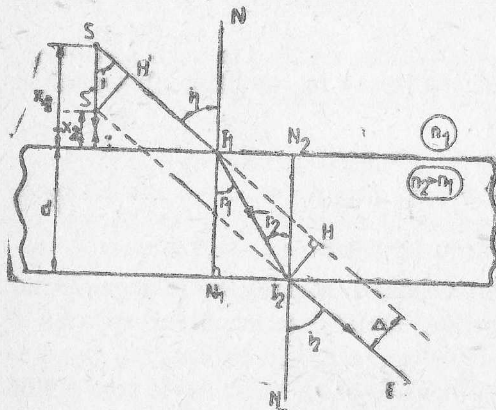


Fig. 4.6.

$$\Delta = d \cdot \sin i\left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{n_{21}^2 - \sin^2 i}}\right), \qquad (4.10)$$

unde i este unghiul de incidenţă al razei de lumină pe prima suprafaţă plană a lamei (primul dioptru plan), iar $n_{21} = n_2/n_1$. Un observator care priveşte sursa S de lumină după direcţia razei emergente o va observa în poziţia S', distanţa SS' fiind dată de relaţia

$$SS' = d\left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{n_{21}^2 - \sin^2 i}}\right) \qquad (4.11)$$

La incidenţă normală Δ devine egală cu zero, iar distanţa SS' este dată de relaţia

$$SS' = d(1 - 1/n_{21}). \qquad (4.12)$$

Doi dioptri plan-paraleli care delimitează un mediu optic transparent, omogen şi izotrop cu indicele de refracţie n_2 sub un unghi diedr A definesc o prismă optică (prismă acoperiş sau prismă triunghiulară). Cei doi dioptri formează feţele prismei. Considerînd reprezentarea schematică a mersului razelor de lumină printr-o prismă optică, în secţiune transversală (aşa cum se arată în figura 4.7), se obţin următoarele patru relaţii de calcul

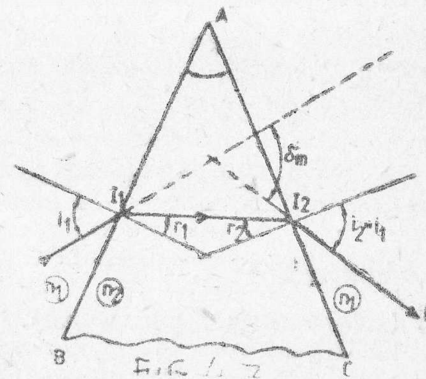


Fig. 4.7.

$$\begin{aligned}
&(1) \quad n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r_1,\\
&(2) \quad n_1 \sin i_2 = n_2 \sin r_2,\\
&(3) \quad A = (r_1 + r_2),\\
&(4) \quad \delta = (i_1 + i_2) - (r_1 + r_2).
\end{aligned} \qquad (4.13)$$

În condiţii de *deviaţie minimă* ($i_1 = i_2$ şi deci $r_1 = r_2$), cele patru relaţii de mai sus se simplifică sub forma

(a) $n_1 \sin i = n_2 \sin r$,

(b) $A = 2r$, (4.14)

(c) $\delta_m = 2i - A$.

Aceste relații permit calculul indicelui de refracție relativ n_{21} al prismei, folosind expresia

$$n_{21} = \frac{\sin\left[\frac{1}{2}(\delta_m + A)\right]}{\sin\left(\frac{1}{2}A\right)}, \quad (4.15)$$

care, pentru unghiuri mici ale prismelor (mai mici de 7 grade), se simplifică sub forma

$$n_{21} = \frac{\delta_m + A}{A} = \left(1 + \frac{\delta_m}{A}\right). \text{ În general, } \delta \simeq (n-1)A. \quad (4.16)$$

Condiția de emergență din prismă a unei raze de lumină incidentă sub unghiul de incidență maxim $i_{1,max} = \pi/2$, este dată de relația

$$A \leqslant 2i_l. \quad (4.17)$$

Pentru alte unghiuri de incidență calculele trebuie făcute separat.

Aplicații

4.1. Demonstrați legile reflexiei și refracției pe baza principiului lui Huygens.

4.2. Demonstrați legile reflexiei și refracției pe baza principiului lui Fermat.

4.3. Arătați felul în care fenomenele de reflexie și de refracție modifică direcția de propagare a fasciculelor luminoase paralele, convergente și divergente precum și forma acestor fascicule.

4.4. Demonstrați relația

$$x_2 = -x_1 \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos r}{\cos i},$$

de formare a imaginilor de către suprafețele plane (dioptri plani), unde x_1 este distanța de la obiectul luminos la suprafața plană,

s_2 este distanța de la imagine la suprafața plană, n_1 este indicele de refracție al mediului în care se află obiectul, n_2 este indicele de refracție al mediului în care se refractă raza de lumină, i este unghiul de incidență, iar r este unghiul de refracție.

4.5. Folosind rigla și compasul trasați direcția razei refractate la suprafața de separare dintre două medii optice transparente, omogene și izotrope cunoscînd unghiul de incidență i și indicii de refracție n_1 și n_2 ai celor două medii optice.

4.6. Folosind rigla și compasul trasați direcția razei emergente dintr-o prismă optică acoperiș, cunoscînd unghiul prismei A, indicele de refracție n_2 al prismei, unghiul de incidență i și indicele de refracție n_1 al mediului optic în care se află prisma.

4.7. Deduceți formula gaussiană a suprafețelor sferice (dioptrilor sferici) precum și expresia măririi liniare atît în cazul convenției fizice de semne, cît și în cazul convenției geometrice de semne. Discutați rezultatele obținute din punct de vedere fizic.

4.8. Demonstrați condiția de reflexie totală a luminii care trece dintr-un mediu optic mai dens într-un mediu optic mai puțin dens.

4.9. Demonstrați expresia care determină distanța dintre raza emergentă și direcția razei incidente în cazul lamei transparente, omogene și izotrope în funcție de grosimea d, de unghiul de incidență i (egal cu unghiul de emergență) și de indicele de refracție relativ n_{21} al lamei în raport cu mediul în care se află lama.

4.10. Demonstrați expresia care determină distanța dintre poziția obiectului și poziția imaginii în funcție de unghiul de emergență, de grosimea lamei și de indicele de refracție relativ al lamei, dacă obiectul se observă prin lamă după direcția razei emergente.

4.11. Pornind de la ecuațiile prismei optice în condiții de deviație minimă, deduceți expresia indicelui de refracție în funcție de unghiul A al prismei și de unghiul de deviație minimă.

4.12. Deduceți condiția de emergență a unei raze de lumină incidentă pe suprafața prismei sub unghiul maxim, în funcție de unghiul prismei și de unghiul limită.

4.13. Un fascicul paralel de lumină care se propagă în aer este incident sub unghiul de 60° pe suprafața plană a unui mediu optic transparent, omogen și izotrop cu indicele de refracție $n=\sqrt{3}$. Calculați : a) direcția fasciculului de lumină reflectat ; b) direcția fasciculului de lumină refractat.

4.14. Indicele de refracție absolut al unui bloc de sticlă optică este egal cu $\sqrt{2}$. Calculați domeniul de variație a unghiului

de incidență al unui fascicul paralel de lumină pentru ca acesta să fie reflectat total, atunci cînd incidența se produce în aer.

4.15. Indicele de refracție absolut al apei este egal cu 4/3, iar indicele de refracție absolut al unui cristal optic este egal cu $4/\sqrt{3}$.

Cum trebuie să se propage un fascicul paralel de radiație optică și în ce domeniu poate varia unghiul de incidență pentru a se produce reflexia totală a radiației optice la suprafața de separare dintre cele două medii optice?

4.16. O suprafață concavă cu raza de curbură de 5 cm separă două medii optice, omogene, transparente și izotrope cu indicii de refracție absoluți egali cu $n_1 = 1,00$ și $n_2 = 1,50$. În mediul optic cu indicele de refracție mai mic se află un obiect punctiform, așezat pe axa optică la distanța de 10 cm de vîrful suprafeței sferice. Calculați: a) distanțele focale; b) poziția imaginii.

4.17. Capătul din stînga al unei bare de material plastic transparent, cu indicele de refracție egal cu 1,50, este șlefuit sub forma unei suprafețe sferice convexe, cu raza de curbură egală cu 10 cm. La distanța de 40 cm de vîrful suprafeței se așază, în aer, pe axa optică, un obiect punctiform. Calculați: a) distanțele focale; b) poziția și felul imaginii.

4.18. Unul dintre capetele unei bare de sticlă optică de mare lungime și cu indicele de refracție egal cu 1,60 este șlefuit sub forma unei suprafețe sferice convexe, cu raza de curbură egală cu 8,0 cm. Pe axa optică, la distanța de 10 cm de vîrf, se așază un mic obiect punctiform, în aer. Calculați: a) distanțele focale; b) poziția și felul imaginii; c) mărirea liniară, transversală.

4.19. Unul dintre capetele unei bare de material plastic de mare lungime și cu indicele de refracție egal cu 1,50 este șlefuit sub forma unei suprafețe sferice convexe, cu raza de curbură egală cu 2,8 cm. Pe axa optică, la distanța de 15 cm de vîrf, se așază un obiect liniar, înalt de 2 cm, obiectul aflîndu-se în aer. Calculați: a) distanțele focale; b) poziția și felul imaginii; c) mărimea imaginii.

4.20. O bară de sticlă optică cu lungimea de 2,8 cm și indicele de refracție egal cu 1,60 are ambele capete șlefuite sub forma unor suprafețe sferice cu razele de curbură $R' = +2,4$ cm și, respectiv, $R'' = -2,4$ cm. Pe axa optică și la distanța de 8 cm de vîrful suprafeței cu raza de curbură R' se așază, în aer, un obiect liniar cu înălțimea de 2 cm. Calculați: a) distanțele focale

corespunzătoare celor două suprafeţe sferice; b) poziţia imaginii formate de prima suprafaţă; c) poziţia imaginii finale; d) mărimea imaginii finale şi felul acesteia.

4.21. O bară de sticlă optică de mare lungime şi avînd diametrul de 8 cm şi indicele de refracţie egal cu 1,50 are unul dintre capete şlefuite sub forma unui suprafeţe sferice convexe, cu raza de curbură egală cu 4 cm. Determinaţi poziţia unui obiect luminos punctiform aşezat în aer, pe axa optică şi la distanţa de vîrful suprafeţei sferice egală cu : a) infinit; b) 16 cm; c) 4 cm.

4.22. Bara de sticlă optică din problema precedentă este scufundată într-un lichid transparent, omogen şi izotrop. Un obiect punctiform aflat pe axa optică în lichid la distanţa de 10 cm de vîrf îşi formează imaginea în interiorul barei la distanţa de 100 cm de vîrf. Care este valoarea indicelui de refracţie al lichidului?

4.23. O bară de sticlă optică transparentă, omogenă şi izotropă de mare lungime, cu diametrul de 10 cm şi indicele de refracţie egal cu 1,50, are unul dintre capete şlefuit sub forma unei suprafeţe sferice concave. Fie un obiect liniar şi înalt de 1 mm, aşezat perpendicular pe axa optică, în aer, la distanţa de 20 cm de vîrful suprafeţei sferice. Grafic şi analitic calculaţi poziţia şi mărimea imaginii.

4.24. Care trebuie să fie valoarea indicelui de refracţie al unei sfere transparente, omogene şi izotrope, astfel încît razele paraxiale provenite de la un obiect îndepărtat (teoretic la infinit) să fie focalizate în vîrful suprafeţei opuse punctului de incidenţă?

4.25. O bară de sticlă optică transparentă, omogenă şi izotropă cu lungimea de 40 cm are unul dintre capete şlefuit sub forma unei suprafeţe plane, iar celălalt capăt este şlefuit sub forma unei suprafeţe sferice convexe, cu raza de curbură de 12 cm. La mijlocul distanţei dintre capetele barei, pe axa optică se găseşte un obiect luminos punctiform. Privind din partea capătului plan al barei adîncimea aparentă a obiectului este de 12,5 cm. Care este adîncimea aparentă a obiectului, cînd se priveşte din partea capătului sferic?

√ 4.26. Un obiect luminos, de dimensiuni mici, se găseşte la adîncimea de 1 m sub apă. Calculaţi : a) poziţia aparentă a obiectului, cînd acesta se observă din aer sub unghiul de 30 grade faţă de normală; b) adîncimea aparentă a obiectului, dacă observarea se face după direcţia normalei. Indicele de refracţie al apei este egal cu 4/3.

4.27. La adîncimea de 1 m sub apă se află o sursă punctiformă de lumină. Calculați raza minimă a cercului de pe suprafața apei cu centrul pe perpendiculara dusă din punctul în care se află sursa pe suprafața apei, pentru ca un observator aflat în aer să nu poată observa sursa de lumină. Indicele de refracție al apei este 4/3.

4.28. O bandă de răufăcători dintr-o dramă tipică de televiziune au ascuns diamantele furate într-un lac la adîncimea de 8 m. Pentru mascarea operației de recuperare a diamantelor aflate sub apă ei au improvizat o platformă circulară, așezată deasupra apei. Care trebuie să fie raza minimă a platformei circulare pentru atingerea scopului propus? Indicele de refracție al apei este egal cu 4/3.

4.29. Un bloc paralelipipedic de sticlă transparentă, omogenă și izotropă, cu indicele de refracție egal cu 1,50, separă un observator de un obiect luminos punctiform așezat în aer, la distanța de 0,5 m de suprafața plană a blocului din partea obiectului. Cunoscînd grosimea blocului de sticlă, egală cu 10 cm, calculați: a) distanța dintre direcția razei incidente sub unghiul de 60° și direcția razei emergente corespunzătoare; b) distanța față de blocul de sticlă la care observatorul vede obiectul, dacă observarea se face sub un unghi de 30°; c) distanța față de blocul de sticlă la care observatorul vede obiectul, dacă observarea se face după direcția normalei la suprafața blocului de sticlă.

4.30. Fie două plăci plan-paralele cu grosimile de 4 cm și, respectiv, 8 cm și cu indicii de refracție 1,50 și, respectiv, 1,60, așezate în aer, paralel una cu alta. La distanța de 10 cm deasupra uneia dintre plăci se află un obiect luminos punctiform, iar de partea cealaltă a celei de a doua plăci se află un observator care privește obiectul după direcția razei emergente, corespunzătoare razei incidente sub unghiul de 30° pe prima placă. Folosind legile refracției, calculați: a) unghiul de emergență; b) distanța dintre direcția razei emergente din cea de a doua placă și direcția razei incidente pe prima placă; c) poziția imaginii.

4.31. Fie un număr k de plăci plan-paralele, cu grosimile $d_1, d_2, \ldots, d_k$ și cu indicii de refracție $n_1, n_2, \ldots, n_k$, așezate sub formă de „sandviș" în aer ($n_{aer} = 1,00$). La distanța h deasupra primei plăci se așază un obiect luminos punctiform. Un observator situat sub ultima placă privește obiectul după direcția razei emergente, corespunzătoare razei incidente sub unghiul i_1 pe prima placă. Folosind legile refracției, calculați: a) unghiul de

emergență; b) deviația razei emergente; c) poziția imaginii. Caz particular, $k = 6$, $n_1 = 1{,}50$, $n_2 = 1{,}75$, $n_3 = 1{,}85$ și $d_1 = 5$ cm, $d_2 = 7{,}5$ cm, $d_3 = 10$ cm, pentru $h = 12$ cm și $i_i = 45°$.

4.32. Cînd o rază de lumină care se propagă într-un mediu optic transparent, omogen și izotrop, cu indicele de refracție absolut n_1 ajunge la suprafața de separare dintre mediul considerat și un alt mediu optic transparent, omogen și izotrop, cu indicele de refracție n_2, o parte din lumină este refractată după direcția razei refractate, iar o altă parte este reflectată după direcția razei reflectate. Considerînd că cel de-al doilea mediu optic este o lamă cu fețele plan-paralele, de grosime d, raza refractată se poate reflecta pe cea de a doua față a lamei și apoi, ajungînd la prima față se refractă în mediul optic din care a venit, determinînd raza emergentă, care se găsește de aceeași parte a lamei ca și raza incidentă. Folosind legile reflexiei și refracției, calculați: a) unghiul de emergență; b) distanța dintre direcția razei reflectate pe prima față a lamei și raza emergentă, în funcție de unghiul de incidență, de indicii de refracție și de grosimea lamei. Se cunoaște unghiul de incidență. Discutați rezultatele obținute în funcție de valorile indicilor de refracție și de valoarea unghiului de incidență.

• 4.33. Demonstrați că indiferent de unghiul de incidență al razelor de lumină, pe suprafața unei prisme optice triunghiulare se îndeplinește condiția

$$\frac{\sin \frac{1}{2}(\delta + A)}{\sin \frac{1}{2} A} = n_{21} \frac{\cos \frac{1}{2}(r_1 - r_2)}{\cos \frac{1}{2}(i_1 - i_2)}.$$

4.34. Demonstrați că indiferent de unghiul de incidență al razelor de lumină, pe suprafața unei prisme optice triunghiulare se îndeplinesc condițiile:

$$n^2 \sin^2 A = \sin^2 i_1 + \sin^2 i_2 + 2 \sin i_1 \sin i_2 \cos A$$

și

$$\sin i_2 = \sin A (n^2 - \sin^2 i_1)^{1/2} - \cos A \sin i_1.$$

4.35. Demonstrați că pentru a putea emerge din prismă o rază de lumină trebuie să fie incidentă sub unghiul i_1 al cărui domeniu de variație este determinat de relația

$$n_{21} \cdot \sin(A - i_l) \leqslant \sin i_1 \leqslant 1.$$

4.36. O prismă optică al cărei indice de refracție relativ față de aer este egal cu $\sqrt{3}$ are secțiunea transversală sub forma unui triunghi echilateral. Calculați: a) unghiul de incidență minim la care apare deviația minimă; b) domeniul de variație al unghiului de incidență, pentru ca raza de lumină să emeargă din prismă.

4.37. O prismă optică are indicele de refracție relativ față de aer egal cu $\sqrt{3}$. Calculați: a) unghiul prismei, pentru ca acesta să fie egal cu unghiul de deviație minimă; b) domeniul de variație al indicelui de refracție relativ al prismei, pentru a se îndeplini condiția impusă.

4.38. O prismă optică avînd indicele de refracție egal cu $\sqrt{2}$ și unghiul A egal cu 90° are una dintre fețe în contact cu aerul al cărui indice de refracție este egal cu unu, iar cea de a doua față în contact cu un mediu transparent, omogen și izotrop al cărui indice de refracție este egal cu $\sqrt{3}/2$. Calculați: a) unghiul de incidență al razei de lumină pe prima față, pentru ca aceasta să poată emerge din prismă; b) domeniul de variație al unghiului prismei, pentru ca raza de lumină incidentă pe prima față sub unghiul de 45° să poată emerge din prismă.

4.39. Secțiunea dreaptă a unei prisme acoperiș este un triunghi echilateral ABC. Pe fața AB a prismei cade o rază de lumină sub unghiul de incidență corespunzător condiției de deviație minimă. Considerînd că raza incidentă se propagă în aer, calculați valoarea unghiului de incidență și indicele de refracție al prismei dacă unghiul de deviație minimă este de 60°. Se argintează fața AC a prismei și se așază prisma ABC cu baza în contact cu baza BC a unei alte prisme isoscele, dreptunghiulare al cărei indice de refracție este egal cu $\sqrt{3/2}$. Cum se propagă raza de lumină prin sistemul de prisme? Ce valoare trebuie să aibă indicele de refracție al celei de a doua prisme, pentru a apărea reflexia totală la limita de contact dintre cele două prisme? Discuție.

4.40. Avînd la dispoziție două prisme triunghiulare, isoscele, identice cu latura bazei egală cu d și cu indicele de refracție egal cu n, se cere să aflați: a) poziția relativă a prismelor pentru ca o rază de lumină incidentă sub unghiul i_1 pe una dintre prisme să străbată cele două prisme așa fel încît aceasta să emeargă din cea de a doua prismă paralel cu direcția razei incidente; b) distanța dintre raza emergentă și raza incidentă; c) modul în care alegerea punctului de incidență modifică rezultatele obținute la punctele precedente.

Capitolul 5

OGLINZI PLANE ŞI OGLINZI SFERICE

Teorie

Oglinzile sînt componente optice care funcţionează pe baza fenomenului de reflexie a radiaţiei optice. Ele îndeplinesc următoarele funcţii:

1) permit propagarea luminii după direcţia dorită, ocolindu-se diferitele obstacole care pot apărea în drumul rectiliniu de propagare a radiaţiei optice;

2) alcătuiesc un sistem optic de dimensiuni spaţiale mici;

3) permit orientarea imaginilor conform scopului dorit;

4) combină sau divizează fasciculele de radiaţie optică pe baza reflexiei parţiale pe suprafeţele reflectante;

5) dispersează radiaţia optică;

6) introduc efecte de anizotropie.

În raport cu forma suprafeţelor reflectătoare oglinzile pot fi: *oglinzi plane* sau *oglinzi sferice*. Oglinzile sferice pot fi *concave* sau *convexe*. Ori de cîte ori o suprafaţă plană se caracterizează printr-un coeficient de reflexie mare, aceasta poate fi considerată, din punct de vedere optic, ca o oglindă plană. Cînd suprafaţa plană reflectă numai o parte din radiaţia optică incidentă, cealaltă parte fiind transmisă, oglinda obţinută se numeşte *oglindă semitransparentă* sau *divizor de fascicul*. Cînd suprafaţa reflectătoare este o suprafaţă sferică, oglinzile obţinute se numesc oglinzi sferice. Pot exista şi oglinzi *paraboloidale* sau *elipsoidale*, însă astfel de suprafeţe se obţin mai greu.

Imaginile obiectelor luminoase pe care le formează oglinzile plane sînt *imagini virtuale*, situate în spatele oglinzii la distanţă egală cu distanţa de la obiect la oglindă, aşa cum se poate vedea din reprezentarea schematică dată în figura 5.1. De remarcat însă că imaginea unui obiect apare ca mîna stîngă faţă de mîna dreaptă. De exemplu, cuvîntul R A R va apărea în oglinda plană sub forma ЯAЯ.

Imaginile obiectelor luminoase pe care le formează oglinzile sferice depind de forma oglinzii (concavă sau convexă) și de distanța de la obiect la oglindă. Modul de obținere a imaginilor este, în linii mari, analog celui pe care l-am prezentat în cazul formării imaginilor de către suprafețele sferice, numai că în cazul oglinzilor fenomenul implicat nu mai este refracția, ci reflexia.

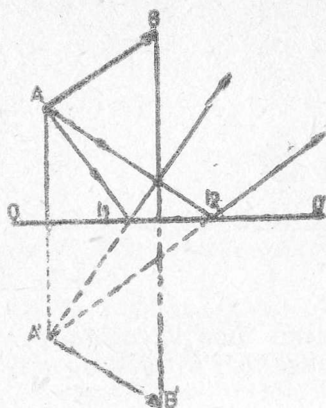


Fig. 5.1.

Folosirea *metodei razei paralele* pentru construcția grafică a imaginilor date de oglinzile sferice este dată în figura 5.2, pentru oglinzile concave, și în figura 5.3,

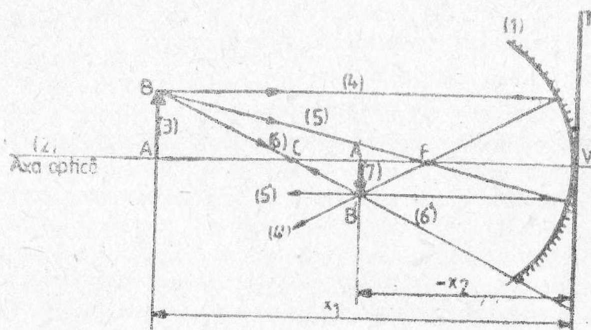


Fig. 5.2.

pentru oglinzile convexe. Ca raze incidente se consideră două dintre următoarele trei raze:

— raza de lumină paralelă cu axa optică a oglinzii;

— raza de lumină ce trece prin centrul de curbură *C* al oglinzii;

— raza de lumină care trece prin focarul *F* al oglinzii.

Prin reflexie, cele trei raze incidente determină următoarele trei raze reflectate:

— raza de lumină reflectată prin focarul F al oglinzii;

— raza de lumină reflectată prin centrul de curbură C al oglinzii;

— raza de lumină reflectată paralel cu axa optică a oglinzii

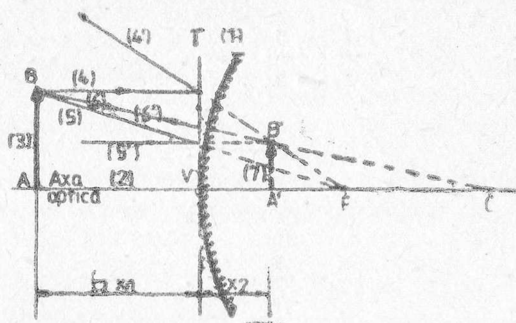


Fig. 5.3.

Construcţia grafică, bazată pe folosirea celor trei raze, trebuie să ţină seama de următoarele două observaţii:

a) cifrele 1,2,3,... stabilesc ordinea în care se realizează construcţia schematică a imaginii;

b) razele reflectate pot să nu treacă prin focarul F al oglinzii sau prin centrul de curbură C al oglinzii, însă prelungirile lor trebuie să treacă prin aceste puncte (cazul oglinzilor convexe, de exemplu).

Metoda razei oblice de construcţie grafică a imaginilor este dată în figura 5.4, considerînd o oglindă concavă. Din punctul obiect B se duce raza incidentă BT (4), sub unghiul de incidenţă i_1

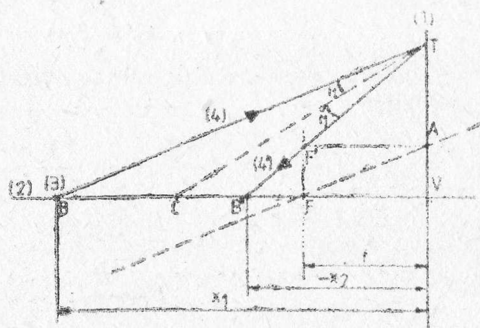


Fig. 5.4.

mic, iar prin focarul F al oglinzii se duce dreapta FA, paralelă cu raza (4), după care, prin punctul A se duce paralela la axa optică a oglinzii, care intersectează planul focal în punctul F'. Dreapta care unește punctele T și F' intersectează axa optică în punctul B', care reprezintă imaginea în oglindă a punctului obiect B.

Convenția fizică de semne, folosită în cazul suprafețelor plane și sferice, determină următoarea *formulă a oglinzilor*:

$$\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f}, \tag{5.1}$$

unde

$$f=-\frac{R}{2}. \tag{5.2}$$

Pentru mărirea liniară se obține expresia

$$\beta=\frac{y_2}{y_1}=\frac{x_2}{x_1}. \tag{5.3}$$

Relația (5.1) se obține din formula gaussiană a suprafețelor sferice (4.6), considerînd formal $-n_1 = n_2$, iar relația (5.3) se obține din expresia (4.7) a suprafețelor sferice.

Observație. Convenția fizică de semne arată, conform relației (5.2) pentru distanța focală a oglinzilor, că oglinzile sferice concave sînt oglinzi pozitive, cu distanța focală mai mare ca zero, iar oglinzile convexe sînt oglinzi negative, cu distanța focală mai mică decît zero.

Pentru oglinzile plane, $R \to \infty$, astfel încît relațiile (5.1) și (5.3) se scriu sub forma

$$x_2 = x_1 \text{ și } \beta = +1. \tag{5.4}$$

Convenția geometrică de semne determină următoarea formulă a oglinzilor

$$\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}, \tag{5.5}$$

unde

$$f=\frac{R}{2}. \tag{5.6}$$

Pentru mărirea liniară se obține expresia

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{x_2}{x_1}. \quad (5.7)$$

Relaţia (5.5) se obţine din formula gaussiană a suprafeţelor sferice (4.8), iar relaţia (5.7) se obţine din expresia (4.9), considerînd, de asemenea, formal $n_2 = -n_1$.

Pentru oglinzile plane convenţia geometrică de semne determină $x_2 = -x_1$ şi $\beta = +1$.

Oglinzile sferice concave formează imagini reale ale obiectelor luminoase aşezate în spaţiul obiect la o distanţă faţă de oglindă variind între infinit şi distanţa focală a oglinzii, imaginea obţinîndu-se tot în spaţiul obiect. Pentru obiectele aflate între focar şi oglindă imaginile sînt virtuale şi se obţin în spaţiul imagine.

Oglinzile sferice convexe formează numai imagini virtuale ale obiectelor luminoase, indiferent de poziţia obiectului, imaginile obţinîndu-se în spaţiul imagine şi fiind mai mici decît obiectul.

Oglinzile plane se comportă ca oglinzile convexe, cu singura deosebire că mărimea imaginii este egală cu mărimea obiectului.

Aplicaţii

5.1. Folosindu-vă de formula gaussiană a suprafeţelor sferice (dioptrilor sferici), scrisă pentru o anumită convenţie de semne, demonstraţi formula gaussiană a oglinzilor sferice şi plane şi mai departe obţineţi expresia măririi liniare.

5.2. Folosindu-vă de metoda razei paralele, construiţi grafic imaginea unui obiect liniar, aşezat perpendicular pe axa optică, dată de o oglindă concavă sau de o oglindă convexă, pentru diferite distanţe de la obiect la oglindă. Comentaţi rezultatele obţinute.

5.3. Demonstraţi dacă (şi cum?) se pot fotografia imaginile date de oglinzile plane şi de cele sferice.

5.4. Un obiect luminos punctiform se află la distanţa de 50 cm de o oglindă plană. Calculaţi poziţia imaginii faţă de obiect, dacă: a) oglinda se îndepărtează cu 10 cm; b) oglinda se apropie cu 10 cm. Generalizaţi rezultatul obţinut.

5.5. Demonstraţi că dacă o oglindă plană se roteşte în jurul unei axe oarecare din planul de incidenţă cu unghiul α, atunci raza reflectată se va roti în acelaşi sens faţă de axa considerată cu unghiul 2α, indiferent de unghiul de incidenţă.

5.6. În absenţa curentului electric galvanometrele cu oglindă au scala gradată paralelă cu planul oglinzii. Presupunînd că scala

gradată se află la distanţa de 1 m de oglindă, iar oglinda se roteşte cu un unghi egal cu 15° ca rezultat al trecerii curentului electric prin galvanometru, calculaţi distanţa pe scală cu care s-a deplasat spotul luminos.

5.7. Un conducător auto se află la distanţa de 75 cm de oglinda plană, retrovizoare din automobilul său. Care trebuie să fie lăţimea oglinzii pentru ca automobilistul să poată vedea şoseaua din spatele său pe o lăţime de 10 m la distanţa de 40 m de oglindă?

5.8. Distanţa de la un obiect luminos punctiform la o oglindă plană este de 1 m. Între obiect şi oglindă se aşază un strat de material transparent, cu grosimea de 20 cm şi cu indicele de refracţie egal cu 1,50. Considerînd numai razele de lumină din jurul normalei la suprafaţa stratului de material transparent, calculaţi distanţa de la imaginea dată de oglindă la obiectul punctiform.

5.9. Pentru testarea vederii unui pacient, un medic dispune de o hartă înaltă de 50 cm şi lată de 18 cm. Harta trebuie privită de la distanţa de 6 m. Din lipsă de spaţiu, medicul aşază harta în plan vertical, în poziţie răsturnată, la distanţa de 3,5 m de o oglindă plană, paralelă cu harta, marginea de jos a hărţii fiind la înălţimea de 2 m de podea, iar pacientul este aşezat între hartă şi oglindă avînd ochiul la înălţimea de 1,2 m de podea. Calculaţi: a) distanţa pacientului faţă de oglindă, pentru ca el să observe imaginea în oglindă a hărţii la distanţa de 6 m de ochi; b) dimensiunile minime ale oglinzii şi înălţimea faţă de podea a marginii de jos a oglinzii pentru ca pacientul să poată vedea întreaga hartă.

5.10. Un obiect luminos punctiform este aşezat între două oglinzi plane, care formează între ele un unghi diedru drept. Se cere: a) să se traseze grafic modul în care se formează toate imaginile posibile ce pot fi obţinute; b) să se traseze grafic modul în care un observator aflat între cele două oglinzi observă imaginile date de oglinzi.

5.11. Două oglinzi plane, alipite la unul dintre capete, formează între ele un unghi diedru de 60°. Între cele două oglinzi, la distanţă egală de planul oglinzilor şi la distanţa de 10 cm de muchia oglinzilor, se aşază un obiect luminos punctiform. Bazîndu-vă şi pe construcţia grafică a imaginilor, determinaţi poziţiile primelor patru imagini date de cele două oglinzi.

5.12. Două oglinzi plane sînt aşezate paralel, la distanţa de 20 cm una de alta. Între cele două oglinzi, la distanţa de 5 cm de una dintre ele, se aşază un obiect luminos punctiform. Deter-

minați distanțele de la obiect la primele trei imagini date de fiecare oglindă.

5.13. Pe suprafața plană a unei fibre optice, de mare lungime, prin care intră lumina, cu diametrul de 0,5 mm și cu indicele de refracție egal cu $\sqrt{2}$, aflată în aer, este incidentă, central, o rază de lumină sub unghiul de 45°. Calculați distanța străbătută de raza de lumină în fibra optică cilindrică pînă la a zecea reflexie succesivă, pe suprafața cilindrică de separare dintre fibră și aer.

5.14. Studiați reflexiile succesive ale unei raze de lumină pe suprafețele a două oglinzi plane care fac între ele unghiul diedru și aplicați rezultatul obținut în cazul unei fibre optice conice, cînd raza incidentă este perpendiculară pe baza conului.

5.15. Descrieți imaginea unui obiect liniar, așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 4 cm de o oglindă sferică concavă care are raza de curbură egală cu 6,4 cm.

5.16. Descrieți imaginea unui obiect liniar, așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 20 cm de o oglindă sferică concavă, care are raza de curbură egală cu 60 cm. Comparați rezultatul obținut cu cel obținut în cazul problemei precedente. Discuție.

5.17. Cum și la ce distanță față de o oglindă sferică concavă, cu raza de curbură de 36 cm, trebuie așezat un obiect luminos, liniar pentru a obține o imagine reală și de două ori mai mică decît obiectul?

5.18. Calculați distanța față de o oglindă sferică concavă, cu raza de curbură de 1,2 m, la care trebuie să se afle o persoană, pentru a observa o imagine dreaptă a feței sale și de patru ori mai mare decît cea naturală.

5.19. Cum și la ce distanță față de o oglindă sferică concavă, cu raza de curbură de 1,8 m, trebuie așezat un obiect liniar luminos, pentru a obține o imagine reală și de două ori mai mică decît obiectul?

5.20. Un obiect liniar înalt de 5 cm este așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 3 m de o oglindă sferică concavă cu raza de curbură de 4 m. Folosind mai întîi metoda razei paralele, determinați natura și poziția relativă a imaginii, iar pe cale analitică calculați poziția exactă a imaginii și mărimea imaginii.

5.21. Un obiect luminos liniar este așezat perpendicular pe axa optică la distanța de 25 cm de o oglindă sferică concavă, cu raza de curbură de 1 m. Folosind mai întîi metoda razei paralele, determinați natura și poziția relativă a imaginii iar pe cale analitică calculați poziția exactă a imaginii și valoarea măririi liniare.

5.22. Un obiect luminos, liniar, înalt de 6 cm este așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 80 cm de o oglindă sferică concavă, cu raza de curbură de 40 cm. Folosind mai întîi metoda razei paralele, determinați natura și poziția relativă a imaginii, iar pe cale analitică calculați poziția exactă a imaginii și mărimea imaginii.

5.23. Un obiect luminos, liniar, înalt de 5 cm este așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 90 cm de o oglindă sferică concavă, cu raza de curbură de 1,2 m. Folosind mai întîi metoda razei paralele, determinați natura și poziția relativă a imaginii, iar pe cale analitică calculați poziția exactă a imaginii și mărimea imaginii.

5.24. Calculați distanța față de o oglindă sferică concavă, cu raza de curbură de 80 cm, la care trebuie așezat un obiect luminos liniar, perpendicular pe axa optică, pentru a se obține : a) o imagine punctiformă ; b) o imagine reală și de patru ori mai mare ca obiectul ; c) o imagine reală și de patru ori mai mică decît obiectul ; d) o imagine virtuală și de patru ori mai mare decît obiectul ; e) o imagine virtuală și de patru ori mai mică decît obiectul ; f) o imagine reală și egală cu obiectul ; g) o imagine virtuală și egală cu obiectul.

5.25. Un obiect luminos, liniar, înalt de 10 cm, este așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 5 m de o oglindă sferică concavă, cu raza de curbură de 2 m. Se cere : a) natura imaginii și poziția sa relativă folosind metoda razei paralele ; b) poziția exactă a imaginii și mărimea sa folosind metoda analitică de calcul ; c) mărimea imaginii finale, dacă în focarul oglinzii se așază sub un unghi de 45° față de axa optică o oglindă plană de dimensiuni convenabile.

5.26. Un disc luminos cu diametrul de 4 cm este așezat simetric și perpendicular pe axa optică, la distanța de 25 cm de o oglindă sferică concavă, cu raza de curbură de 50 cm. Cunoscînd diametrul deschiderii oglinzii, egal cu 20 cm, calculați distanța maximă față de axa optică a fasciculului de lumină reflectat de oglindă, obținut pe un ecran situat la distanța de 100 m, perpendicular pe axa optică.

5.27. Un obiect luminos, liniar și perpendicular pe axa optică a unei oglinzi sferice este deplasat paralel cu el însuși, de-a lungul axei optice. Cînd obiectul se află la distanțele de 9 cm și, respectiv, 12 cm de oglindă, imaginile date de oglindă au aceeași mărime. Ce fel de oglindă se folosește și care este distanța focală ?

5.28. Pe un ecran așezat la distanța de 12 m de un obiect liniar trebuie obținută imaginea obiectului, mărită de patru ori.

Ce fel de oglindă trebuie folosită și care este poziția sa față de obiect ?

5.29. Ce fel de oglindă trebuie să folosim și care trebuie să fie raza ei de curbură pentru a obține o imagine dreaptă a feței și mărită de două ori, la distanța de 50 cm de ochi ?

5.30. Folosind o oglindă sferică concavă, cu raza de curbură de 40 cm, dorim să obținem imaginea reală a unui obiect liniar, care să fie de două ori mai mare ca obiectul. Calculați poziția obiectului și poziția imaginii față de oglindă.

5.31. Folosind atît metoda razei paralele, cît și metoda analitică, determinați pozițiile unui obiect luminos liniar așezat perpendicular pe axa optică a unei oglinzi sferice concave, cu raza de curbură de 40 cm, pentru a obține : a) o imagine virtuală și de două ori mai mare ca obiectul ; b) o imagine reală și de două ori mai mare ca obiectul ; c) o imagine reală și egală cu obiectul. Calculați pozițiile imaginilor pentru fiecare caz în parte.

5.32. Un cadru pătratic cu latura de 8 cm se așază simetric față de axa optică a unei oglinzi sferice concave, cu raza de curbură de 1,2 m, distanța dintre cadru și oglindă, măsurată de-a lungul axei optice fiind variabilă și egală cu : a) 2 m ; b) 1,2 m ; c) 0,8 m. Calculați ariile imaginilor formate de oglindă, pentru fiecare caz în parte.

5.33. Demonstrați că oglinzile sferice convexe formează numai imagini virtuale ale obiectelor reale.

5.34. Un obiect luminos, liniar, înalt de 7 cm este așezat perpendicular pe axa optică a unei oglinzi sferice convexe, cu raza de curbură de 45 cm, la distanța de 15 cm de oglindă. Folosind metoda razei paralele și pe cale analitică descrieți complet imaginea formată de oglindă.

5.35. Un obiect luminos, liniar, înalt de 6 cm este așezat perpendicular pe axa optică a unei oglinzi sferice convexe, cu raza de curbură de 40 cm, la distanța de 30 cm de oglindă. Folosind metoda razei paralele și pe cale analitică descrieți complet imaginea formată de oglindă.

5.36. Ce fel de oglindă trebuie folosită și care trebuie să fie valoarea razei sale de curbură pentru a obține o imagine dreaptă și de cinci ori mai mică decît obiectul, atunci cînd obiectul se află la distanța de 15 cm de vîrful oglinzii ?

5.37. Care trebuie să fie distanța focală a unei oglinzi sferice convexe pentru a se obține o imagine de șase ori mai mică decît un obiect liniar, luminos, așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 10 cm de oglindă ? La ce distanță de oglindă se formează imaginea ?

5.38. Un obiect luminos, liniar, înalt de 6 cm este așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 10 cm de o oglindă sferică convexă, cu raza de curbură de 40 cm. Folosind metoda razei paralele și pe cale analitică descrieți complet imaginea formată de oglindă.

5.39. Calculați poziția imaginii Lunii și diametrul imaginii Lunii, dată de o sferă șlefuită și perfect reflectătoare, care are diametrul de 20 cm. Diametrul Lunii este de aproximativ 3 840 km, iar distanța de la Lună la Pămînt este de aproximativ 386 000 km.

5.40. Un elev din clasa a XI-a realizează o experiență de optică geometrică folosind două oglinzi concave cu razele de curbură de 24 cm și, respectiv, 28 cm și o sursă punctiformă de lumină. Mai întîi așază oglinzile coaxial cu suprafețele reflectătoare față în față. Apoi așază sursa de lumină pe axa optică comună, la distanța de 15 cm față de oglinda cu raza de curbură de 24 cm, și deplasează oglinda cu raza de curbură de 28 cm pînă ce poziția imaginii finale, reale, obținută prin reflexii pe cele două oglinzi coincide cu poziția sursei de lumină. Calculați distanța dintre cele două oglinzi.

5.41. Ce condiție trebuie să îndeplinească distanța D dintre două oglinzi sferice concave, identice și coaxiale, cu distanța focală f și așezate față în față, pentru ca imaginea reală a unui obiect punctiform, așezat între cele două oglinzi, pe axa optică, să se formeze în același loc în care se găsește obiectul, după reflexii succesive ale razelor de lumină pe cele două oglinzi?

5.42. Două oglinzi sferice concave, așezate coaxial, față în față au distanțele focale egale cu 10 cm și, respectiv, 40 cm. Calculați : a) poziția a două puncte de pe axa optică unde, așezînd cîte o sursă de lumină punctiformă, se obțin imagini după dubla reflexie a razelor de lumină pe cele două oglinzi în același loc, distanța dintre cele două oglinzi fiind de 110 cm; b) distanța dintre oglinzi în momentul în care cele două puncte coincid.

5.43. Două oglinzi sferice concave, așezate coaxial, față în față au razele de curbură egale cu 16 cm și, respectiv, 22,5 cm. Distanța dintre oglinzi este de 55 cm. Calculați : a) poziția unui obiect luminos, liniar, așezat perpendicular pe axa optică între cele două oglinzi pentru care imaginile reale date de oglinzi să se formeze în același plan; b) mărimea imaginilor dacă înălțimea obiectului este de 2 cm.

5.44. Două oglinzi sferice concave, așezate coaxial, față în față, la distanța D, au distanțele focale f_1 și, respectiv, f_2. Unde trebuie așezat un obiect luminos, liniar, perpendicular pe axa optică, pentru ca imaginile date de cele două oglinzi să fie egale? Discutați rezultatul obținut în funcție de f_1, f_2 și D.

5.45. Un obiect luminos, punctiform este așezat pe axa optică la distanța de 40 cm de o oglindă sferică concavă, cu distanța focală de 30 cm. Ce fel de oglindă trebuie să se folosească și unde trebuie așezată pentru ca razele de lumină paraxiale, provenite de la obiect, să conveargă în același punct în care se află obiectul după reflexii succesive pe cele două oglinzi?

5.46. Două oglinzi sînt așezate față în față, coaxial, la distanța de 32 cm una de alta. Unui obiect luminos mic, așezat la mijlocul distanței dintre oglinzi îi corespunde o imagine reală în același punct în care se află obiectul. Una dintre oglinzi este concavă și are raza de curbură de 24 cm. Ce fel de oglindă este cealaltă și care este mărirea dată de sistemul de oglinzi?

5.47. Un obiect luminos, înalt de 2 cm este așezat perpendicular pe axa optică a unei oglinzi sferice concave, cu raza de curbură de 120 cm, la distanța de 80 cm de oglindă. Folosind metoda razei paralele și pe cale analitică descrieți complet imaginea dată de oglindă pentru situația considerată. Tot grafic și analitic descrieți complet imaginea finală obținută, dacă coaxial cu oglinda de mai sus se așază o a doua oglindă convexă, la distanța de 220 cm de prima, avînd raza de curbură de 80 cm.

5.48. Dacă lumina care cade pe o oglindă sferică convexă nu provine direct de la un obiect luminos punctiform, ci converge către un punct situat la distanța x_2, în spatele oglinzii, obiectul respectiv se numește obiect virtual. Se cere: a) reprezentarea grafică a mersului razelor de lumină, care determină formarea imaginii respective; b) poziția imaginii; c) pentru ce interval de distanțe ale obiectului virtual se obține o imagine reală, dacă raza de curbură a oglinzii este de 10 cm?

5.49. Argumentînd răspunsul și pe baza construcțiilor grafice, demonstrați că în anumite condiții o oglindă sferică convexă poate forma o imagine reală, dacă se folosește în cuplaj cu alte componente optice.

5.50. Pentru determinarea distanței focale a unei oglinzi sferice convexe, cu deschiderea de 32 cm, se așază în fața oglinzii, perpendicular pe axa optică și la distanța de 30 cm de oglindă, un ecran opac, în care se face un orificiu chiar în punctul în care axa optică intersectează ecranul. Iluminînd orificiul, lumina re-

flectată de oglindă determină pe ecran un disc luminos cu diametrul de 112 cm. Care este distanța focală a oglinzii?

5.51. O sursă de lumină punctiformă, aflată pe axa optică la distanța de 24 cm de o oglindă sferică concavă, așezată orizontal, își formează imaginea în același loc. Turnînd un strat subțire de lichid transparent în oglindă, obiectul trebuie coborît cu 6 cm pentru ca imaginea să se formeze tot în locul în care se află obiectul. Care este valoarea indicelui de refracție al lichidului?

5.52. Între două oglinzi coaxiale O' și O'', sferice, concave, cu razele de curbură de 4 cm și, respectiv, 8 cm, aflate la distanța de 15 cm una de alta, se așază perpendicular pe axa optică un obiect liniar înalt de 3 cm. Calculați : a) poziția obiectului pentru ca imaginea formată de oglinda O' să fie egală cu imaginea formată de oglinda O'' ; b) distanța dintre imagini ; c) mărimea imaginilor.

5.53. Între două oglinzi coaxiale O' și O'', sferice concave, cu razele de curbură de 10 cm și, respectiv, 15 cm, aflate la distanța de 5 cm una de alta, se așază perpendicular pe axa optică un obiect liniar, înalt de 6 cm. Calculați : a) poziția obiectului pentru ca imaginea formată de oglinda O' să fie egală cu imaginea formată de oglinda O'' ; b) distanța dintre imagini ; c) mărimea imaginilor.

5.54. Între două oglinzi coaxiale, O' și O'', sferice, concave cu razele de curbură de 8 cm și, respectiv, 12 cm, aflate la distanța de 10 cm una de alta, se așază perpendicular pe axa optică un obiect liniar, înalt de 4 cm. Calculați : a) distanța dintre imaginile formate de oglinzi, știind că distanța de la obiect la oglinda cu raza de 8 cm este egală cu 8 cm ; b) mărimea imaginilor

5.55. Două oglinzi, una concavă cu raza de curbură de 10 cm și cealaltă convexă cu raza de curbură de 50 cm, sînt așezate coaxial, la distanța de 50 cm una de alta. La mijlocul distanței dintre ele se așază perpendicular pe axa optică un obiect liniar, înalt de 5 cm. Calculați : a) distanța dintre imaginile formate de oglinzi ; b) mărimea imaginilor.

5.56. Două oglinzi concave, O' și O'', cu razele de curbură de 20 cm și, respectiv, 40 cm, sînt așezate coaxial, la distanța de 48 cm una de alta. Între cele două oglinzi, la distanța de 8 cm de oglinda O' se așază perpendicular pe axa optică un obiect liniar, înalt de 10 cm. Calculați : a) distanța dintre imaginile formate de oglinzi ; b) mărimea imaginilor.

5.57. Între două oglinzi, O' și O'', sferice, concave, cu razele de curbură de 4 cm și, respectiv, 8 cm, aflate la distanța de 10 cm una de alta, se așază perpendicular pe axa optică un obiect liniar, înalt de 2 cm. Calculați : a) poziția obiectului, pentru

ca imaginea formată de oglinda O' să fie egală ca mărime cu imaginea formată de oglinda O''; b) distanța dintre imagini; c) mărimea imaginilor.

5.58. Între două oglinzi coaxiale, O' și O'', sferice și de același fel, cu razele de curbură R' și R'', așezate coaxial, la distanța d una de alta, se așază perpendicular pe axa optică un obiect luminos, liniar. Calculați: a) raportul distanțelor de la obiect la oglinzi, corespunzător căruia imaginea formată de oglinda O' să fie egală cu imaginea formată de oglinda O''; b) distanța dintre imagini; c) mărirea liniară.

5.59. Între două oglinzi sferice, O' și O'', cu razele de curbură R' și R'', așezate coaxial, la distanța d una de alta, se așază perpendicular pe axa optică un obiect luminos liniar. Oglinda O' este concavă, iar oglinda O'' este convexă. Calculați: a) raportul dintre distanțele de la obiect la oglinzi pentru ca imaginea formată de oglinda O' să fie egală în valoare absolută cu imaginea formată de oglinda O''; b) distanța dintre imagini; c) mărirea fiecărei oglinzi.

5.60. Între două oglinzi O' și O'' sferice, cu razele de curbură R' și R'', așezate coaxial la distanța d una de alta, se așază perpendicular pe axa optică un obiect liniar luminos. Calculați: a) raportul dintre distanțele de la obiect la oglinzi, pentru ca prima imagine formată de oglinda O' să fie de m ori mai mare decît prima imagine formată de oglinda O''; b) distanța dintre imagini; c) mărirea corespunzătoare fiecărei oglinzi, pentru situația considerată.

Capitolul 6

LENTILE

Teorie

Lentilele sînt componente optice care funcționează pe baza fenomenului de refracție a radiației optice la cele două suprafețe de separare. Ele se construiesc din *sticlă optică* sau din *materiale plastice optice* avînd fie ambele suprafețe sferice, fie o suprafață sferică și o suprafață plană.

Secțiunile transversale tipice ale lentilelor folosite curent în practică sînt arătate schematic în figura 6.1; primele trei lentile

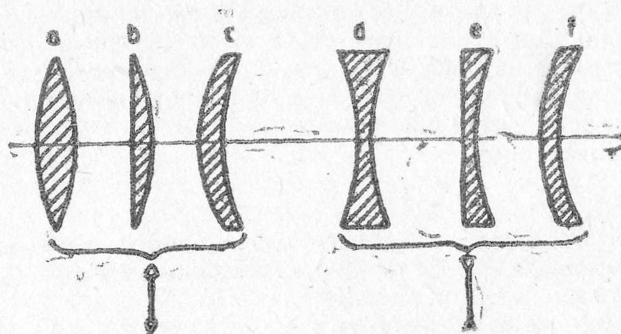


Fig. 6.1.

sînt *lentile convergente* (sau *lentile pozitive*, deoarece distanța focală este o mărime fizică pozitivă), iar ultimele trei lentile sînt *lentile divergente* (sau *lentile negative*, deoarece distanța focală este o mărime fizică negativă). Deosebirea, ca formă, dintre lentilele convergente (pozitive) și lentilele divergente (negative) este următoarea: lentilele convergente sînt mai groase în regiunea centrală decît la margini, iar lentilele divergente sînt mai groase la margini decît în regiunea centrală. Lentilele convergente pot fi

lentile biconvexe (a), *lentile plan-convexe* (b) şi *meniscuri convex-concave* (c), iar lentilele divergente pot fi *lentile biconcave* (d), *lentile plan-concave* (e) şi *meniscuri concav-convexe* (f). Lentilele biconvexe cu razele de curbură egale se numesc *lentile echiconvexe*, iar lentilele biconcave cu razele de curbură egale se numesc *lentile echiconcave*.

Lentilele despre care discutăm în acest capitol sînt lentile subţiri; grosimea lor este mult mai mică decît cea mai mică dintre cele două distanţe parcurse de razele de lumină implicate

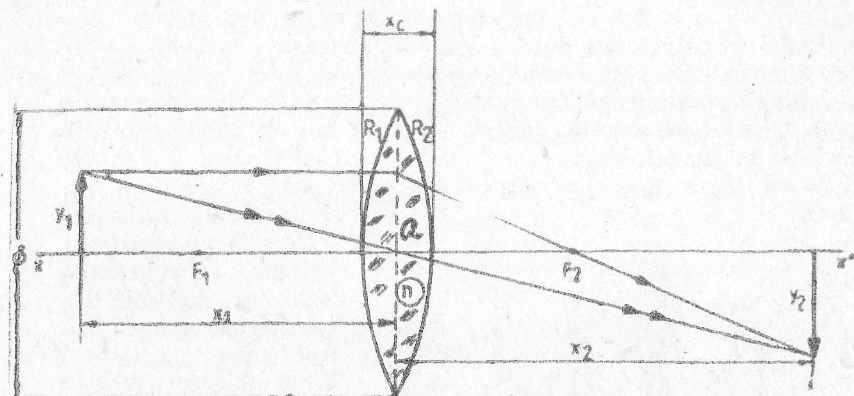


Fig. 6.2.

în formarea imaginilor. Caracteristicile principale ale lentilelor subţiri reprezentate în figura 6.2, sînt următoarele:

1) centrul optic, C, al lentilei;
2) diametrul, Φ, al lentilei;
3) raza de curbură, R_1, a primei suprafeţe sferice;
4) raza de curbură, R_2, a celei de a doua suprafeţe sferice;
5) grosimea, x_c, a lentilei;
6) axa optică, xx', a lentilei;
7) focarul primar (obiect), F_1, al lentilei;
8) focarul secundar (imagine), F_2, al lentilei;
9) distanţa, x_1, de la obiect la lentilă;
10) distanţa, x_2, de la imagine la lentilă;
11) indicele de refracţie n;
12) distanţa focală, f (distanţa F_1C sau F_2C).

Axa optică a lentilei este dreapta care unește centrele de curbură ale celor două suprafețe sferice și trece prin centrul optic al lentilei.

Focarul primar (*obiect*) este punctul de pe axa optică cu proprietatea că orice rază de lumină care vine de la el (cazul lentilelor convergente, pozitive) sau care se îndreaptă către el (cazul lentilelor divergente, negative) se deplasează după refracție paralel cu axa optică a lentilei.

Focarul secundar (*imagine*) este punctul de pe axa optică cu proprietatea că orice rază de lumină incidentă care se deplasează paralel cu axa optică este refractată către el (cazul lentilelor convergente, pozitive) sau pare a ieși din el (cazul lentilelor divergente, negative).

Planul focal este planul perpendicular pe axa optică în punctul focal. Un fascicul paralel, îngust, incident sub un unghi mic față de axa optică, converge, ca rezultat al refracției date de lentilă, către un punct situat în afara axei optice, însă în planul focal.

Metoda razei paralele de construcție a imaginii este ilustrată schematic în figura 6.3, pentru cazul unei lentile convergente, AB fiind obiectul luminos liniar, cu înălțimea y_1, așezat perpendicular pe axa optică.

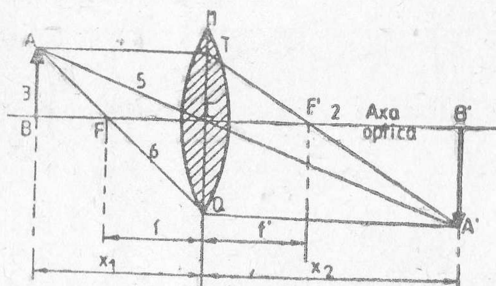


Fig. 6.3.

Metoda razei oblice de construcție a imaginii este ilustrată schematic în figura 6.4, tot pentru cazul unei lentile convergente, obiectul fiind considerat punctiform și așezat pe axa optică.

Convenția fizică de semne conduce la următoarele relații de calcul:

A) pentru distanța focală, f (formula de construcție a lentilelor),

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \tag{6.1}$$

unde n_2 este indicele de refracție al materialului optic din care este confecționată lentila, iar n_1 este indicele de refracție al mediului în care se propagă radiația optică;

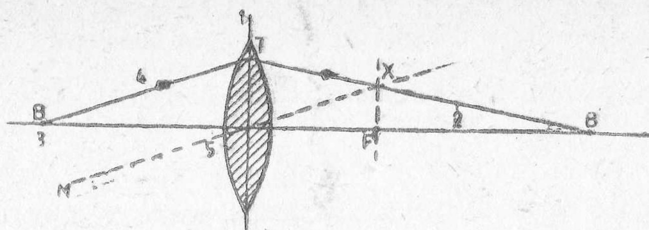


Fig. 6.4.

B) pentru formula gaussiană a lentilelor,

$$\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f};\qquad (6.2)$$

C) pentru mărirea, β,

$$\beta = -\frac{x_2}{x_1}.\qquad (6.3)$$

Convenția geometrică de semne conduce la următoarele relații de calcul :

A) pentru distanța focală, f (formula de construcție a lentilelor)

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right);\qquad (6.4)$$

B) pentru formula gaussiană a lentilelor,

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f};\qquad (6.5)$$

C) pentru mărirea, β,

$$\beta = \frac{x_2}{x_1}.\qquad (6.6)$$

Convergența lentilei (sau *puterea optică*), notată cu C, se definește ca inversul distanței focale, exprimată în metri, deci

$$C = \frac{1}{f}\,(\mathrm{m}^{-1})\qquad (6.7)$$

și se măsoară în dioptrii. *Dioptria* se definește ca fiind convergența unei lentile cu distanța focală egală cu un metru.

În cazul combinațiilor coaxiale de mai multe lentile, L', L'', L''' etc., mărirea β_s a sistemului coaxial de lentile este egală cu produsul măririlor corespunzătoare fiecărei lentile în parte, deci

$$\beta_s = \beta' \cdot \beta'' \cdot \beta''' \ldots \qquad (6.8)$$

In cazul acolării (alipirii) mai multor lentile L^i, L^{ii}, L^{iii} etc., acestea vor acționa ca o singură lentilă cu distanța focală f_s, dată de relația

$$\frac{1}{f_s} = \frac{1}{f^i} + \frac{1}{f^{ii}} + \ldots \qquad (6.9)$$

Aceasta înseamnă că convergența sistemului de lentile acolate C_s este egală cu suma convergențelor C_1, C_2, C_3, ... corespunzătoare lentilelor respective, deci

$$C_s = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots \qquad (6.10)$$

Observație importantă. Dacă în cazul combinațiilor axiale de două sau mai multe lentile imaginea dată de una dintre lentile se formează în spațiul imagine al următoarei lentile, atunci imaginea devine obiect virtual pentru următoarea lentilă și, conform convenției fizice de semne, distanța de la obiect la lentilă se consideră negativă. Dacă însă imaginea dată de o lentilă se formează în spațiul obiect al lentilei următoare, ea va fi obiect real și distanța față de lentilă se consideră pozitivă.

Aplicații

6.1. Caracterizați tipurile de lentile pe care le cunoașteți, asemănările și deosebirile dintre ele și funcțiile lor.

6.2. Definiți principalele caracteristici ale lentilelor subțiri și discutați distanțele implicate prin comparație.

6.3. Folosind metoda razei paralele, construiți grafic imaginea unui obiect luminos, liniar, așezat perpendicular pe axa optică a unei lentile convergente, la diferite distanțe de lentilă. Discutați rezultatele obținute.

6.4. Folosind metoda razei paralele, construiți grafic imaginea unui obiect luminos, liniar, așezat perpendicular pe axa optică a unei lentile divergente, la diferite distanțe de lentilă. Dis-

cutați rezultatele obținute și comparați-le cu cele obținute în cazul problemei precedente.

6.5. Folosind metoda razei oblice, construiți grafic imaginea unui obiect luminos, punctiform, așezat pe axa optică a unei lentile la diferite distanțe de lentilă. Discutați rezultatele obținute și faceți comparații între modul în care se formează imaginile prin folosirea unor lentile convergente și modul în care se formează imaginile prin folosirea unor lentile divergente.

6.6. Deduceți formula de construcție a lentilelor, formula gaussiană a lentilelor și expresia măririi liniare. Discutați rezultatele obținute pe baza convențiilor de semne.

6.7. Definiția convergenței (puterea optică) unei lentile și dioptria. Discutați aceste mărimi pentru cazul sistemelor de lentile acolate.

6.8. Folosind metoda razei paralele, reprezentați grafic imaginea unui obiect luminos, liniar, așezat perpendicular pe axa optică, la diferite distanțe de prima lentilă în cazul diferitelor combinații coaxiale, posibile de lentile convergente și divergente. Discutați rezultatele obținute.

6.9. Demonstrați că, în cazul lentilelor convergente, subțiri și pentru distanțe între obiect și ecran convenabil alese, există două poziții ale lentilei, așezată între obiect și ecran, pentru care pe ecran se formează imaginea clară a obiectului. Discutați imaginea în funcție de cele două poziții ale lentilei.

6.10. Descrieți grafic și analitic imaginea unui obiect luminos, înalt de 2 cm, așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 2 m de o lentilă convergentă subțire, cu distanța focală de 0,8 m.

6.11. Un obiect luminos, înalt de 4 cm, este așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 1 m de o lentilă convergentă, subțire, cu distanța focală de 0,8 m. Folosind metoda razei paralele, formula gaussiană a lentilelor și expresia măririi liniare, descrieți complet imaginea dată de lentilă.

6.12. Un obiect luminos, înalt de 2 cm, este așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 0,4 m de o lentilă convergentă, subțire, cu distanța focală de 0,8 m. Folosind metoda razei paralele, formula gaussiană a lentilelor și expresia măririi liniare, descrieți complet imaginea dată de lentilă.

6.13. Un obiect luminos, înalt de 4 cm, este așezat perpendicular pe axa optică, la distanțele succesive de 2 m, 1 m și, respectiv, 0,4 m de o oglindă divergentă, subțire, cu distanța focală

de $-0{,}8$ m. Folosind metoda razei paralele, formula gaussiană a lentilelor și expresia măririi liniare, descrieți complet imaginile date de lentilă.

6.14. Un obiect luminos, înalt de 4 cm, este așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 20 cm de o lentilă convergentă cu distanța focală de 12 cm. Grafic și analitic determinați natura, poziția și mărimea imaginii.

6.15. Un obiect luminos, înalt de 5 mm, este așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 5 cm de o lentilă plan-convexă, subțire, cu distanța focală de 7,5 cm. Grafic și analitic determinați natura, poziția și mărimea imaginii.

6.16. Un obiect luminos, înalt de 9 cm, este așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 27 cm de o lentilă divergentă cu distanța focală de -18 cm. Grafic și analitic determinați natura, poziția și mărimea imaginii.

6.17. Calculați distanța focală și poziția unei lentile convergente, care formează pe un ecran imaginea unui obiect luminos, de patru ori mai mare ca obiectul, atunci cînd distanța de la obiect la ecran este de 10 m.

6.18. Calculați cele două poziții ale unei lentile convergente cu distanța focală de 7,5 cm, corespunzător cărora, pe un ecran situat la distanța de 40 cm de obiect, se obțin imagini clare ale obiectului.

6.19. Între un obiect luminos liniar și un ecran aflat la distanța de 80 cm de obiect se așază o lentilă așa fel că pe ecran se obține o imagine clară a obiectului. Deplasînd lentila cu 40 cm față de poziția anterioară, pe ecran se obține o nouă imagine clară a obiectului. Grafic și analitic determinați natura lentilei, pozițiile pentru care se obțin imaginile clare și distanța focală a lentilei.

6.20. Distanța dintre un obiect luminos, liniar și un ecran este de 180 cm. Se cer: a) să se arate că așezînd o lentilă convergentă între obiect și ecran se obțin două poziții ale lentilei corespunzător cărora pe ecran se formează imaginea clară a obiectului; b) distanța focală a lentilei, dacă trecerea de la o poziție la alta se face deplasînd lentila cu 60 cm; c) măririle care corespund celor două poziții ale lentilei.

6.21. O lentilă convergentă, cu distanța focală f, este așezată între un obiect luminos, liniar și un ecran. Pentru ce valoare a distanței dintre obiect și ecran se poate obține pe ecran o imagine reală și egală cu obiectul (demonstrație grafică și analitică)? Ce valoare are distanța de la obiect la lentilă? Particularizați rezultatele obținute pentru $f = 15$ cm.

6.22. O lentilă convergentă, subțire, avînd distanța focală egală cu 24 cm, este așezată între un obiect luminos și un ecran, la distanța de 6 m de ecran. Calculați : a) poziția obiectului față de lentilă, pentru ca pe ecran să se obțină o imagine clară a obiectului ; b) poziția ecranului față de lentilă, pentru ca pe ecran să se obțină o imagine clară a obiectului, dacă între obiect și lentilă se află un strat de material optic transparent, omogen și izotrop, cu grosimea de 1 cm și cu indicele de refracție egal cu 2 ; c) poziția și natura imaginii, dacă grosimea materialului transparent este de 10 cm ; d) poziția ecranului față de lentilă, dacă materialul transparent cu grosimea de 10 cm se așază după lentilă, pentru ca imaginea clară să se obțină pe ecran.

6.23. La ce distanță față de o lentilă subțire, convergentă, cu distanța focală de 40 cm, trebuie așezat un obiect luminos liniar, perpendicular pe axa optică, pentru a obține : a) o imagine punctiformă ; b) o imagine reală, de patru ori mai mare ca obiectul ; c) o imagine reală, de patru ori mai mică decît obiectul ; d) o imagine virtuală, de patru ori mai mică decît obiectul ; e) o imagine virtuală, de patru ori mai mare ca obiectul ; f) o imagine reală și egală cu obiectul ; g) o imagine virtuală și egală cu obiectul.

6.24. Între un obiect luminos, mobil cu înălțimea de 5 cm și un ecran mobil se așază o lentilă fixă. Cînd obiectul se află perpendicular pe axa optică, la distanța de 9 cm și, respectiv, la distanța de 15 cm de lentilă, pe ecranul aflat la distanțe convenabile se obțin imagini clare ale obiectului. Calculați : a) distanța focală a lentilei ; b) distanțele dintre obiect și ecran, corespunzătoare celor două situații ; c) mărimile imaginilor obținute pe ecran

6.25. Pe un ecran așezat la distanța de 12 m de un obiect luminos, liniar, trebuie obținută o imagine care să fie de patru ori mai mare ca obiectul. Ce fel de lentilă trebuie să se folosească și care trebuie să fie distanța sa focală și distanța de la obiect la lentilă ?

6.26. Cu o lentilă convergentă, care are distanța focală egală cu 20 cm, dorim să obținem o imagine reală a unui obiect, care să fie de două ori mai mare ca obiectul. Determinați poziția obiectului și poziția imaginii față de lentilă.

6.27. Ce fel de lentilă trebuie folosită și care trebuie să fie distanța sa focală, pentru a obține o imagine dreaptă și de cinci ori mai mică decît obiectul, atunci cînd obiectul se află la distanța de 15 cm de lentilă ? Care este poziția imaginii ?

6.28. Ce fel de lentilă trebuie folosită și care trebuie să fie distanța sa focală pentru a obține o imagine răsturnată și de

șase ori mai mică decît obiectul, atunci cînd obiectul se află la distanța de 1 m de lentilă? Care este poziția imaginii?

6.29. Un obiect luminos, liniar și un ecran se află la distanța fixă d unul de altul. Arătați că așezînd între obiect și ecran o lentilă convergentă, cu distanța focală $f < \frac{d}{4}$, ea va produce pe ecran o imagine clară a obiectului, pentru două poziții ale lentilei, separate între ele cu distanța $\sqrt{d(d-4f)}$ și că raportul dintre dimensiunile celor două imagini, corespunzătoare celor două poziții, este dat de relația $(d-D)^2/(d+D)^2$, unde D este distanța dintre pozițiile lentilei.

6.30. Metoda cea mai simplă de a afla experimental distanța focală a unei lentile convergente este de a așeza lentila între un obiect luminos punctiform și o oglindă plană (obiectul fiind pe axa optică) și de a modifica poziția lentilei pînă ce imaginea obiectului se obține exact în locul în care se află obiectul. De ce și cine definește distanța focală a lentilei?

6.31. Raza de curbură a suprafeței convexe a unei lentile este egală în modul cu 20 cm, iar raza de curbură a suprafeței concave este egală în modul cu 40 cm. Indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila este egal cu 1,54. Considerînd că lentila se află în aer, calculați distanța focală și convergența lentilei și stabiliți natura lentilei.

6.32. O lentilă biconvexă are razele de curbură ale suprafețelor sferice egale în modul, cu 10 cm și, respectiv, 20 cm. Lentila formează imaginea reală a unui obiect, aflat la distanța de 24 cm de ea, la distanța de 56 cm de obiect. Calculați: a) distanța focală a lentilei și indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila; b) mărirea corespunzătoare situației considerate.

6.33. O lentilă are în aer distanța focală egală cu +10 cm. Care este distanța focală a lentilei în apă, dacă indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila este egal cu 1,50, iar indicele de refracție al apei este egal cu 4/3?

6.34. O lentilă plan-concavă, cu raza de curbură a suprafeței concave egală în modul cu 12 cm, are în aer distanța focală egală cu −22,2 cm. Calculați indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila.

6.35. O lentilă convex-concavă cu razele de curbură ale suprafețelor sferice egale în modul cu 3 cm și, respectiv, 4 cm este confecționată din sticlă optică al cărei indice de refracție este

egal cu 1,60. Calculați : a) distanța focală a lentilei în aer ; b) distanța focală a lentilei în apă.

6.36. O lentilă echiconvexă, confecționată din sticlă optică cu indicele de refracție egal cu 1,50, are razele de curbură egale în modul cu 20 cm fiecare. Calculați distanța focală a lentilei : a) în aer ; b) în sulfură de carbon, al cărei indice de refracție este egal cu 1,63.

6.37. O lentilă echiconcavă, confecționată din sticlă optică cu indicele de refracție egal cu 1,45, are razele de curbură egale în modul cu 8 cm fiecare. Calculați distanța focală a lentilei în aer și în apă. Se consideră $n_{aer} = 1$ și $n_{apă} = 4/3$.

6.38. O lentilă convergentă, confecționată din sticlă optică cu indicele de refracție egal cu 1,50, formează imaginea unui obiect luminos pe un ecran, la distanța de 10 cm de lentilă. În apă, imaginea obiectului aflat la aceeași distanță de lentilă s-ar obține pe un ecran aflat la distanța de 60 cm de lentilă. Cunoscînd indicele de refracție al apei, calculați distanța focală a lentilei în aer.

6.39. Două lentile echiconvexe, subțiri, identice, avînd fiecare distanța focală egală cu 20 cm și indicele de refracție al materialului lentilelor egal cu 1,50, sînt centrate pe aceeași axă optică, în contact. Dacă se umple spațiul dintre suprafețele în contact cu un lichid transparent, omogen și izotrop, atunci sistemul de lentile acolate formează imaginea unui obiect așezat la 20 cm de sistem, pe un ecran aflat la distanța de 60 cm de sistem. Calculați indicele de refracție al lichidului.

6.40. Determinați natura, poziția și mărirea liniară în cazul unei lentile convergente, subțiri, cu distanța focală de 100 cm, atunci cînd un obiect luminos, liniar se află perpendicular pe axa optică la distanțele : a) de 150 cm ; b) de 75 cm

6.41. Calculați cele două poziții ale unui obiect luminos, așezat perpendicular pe axa optică a unei lentile cu distanța focală de +4 cm, pentru care imaginile date de lentilă sînt, în valoare absolută, de opt ori mai mari decît obiectul

6.42 Descrieți complet, grafic și analitic, imaginea unui obiect luminos înalt de 10 cm, așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 28 cm de o lentilă divergentă, cu distanța focală de —7 cm.

6.43. O lentilă convergentă, cu distanța focală f, este așezată între două obiecte luminoase, liniare, aflate perpendicular pe axa optică la distanța d unul de altul. Poziția lentilei este astfel încît imaginile celor două obiecte se formează în același plan. Calculați distanța de la lentilă la unul dintre cele două obiecte.

6.44. Un sistem de două lentile coaxiale, alipite, dintre care una este convergentă, cu distanța focală de 8 cm, formează imaginea unui obiect luminos, liniar, așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 60 cm, pe un ecran așezat la distanța de 100 cm de obiect. Calculați : a) convergența sistemului de lentile acolate ; b) distanța focală a celei de a doua lentile ; c) convergența fiecărei lentile.

6.45. O lentilă biconvexă, subțire, din sticlă optică cu indicele de refracție egal cu 1,50, are razele de curbură ale celor două suprafețe sferice în raportul 8/2 (în valoare absolută) și formează imaginea reală a unui obiect, situat perpendicular pe axa optică, la distanța de 18 cm de lentilă, pe un ecran ; imaginea este de două ori mai mare ca obiectul. Dacă se alipește încă o lentilă subțire, imaginea aceluiași obiect devine virtuală și de două ori mai mare ca obiectul. Calculați : a) razele de curbură ale suprafețelor sferice ale primei lentile ; b) distanța focală a celei de a doua lentile ; c) convergența sistemului de lentile acolate.

6.46. Două lentile subțiri, coaxiale, avînd fiecare distanța focală de 15 cm, sînt așezate la distanța de 10 cm una de alta. Calculați : a) distanța față de a doua lentilă la care converge un fascicul paralel de lumină, incident pe prima lentilă ; b) poziția și mărimea imaginii finale a unui obiect luminos, înalt de 2 cm, așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 20 cm în fața primei lentile.

6.47. Un sistem optic centrat este format din două lentile convergente, cu distanțele focale f' și, respectiv, f'', așezate la distanța d una de alta. În fața primei lentile, la distanța x'_1, se așază perpendicular pe axa optică un obiect luminos liniar. Calculați : a) poziția imaginii finale ; b) mărirea liniară a sistemului pentru situația considerată. Particularizați rezultatele obținute pentru cazul în care $f'=12$ cm, $f''=6$ cm, $d=40$ cm și $x'_1=20$ cm, și reprezentați grafic modul de formare a imaginii pentru acest caz particular.

6.48. Un sistem optic centrat este format din două lentile, una convergentă, cu distanța focală egală cu 20 cm, și alta divergentă, cu distanța focală egală cu —10 cm. Sistemul formează imaginea reală a unui obiect aflat la infinit în fața lentilei convergente, la infinit, după lentila divergentă. Dacă se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos, liniar la o anumită distanță în fața lentilei convergente, cînd aceasta se află la distanța $d=70/3$ cm de lentila divergentă, imaginea finală este reală și se formează la distanța de 20 cm după lentila divergentă.

Calculaţi : a) distanţa dintre cele două lentile ale sistemului; b) distanţa dintre cel de-al doilea obiect şi lentila convergentă; c) mărirea dată de sistem, în cazul celui de-al doilea obiect.

6.49. Un sistem optic centrat este format din două lentile, una convergentă, cu distanţa focală de 1 m, şi alta divergentă, cu distanţa focală de —0,9 m, aşezate la distanţa de 0,5 m una de alta. În faţa lentilei convergente, la distanţa de 11 m, se aşază perpendicular pe axa optică un obiect luminos, înalt de 4 cm. Grafic şi analitic descrieţi complet imaginea dată de sistemul de lentile.

6.50. O lentilă convergentă formează o imagine egală cu obiectul pe un ecran situat la distanţa de 40 cm de obiect. Dacă se alipeşte o a doua lentilă, sistemul obţinut formează pe un ecran, aşezat la distanţa de 45 cm de sistem, imaginea unui alt obiect, care este de două ori mai mică decît obiectul. Calculaţi : a) distanţa focală a celei de a doua lentile ; b) poziţia celui de-al doilea obiect faţă de sistem.

6.51. Două lentile plan-convexe avînd 10 dioptrii fiecare sînt aşezate coaxial la distanţa de 35 cm una de alta. În faţa uneia dintre lentile se aşază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos liniar la distanţa de 15 cm. Se cer : a) razele de curbură ale feţelor lentilelor dacă indicele de refracţie al materialului din care sînt confecţionate lentilele este egal cu 1,80 ; b) să se descrie complet, grafic şi analitic, imaginea obiectului dată de sistemul de lentile ; c) să se arate ce se întîmplă cu imaginea finală şi cum se modifică mărimea sa liniară dacă, menţinînd obiectul fix, cea de a doua lentilă se deplasează continuu către prima pînă la contact.

6.52. Un sistem optic centrat este format din două lentile, una convergentă, cu convergenţa de o dioptrie, şi alta divergentă, cu convergenţa de două dioptrii. Lentilele sînt aşezate la distanţa d una de alta. În faţa lentilei convergente şi la distanţa de 1,5 m se aşază perpendicular pe axa optică un obiect luminos, liniar. Calculaţi : a) distanţa dintre lentile, pentru ca imaginea finală să fie virtuală şi egală cu obiectul ; b) distanţa dintre imaginea finală şi obiect ; c) distanţa dintre lentile, pentru ca imaginea finală să fie reală şi de patru ori mai mare ca obiectul.

6.53. Un sistem optic centrat este format din două lentile, una convergentă, cu distanţa focală f', şi alta divergentă, cu distanţa focală $f''=-f'/2$. Lentilele sînt aşezate la distanţa f' una de alta. Calculaţi : a) domeniul distanţelor faţă de lentila convergentă în care, aşezînd un obiect luminos liniar, perpendicular pe axa optică, sistemul formează imagini reale ; b) poziţia

imaginii finale și mărirea dată de sistem, în cazul în care obiectul se află la distanța de $4f'$ față de lentila convergentă.

6.54. O lentilă subțire, cu distanța focală egală cu 2 cm, formează imaginea clară a obiectului pe un ecran așezat la distanța de 1,68 m de lentilă. Care este raportul dintre mărimea imaginii și mărimea obiectului? Menținînd lentila fixă, la distanța de 16 cm de ea, către partea ecranului, se așază coaxial o a doua lentilă divergentă, cu distanța focală egală cu -8 cm. Se deplasează apoi obiectul pînă ce pe ecran se obține imaginea sa clară. Care este raportul dintre mărimea imaginii și mărimea obiectului în acest caz?

6.55. La distanța de 80 cm de o lentilă convergentă, cu convergența egală cu patru dioptrii se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect liniar, luminos, iar imaginea sa se obține pe un ecran așezat într-o poziție convenabilă. Menținînd obiectul și lentila fixe, la distanța de 1,2 m de lentilă, către partea ecranului, se așază o a doua lentilă divergentă cu convergența de —1,25 dioptrii. Cu cît trebuie deplasat ecranul, și în ce sens, pentru ca și în acest caz imaginea dată de sistem să se formeze pe ecran?

6.56. Două lentile convergente, una cu diametrul mare și cu distanța focală egală cu 1 m, și alta cu diametrul mai mic și cu distanța focală egală cu 2 m sînt alipite și centrate coaxial. Considerînd un obiect luminos, liniar, perpendicular pe axa optică, se obțin două imagini cu un astfel de sistem de lentile și anume, o imagine dată de razele centrale (unde acționează sistemul de două lentile) și o imagine dată de razele marginale (unde acționează numai lentila cu diametrul mai mare). Neglijînd aberația de sfericitate, calculați: a) domeniul distanțelor din spațiul obiect pentru care ambele imagini sînt reale; b) domeniul distanțelor din spațiul obiect pentru care ambele imagini sînt virtuale; c) domeniul distanțelor din spațiul obiect pentru care o imagine este reală și alta este virtuală; d) la ce distanță a obiectului față de sistem una dintre imagini este de două ori mai mare decît cealaltă.

6.57. Două lentile convergente, L' și L'', cu distanțele focale f' și, respectiv, f'' sînt așezate coaxial, la distanța d una de alta. Dacă lentila L' are diametrul D', iar lentila L'' are diametrul D'', calculați: a) poziția și mărimea imaginii lentilei L', dată de lentila L'' și poziția și mărimea imaginii lentilei L'', dată de lentila L'; b) distanța dintre imagini; c) distanța dintre lentile, pentru ca imaginile să se formeze în același plan.

6.58. Două lentile subţiri, plan-convexe, identice sînt acolate şi centrate, cu feţele convexe în contact. Un obiect luminos, punctiform, aşezat la distanţa de 120 cm de sistem, pe axa optică, îşi formează imaginea reală la distanţa de 30 cm de sistem. Dacă se arginteazǎ faţa convexă a lentilei mai apropiate de obiect, atunci obiectul trebuie aşezat la distanţa de 18 cm de sistem, pentru ca imaginea reală să se obţină în acelaşi loc în care se află obiectul. Calculaţi : a) raza de curbură a suprafeţei convexe; b) indicele de refracţie al materialului din care sînt confecţionate lentilele.

6.59. Un sistem optic centrat este format din două lentile, una convergentă, cu distanţa focală de 8 cm, şi alta divergentă, cu distanţa focală de —12 cm. Lentilele se află la distanţa de 6 cm una de alta. Considerînd un obiect luminos, înalt de 3 cm, aşezat perpendicular pe axa optică, la distanţa de 24 cm de lentila convergentă, calculaţi : a) poziţia imaginii finale; b) mărimea imaginii finale. Reprezentaţi grafic modul în care se formează imaginea finală.

6.60. Trei lentile subţiri, coaxiale, cu distanţele focale egale cu + 12 cm, —12 cm şi +12 cm, sînt dispuse la distanţa de 2 cm una de alta în ordinea specificată. Considerînd un fascicul paralel de lumină, incident pe prima lentilă paralel cu axa optică, determinaţi poziţia de focalizare a fasciculului de lumină.

6.61. Trei lentile subţiri, coaxiale, convergente, identice, cu distanţa focală de 20 cm fiecare, sînt aşezate la distanţa de 30 cm una de alta. Calculaţi poziţia şi mărimea imaginii finale corespunzătoare unui obiect luminos înalt de 2 cm, aşezat perpendicular pe axa optică, la distanţa de 60 cm în faţa primei lentile.

6.62. O lentilă convergentă formează imaginea unui obiect luminos liniar, aşezat perpendicular pe axa optică, pe un ecran aflat la distanţa de 20 cm de lentilă. Dacă la mijlocul distanţei dintre lentilă şi ecran se aşază coaxial o a doua lentilă divergentă, ecranul trebuie îndepărtat cu 20 cm pentru a se obţine pe el o imagine clară. Calculaţi distanţa focală a lentilei divergente.

6.63. Un obiect luminos, liniar este aşezat perpendicular pe axa optică, între două lentile convergente, subţiri, cu distanţele focale de 4 cm şi, respectiv, 8 cm, aşezate coaxial, la distanţa de 24 cm una de alta. Calculaţi : a) raportul dintre distanţele de la obiect la lentile, corespunzător căruia imaginile reale date de lentile sînt egale; b) distanţa dintre imagini; c) mărirea.

6.64. Un obiect luminos, înalt de 10 cm, este aşezat perpendicular pe axa optică, între două lentile convergente, subţiri, cu distanţele focale de 40 cm, şi, respectiv, 60 cm, aflate coaxial la distanţa de 600 cm una de alta. Calculaţi : a) distanţele de la

obiect la lentile, corespunzător cărora imaginile reale date de lentile sînt egale; b) distanța dintre imagini; c) mărimea imaginilor.

6.65. Două lentile convergente, subțiri, cu distanțele focale de 10 cm și, respectiv, 40 cm sînt dispuse coaxial la distanța de 80 cm una de alta. Între cele două lentile se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect liniar. Calculați: a) distanța de la obiect la una dintre lentile, pentru ca imaginile formate de lentile să fie egale în valoare absolută; b) distanța dintre imagini; c) mărirea.

6.66. Între două lentile divergente, subțiri, cu distanțele focale de —25 cm și, respectiv, —40 cm, așezate coaxial, la distanța de 80 cm una de alta, se află un obiect luminos, înalt de 9 cm, dispus perpendicular pe axa optică. Calculați: a) poziția obiectului față de lentile, pentru ca imaginile date de lentile să fie egale; b) distanța dintre imagini; c) mărimea imaginilor.

6.67. Între o lentilă convergentă, cu distanța focală de 10 cm, și o lentilă divergentă, cu distanța focală de —20 cm, aflate coaxial la distanța de 25 cm una de alta, se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos înalt de 4 cm. Calculați: a) poziția obiectului față de lentile, pentru ca imaginile formate de lentile să fie egale în valoare absolută; b) distanța dintre imagini; c) mărimea imaginilor.

6.68. Două lentile convergente, subțiri, cu distanțele focale de 60 cm și, respectiv, 120 cm, sînt centrate la distanța de 100 cm una de alta. Între cele două lentile, la distanța de 40 cm de lentila cu convergența mai mare, se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos înalt de 2 cm. Calculați: a) poziția și mărimea imaginilor; b) distanța dintre imagini.

6.69. Două lentile convergente, subțiri, cu distanțele focale de 30 cm și, respectiv, 60 cm, sînt centrate la distanța de 120 cm una de alta. Între cele două lentile, la distanța de 20 cm de lentila cu convergența mai mică, se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos înalt de 10 cm. Calculați: a) poziția și mărimea imaginilor; b) distanța dintre imagini.

6.70. Două lentile, una convergentă, cu distanța focală de 60 cm, și alta divergentă, cu distanța focală de —40 cm, sînt centrate la distanța de 50 cm una de alta. Între cele două lentile, la distanța de 30 cm de lentila convergentă, se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos, înalt de 10 cm. Calculați: a) poziția și mărimea imaginilor; b) distanța dintre imagini.

6.71. Două lentile divergente, cu distanțele focale de —32 cm și, respectiv, —36 cm, sînt centrate la distanța de 124 cm una

de alta. La mijlocul distanței dintre lentile se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos înalt de 6 cm. Calculați : a) poziția și mărimea imaginilor ; b) distanța dintre imagini.

✓ 6.72. Două lentile convergente cu distanțele focale de 32 cm și, respectiv, 36 cm sînt centrate la distanța de 124 cm una de alta. La mijlocul distanței dintre lentile se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos înalt de 6 cm. Calculați : a) poziția și natura imaginilor ; b) distanța dintre imagini.

6.73. Două lentile subțiri, de același fel, cu distanțele focale f' și f'', sînt centrate la distanța d una de alta. Între cele două lentile se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos liniar. Calculați : a) raportul dintre distanțele de la obiect la lentile, corespunzător căruia imaginile date de lentile sînt egale ; b) distanța dintre imagini ; c) măririle corespunzătoare lentilelor.

6.74. Două lentile subțiri, una convergentă, cu distanța focală f', și alta divergentă, cu distanța focală f'', sînt centrate la distanța d una de alta. Între cele două lentile se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos liniar. Calculați : a) raportul dintre distanțele de la obiect la lentile, corespunzător căruia imaginile date de lentile sînt egale în valoare absolută ; b) distanța intre imagini ; c) măririle corespunzătoare lentilelor.

6.75. Două lentile subțiri, cu distanțele focale f' și f'', sînt așezate coaxial la distanța d una de alta. Între cele două lentile se așază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos, liniar. Calculați : a) raportul dintre distanțele de la obiect la lentile, corespunzător căruia imaginea dată de lentila cu distanța focală f' este de m ori mai mare decît imaginea dată de lentila cu distanța focală f'' ; b) distanța dintre imagini ; c) măririle corespunzătoare lentilelor.

Capitolul 7

SISTEME OPTICE ȘI INSTRUMENTE OPTICE

Teorie

Lentilele, oglinzile, prismele și alte componente optice se pot combina în diverse moduri, pentru a se obține un *sistem optic*.

Instrumentele optice sînt combinații de componente optice realizate astfel încît permit folosirea formulelor de calcul optic bine stabilite. Există o mare varietate de instrumente optice, în funcție de scopul practic urmărit. Dacă ne limităm numai la instrumentele optice folosite pentru formarea imaginilor, acestea pot fi clasificate în:

A) instrumente optice care formează imagini reale;

B) instrumente optice care formează imagini virtuale.

Principalele caracteristici optice ale instrumentelor optice folosite pentru formarea imaginilor sînt:

1) axa optică;

2) mărirea liniară, β, definită ca raportul dintre mărimea imaginii y_i, dată de instrumentul optic, și mărimea obiectului y_o, deci

$$\beta = \frac{y_i}{y_o}. \qquad (7.1)$$

Mărirea liniară este o caracteristică optică a instrumentelor optice care formează imagini reale;

3) puterea, P, definită ca raportul dintre tangenta unghiului sub care obiectul se vede prin instrument și mărimea liniară y_o a obiectului, deci

$$P = \frac{\operatorname{tg}\alpha_i}{y_o}. \qquad (7.2)$$

Pentru a putea fi observat prin instrumentul optic, obiectul trebuie să conducă la formarea unei imagini virtuale, ceea ce înseamnă

că această mărime este caracteristică instrumentelor optice care formează imagini virtuale;

4) grosismentul, G, definit ca raportul dintre tangenta unghiului sub care obiectul se vede prin instrument și tangenta unghiului sub care obiectul se vede cînd este privit cu ochiul liber, din aceeași poziție, în care se privește prin instrumentul optic, deci

$$G = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_0}; \qquad (7.3)$$

și această mărime este caracteristică instrumentelor optice care formează imagini virtuale;

5) puterea de separare, definită prin capacitatea instrumentului optic de a permite observarea distinctă a două puncte apropiate ale obiectului sau observarea distinctă a două obiecte de dimensiuni mici, aflate la o distanță foarte mică unul față de altul.

Cele mai cunoscute instrumente optice care permit obținerea imaginilor reale sînt aparatul fotografic și aparatul de proiecție. Componenta optică de bază a acestor instrumente optice este fie o lentilă convergentă, fie un sistem convergent de lentile alipite, fie un sistem de lentile aflate la o distanță fixă sau variabilă, care în final determină obținerea unei imagini reale.

Cele mai cunoscute instrumente optice care permit obținerea imaginilor virtuale sînt lupa, ochelarii, microscopul, luneta și telescopul.

Lupa este fie o lentilă convergentă, fie un sistem convergent de lentile acolate; ea este folosită pentru observarea obiectelor de dimensiuni mici, așezate între punctul focal și lentilă. Cînd

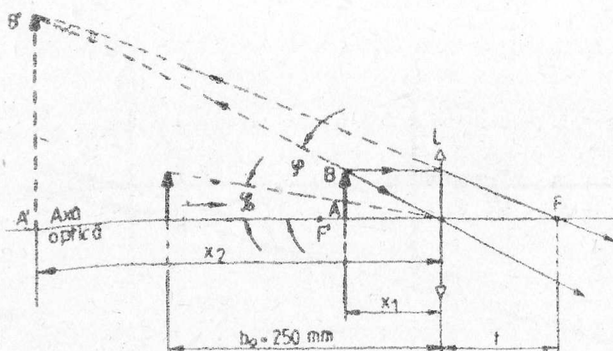


Fig. 7.1.

se folosesc combinații de mai multe lentile coaxiale, care formează imagini virtuale, se obține un *ocular*.

Schema de principiu a modului de formare a imaginilor virtuale de către o lupă este arătată în figura 7.1. Putem folosi următoarele formule de calcul:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{b_0 - a} = \frac{1}{f} \text{ (formula gaussiană)} \quad (7.4)$$

și

$$P = \frac{\text{tg } \varphi}{y_1} = \frac{1}{f} \text{ (puterea lupei)}, \quad (7.5)$$

unde b_0 este distanța de vedere optimă a ochiului emetrop (egală cu 25 cm), iar a este distanța de la ochi la lupă (de regulă, neglijabilă).

Ochelarii sînt alcătuiți dintr-o pereche de lentile convergente sau divergente, identice sau diferite, și sînt folosiți pentru corectarea defectelor de vedere. Cînd aceeași componentă optică se obține prin unirea unei lentile convergente cu o lentilă divergentă, ochelarii se numesc *bifocali*. Formulele folosite pentru luarea în considerație a formării imaginilor de către ochelari sînt exact formulele lentilelor.

Microscopul încorporează în sistemul său optic o lentilă convergentă, numită obiectiv, și o altă lentilă convergentă, numită ocular (sau sisteme convergente de lentile), centrate la o distanță, care, de regulă, este de aproximativ 18 cm. Distanțele focale ale lentilelor sînt mult mai mici decît distanța dintre lentile. Micro-

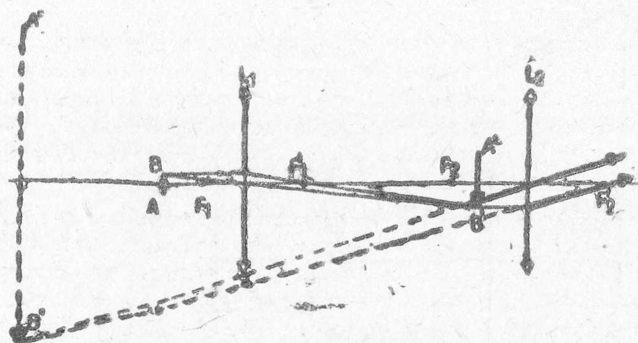


Fig. 7.2.

scoapele se folosesc pentru observarea obiectelor microscopice, care nu mai pot fi observate cu lupa. Schema de principiu a modului de formare a imaginilor virtuale de către un microscop este arătată în figura 7.2. Puterea optică P și grosismentul G ale microscopului se calculează cu formulele:

$$P = \frac{e}{f_{ob} f_{oc}} \text{ (puterea optică)} \tag{7.6}$$

și

$$G = \frac{P}{4} \text{ (grosismentul).} \tag{7.7}$$

Luneta este o combinație de două lentile convergente, centrate sau o combinație de o lentilă convergentă și o lentilă divergentă, centrate. Dacă sistemul de lentile convergente este afocal (focarul secundar al obiectivului coincide cu focarul primar al ocularului), se obține următoarea formulă de calcul:

$$G = \frac{f_{ob}}{f_{oc}} = f_{ob} P_{oc} \text{ (grosismentul).} \tag{7.8}$$

Luneta mai este cunoscută în literatura de specialitate și sub denumirea de *telescop*.

Aplicații

7.1. Explicați principiul de funcționare a aparatului de proiecție. Ce însușiri trebuie să aibă proiectorul și obiectivul de proiecție?

7.2. Explicați principiul de funcționare a aparatului fotografic. Cum explicați că, deși imaginea clară a unui obiect pe un ecran se obține numai pentru o anumită poziție a obiectului față de o lentilă convergentă, în cazul aparatului fotografic, pe film se înregistrează imagini clare pentru un domeniu de distanțe ale obiectului față de obiectivul aparatului fotografic?

7.3. Se cunoaște că dacă distanța de la obiectele fotografiate la aparatul fotografic este mare, dimensiunile imaginilor obținute pe filmul fotografic sînt direct proporționale cu distanța focală a obiectivului. Aceasta înseamnă că obținerea pe film a unor imagini mari implică folosirea unor obiective fotografice cu distanțe focale mari. Însă distanțele focale mari determină dimensiuni mari ale aparatului fotografic, ceea ce, din punct de vedere prac-

tic nu este convenabil. Cum pot fi totuşi obţinute dimensiuni mari ale imaginilor pe filmul fotografic, menţinînd dimensiunile aparatului fotografic în limite rezonabile?

7.4. Explicaţi principiul optic de funcţionare a lupei. Se ştie că puterea de mărire a lupei este dată de relaţia $P = b_0/f + 1$, unde b_0 este distanţa de vedere optimă a ochiului emetrop (egală cu aproximativ 25 cm), iar f este distanţa focală a lupei. Conform acestei relaţii, puterea de mărire a lupei poate fi făcută oricît de mare, dacă distanţa focală se micşorează foarte mult. Practica arată totuşi că puterea de mărire a lupei nu poate fi mai mare decît aproximativ 20X. De ce?

7.5. Ce sînt lentilele de ochelari denumite *bifocali* sau *trifocali*? Explicaţi modul de folosire a acestor lentile în raport cu trecerea de la vederea apropiată la vederea îndepărtată, de la vederea intermediară la vederea apropiată sau îndepărtată etc.

7.6. Explicaţi modul de corectare a defectelor de vedere cu ajutorul ochelarilor. De ce corectarea miopiei se face folosind lentile sferice negative, iar corectarea hipermetropiei se face folosind lentile sferice pozitive?

7.7. Explicaţi principiul optic de funcţionare a microscopului. Se ştie că mărirea totală a imaginii de pe retină, m, datorată microscopului, este dată de relaţia $d \cdot b_0/f_{ob} \cdot f_{oc}$, unde d este lungimea tubului microscopului, b_0 este distanţa de vedere optimă, f_{ob} este distanţa focală a obiectivului, iar f_{oc} este distanţa focală a ocularului. În cazul ochiului emetrop şi pentru o lungime a tubului microscopului de 18 cm, se obţine $m = 45\,000/f_{ob} \cdot f_{oc}$, unde distanţele focale se exprimă în milimetri. S-ar părea că alegînd obiective şi oculare cu distanţe focale cît mai mici, se pot obţine valori foarte mari pentru mărirea totală m. Practica arată însă că valorile maxime ale măririi m a microscoapelor este de aproximativ 1 000X. De ce?

7.8. Explicaţi principiul optic de funcţionare a lunetelor (telescoapelor) astronomice şi arătaţi modul cum aceste instrumente optice pot fi adaptate şi pentru observarea obiectelor terestre mai apropiate.

7.9. La distanţa d de o lentilă pozitivă cu distanţa focală f se aşază, perpendicular pe axa optică, o oglindă plană, iar la distanţa x_1 în faţa lentilei se aşază, tot perpendicular pe axa optică, un obiect luminos liniar. Grafic şi analitic, discutaţi imaginea finală pentru cazul $d > f$.

7.10. La distanţa de 54 cm de o lentilă pozitivă cu distanţa focală de 30 cm se aşază, perpendicular pe axa optică, un obiect

luminos, liniar, iar în planul focal al lentilei se aşază, tot perpendicular pe axa optică o oglindă plană. Grafic şi analitic, discutaţi imaginea finală.

7.11. Avînd la dispoziţie două lentile convergente, cu distanţele focale f' şi f'' şi o oglindă concavă cu distanţa focală f_0, aşezate coaxial în ordinea specificată, să se realizeze un sistem optic astfel încît imaginea reală a unui obiect punctiform, aşezat într-o anumită poziţie (care anume?) în faţa primei lentile, să se formeze în acelaşi loc cu obiectul, indiferent de distanţa dintre lentile. Cum trebuie modificat sistemul, pentru a se obţine rezultatul de mai sus, dacă în locul oglinzii concave se foloseşte o oglindă convexă sau o oglindă plană?

7.12. Avînd la dispoziţie o lentilă pozitivă, cu distanţa focală f', o lentilă negativă, cu distanţa focală f'', şi o oglindă plană, aşezate coaxial, în ordinea specificată, determinaţi distanţele dintre componentele sistemului optic, realizat astfel încît imaginea unui obiect punctiform, axial, aşezat în faţa primei lentile, la distanţa $x'_1 > f'$, să se formeze în acelaşi loc în care se află obiectul. Discutaţi rezultatul obţinut în funcţie de valorile distanţelor focale.

7.13. O lentilă pozitivă, cu distanţa focală de 25 cm, şi o oglindă concavă, cu raza de curbură de 40 cm, sînt centrate la distanţa de 50 cm una de alta. La distanţa de 80 cm în faţa lentilei pozitive se aşază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos cu înălţimea de 5 cm. Grafic şi analitic, discutaţi imaginea finală.

7.14. Între o lentilă pozitivă cu distanţa focală de 5 cm şi o oglindă concavă, aflate coaxial la o distanţă convenabilă una de alta, se aşază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos, înalt de 1 cm. Oglinda formează imaginea reală a obiectului între cele două componente optice, la distanţa de 20 cm de obiect şi la distanţa de 17 cm de lentilă, aşa fel că imaginea este de două ori mai mare decît obiectul. Calculaţi : a) raza de curbură a oglinzii ; b) poziţia imaginii finale ; c) mărimea imaginii finale ; d) poziţia şi mărimea imaginii formate direct de lentilă, fără contribuţia oglinzii. Reprezentaţi grafic modul în care se formează imaginea finală, cînd se consideră şi oglinda.

7.15. Două lentile pozitive, cu convergenţele de 10 dioptrii şi, respectiv, 8 dioptrii sînt centrate la distanţa de 80 cm una de alta. În faţa lentilei cu distanţa focală mai mică se aşază, perpendicular pe axa optică şi simetric faţă de aceasta, un disc luminos. Suprafaţa imaginii finale, formată de sistemul de lentile, este de nouă ori mai mare decît suprafaţa discului obiect. Calcu-

lați : a) poziția discului obiect ; b) poziția discului obiect pentru ca imaginea finală să nu se schimbe, dacă între discul obiect și prima lentilă se așază o lamă de sticlă optică, cu grosimea de 9 cm și indicele de refracție al materialului de 1,50.

7.16. Un obiect luminos, punctiform, aflat pe fundul unui vas și pe axa optică a unei lentile pozitive cu axa optică verticală și cu distanța focală de 20 cm, își formează imaginea în lentilă pe un ecran aflat la distanța de 80 cm de obiect. Cînd în vas se toarnă un strat de lichid cu înălțimea de 30 cm, ecranul trebuie îndepărtat cu 12 cm, pentru a se obține imaginea clară pe el. Calculați indicele de refracție al lichidului.

7.17. Un obiect luminos, punctiform, se așază axial la distanța de 25 cm de o lentilă pozitivă, cu convergența de 5 dioptrii. La 50 cm după lentilă se așază o oglindă plană, de dimensiuni mici, a cărei normală face unghiul de 45° cu axa optică a lentilei, iar la distanța de 80 cm de punctul de intersecție a axei optice cu oglinda, se așază o a doua lentilă, a cărei axă optică este perpendiculară pe axa optică a primei lentile. Cunoscînd distanța focală a celei de-a doua lentile, egal cu 25 cm, calculați : a) poziția imaginii finale ; b) poziția imaginii finale, dacă de la o distanță de 75 cm după cea de-a doua lentilă există apă cu indicele de refracție 4/3 ; c) poziția celei de-a doua lentile, pentru ca imaginea finală, obținută în absența apei, să se formeze în poziția obținută la punctul precedent.

7.18. Imaginea unui obiect luminos, liniar, așezat perpendicular pe axa optică a unei lentile plan-concave, cu fața concavă argintată și cu indicele de refracție egal cu 1,50, este reală și egală cu obiectul, dacă obiectul se află înaintea suprafeței argintate. Care este natura și poziția imaginii finale, dacă lentila se rotește cu 180°, iar distanța dintre obiect și lentilă se menține neschimbată și egală cu 50 cm?

7.19. Un filatelist cu vedere normală folosește o lentilă pozitivă cu distanța focală de 8 cm, pe care o ține foarte aproape de ochi, pentru a observa un timbru. Cunoscînd distanța de vedere optimă, egală cu 25 cm, calculați puterea de mărire a lupei și distanța de la timbru la lupă.

7.20. Care este puterea de mărire a unei lentile pozitive, cu distanța focală de 2 cm, cînd se folosește ca lupă (microscop simplu)? Lentila se ține foarte aproape de ochi, iar imaginea virtuală se formează la distanța de vedere optimă de 25 cm.

7.21. Un miop nu poate vedea obiectele mai îndepărtate de 50 cm distanță de ochi. Ce fel de ochelari trebuie să poarte și care

este convergența lentilelor, pentru a putea vedea și obiectele îndepărtate?

7.22. Un hipermetrop nu poate vedea obiectele mai apropiate de 0,5 m distanță de ochi. Ce fel de ochelari trebuie să poarte și care este convergența lentilelor, pentru a putea citi la distanța de 25 cm?

7.23. Un miop poate vedea clar obiectele aflate între 5 cm și 50 cm distanță de ochi. Pentru a vedea și obiectele foarte îndepărtate, medicul îi recomandă ochelari de vedere la distanță (teoretic la infinit). Un al doilea miop care nu poate vedea obiectele situate dincolo de 30 cm distanță de ochi folosește acești ochelari. Calculați: a) natura, distanța focală și convergența lentilelor de ochelari; b) poziția punctului proximum pentru primul miop; c) domeniul de vedere clară al celui de-al doilea miop, cînd poartă ochelarii.

7.24. Un pictor poate vedea clar numai obiectele situate între 0,75 m și 2 m distanță de ochi. Pentru a vedea atît obiectele îndepărtate (teoretic la infinit), cît și șevaletul așezat la distanța de 0,25 m de ochi, medicul îi recomandă bifocali. Calculați: a) natura, distanța focală și convergența lentilelor bifocalilor; b) domeniul de peisaj care nu va apărea în tablou, dacă pictorul pictează numai folosind bifocalii.

7.25. Un teleobiectiv este alcătuit dintr-o lentilă convergentă cu distanța focală de 6 cm, urmată coaxial de o lentilă divergentă, coaxială, cu distanța focală de —2,5 cm, așezate la distanța de 4 cm una de alta. Calculați: a) poziția imaginii finale a unui obiect foarte îndepărtat; b) de cîte ori mărimea imaginii date de teleobiectiv este mai mare decît mărimea imaginii date numai de lentila pozitivă.

7.26. Un teleobiectiv este alcătuit dintr-o lentilă pozitivă cu distanța focală de 6 cm și o lentilă negativă cu distanța focal de —10 cm, centrate la distanța de 1,5 cm una de alta. Localizați și descrieți imaginea unui obiect așezat perpendicular pe axa optică la distanța de 30 cm în fața lentilei pozitive.

7.27. Un teleobiectiv este alcătuit dintr-o lentilă pozitivă cu distanța focală de 3,5 cm și o lentilă negativă cu distanța focală de —1,8 cm, centrate la distanța de 2 cm una de alta. Calculați: a) poziția imaginii unui obiect foarte îndepărtat (teoretic la infinit); b) distanța focală a unei lentile care ar determina aceeași mărire ca și teleobiectivul considerat, pentru obiectul foarte îndepărtat.

7.28. Un teleobiectiv este alcătuit dintr-o lentilă pozitivă cu distanța focală de 20 cm și o lentilă negativă cu distanța fo-

cală de —10 cm, centrate la distanța de 20 cm una de alta. Unde trebuie așezat filmul fotografic, pentru ca imaginea finală să se formeze în planul său, dacă obiectul se află așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 100 cm în fața lentilei pozitive? Se înlocuiește lentila divergentă cu o altă lentilă divergentă, pentru a se obține un teleobiectiv care să permită o mărire de două ori mai mare ca o primului teleobiectiv. Care trebuie să fie distanța focală a lentilei divergente și la ce distanță de lentila convergentă trebuie așezată, pentru a se obține rezultatul dorit?

7.29. Un diapozitiv cu dimensiunile 3 cm × 4 cm se proiectează pe un ecran aflat la distanța de 4 m. de obiectivul de proiecție. Care trebuie să fie distanța focală a obiectivului, pentru obținerea unei imagini cu dimensiunile 7,5 dm × 10 dm?

7.30. Un diapozitiv cu dimensiunile 4 cm × 6 cm este proiectat pe un ecran așezat la distanța de 5 m de obiectivul aparatului de proiecție, care are distanța focală de 0,4 m. Care sînt dimensiunile imaginii?

7.31. Cadrele unui film Super—8 trebuie mărite de 160 ori pe un ecran de proiecție așezat la distanța de 4 m de obiectivul aparatului de proiecție, pentru a fi satisfăcute pretențiile tuturor membrilor unei familii. Care trebuie să fie distanța de la film la lentila obiectiv și ce distanță focală are obiectivul de proiecție?

7.32. Ocularul unui microscop, cu distanța focală de 2 cm, se află centrat față de obiectivul cu distanța focală de 0,6 cm la o anumită distanță. Obiectul de examinat se găsește la distanța de 5/8 cm în fața obiectivului, iar imaginea dată de microscop este observată la distanța de vedere optimă, egală cu 25 cm. Calculați: a) puterea de mărire a microscopului; b) distanța dintre lentile.

7.33. Obiectivul unui microscop are distanța focală de 0,8 cm, iar ocularul microscopului are distanța focală egală cu 2,5 cm. Obiectivul formează imaginea obiectului la distanța de 16 cm de obiectiv, iar imaginea dată de microscop este observată la distanța de vedere optimă, egală cu 25 cm. Calculați: a) puterea de mărire a microscopului; b) distanța dintre obiectiv și ocular.

7.34. Obiectivul unui microscop are distanța focală egală cu 0,5 cm, iar ocularul microscopului are distanța focală de 2 cm. Imaginea unui obiect, aflat la distanța de 0,52 cm de obiectiv, este observată la distanța de 25 cm de ocular. Calculați: a) puterea de mărire a microscopului; b) distanța dintre focarul imagine al obiectivului și focarul obiect al ocularului; c) grosismentul microscopului.

7.35. Obiectivul unui microscop are distanţa focală egală cu 3 mm, iar ocularul microscopului este marcat 20x. Obiectivul formează imaginea reală a unui obiect la distanţa de 16 cm de focarul său secundar (focarul imagine). Calculaţi puterea de mărire a microscopului.

7.36. Obiectivul şi ocularul unui microscop, fiecare avînd distanţa focală egală cu 6 mm se găsesc la distanţa de 20,6 cm unul de altul. Ştiind că imaginea finală se observă la infinit, calculaţi: a) distanţa de la obiectiv la obiectul de studiat; b) mărirea liniară a obiectivului; c) puterea de mărire a microscopului; d) puterea optică a microscopului; e) grosismentul microscopului.

7.37. Puterea de mărire a unei lunete este egală cu 150x, atunci cînd imaginea se formează la distanţa de vedere optimă. Cunoscînd distanţa focală a ocularului lunetei, egală cu 3 cm calculaţi: a) distanţa focală a obiectivului; b) distanţa dintre obiectiv şi ocular, pentru ca luneta să poată fi folosită la proiectarea unui obiect îndepărtat (teoretic la infinit) pe un ecran aşezat la distanţa de 1 m în spatele ocularului.

7.38. O lunetă, al cărei obiectiv are distanţa focală egală cu 80 cm, este focalizată pentru a se observa Luna. Ştiind că obiectivul lunetei este fix, cum şi cu cît trebuie deplasat ocularul lunetei, pentru a se putea observa un obiect aflat la distanţa de 40 m de obiectivul lunetei?

7.39. Un binoclu de teatru este alcătuit dintr-un obiectiv, cu distanţa focală de 10 cm, şi un ocular cu distanţa focală de —3 cm. Care trebuie să fie distanţa dintre obiectiv şi ocular, pentru a se putea vedea, cu ochiul relaxat la infinit, ce se prezintă pe scena aflată la distanţa de 12 m distanţă de obiectiv?

7.40. Un observator foloseşte un telescop al cărui obiectiv are distanţa focală egală cu 25 cm. În planul focal al ocularului se află un reticul cu distanţa de 3,0 mm între două linii consecutive, orizontale sau verticale. Considerînd distanţa dintre obiect şi obiectiv egală cu 10 m, calculaţi ce lungime a obiectului apare între două linii reticulare consecutive.

Capitolul 8

RELATIVITATEA SPECIALĂ ȘI OPTICA CUANTICĂ

Teorie

Teoria relativității speciale studiază corpurile care se află în mișcare uniformă unul față de altul. La baza ei stau cele două postulate ale lui Einstein:

1) Viteza luminii în vid este o mărime constantă, c, independentă de mișcarea sursei de lumină și de mișcarea observatorului.

2) Toate mișcările sînt relative. Mișcarea absolută este imposibil de determinat.

Teoria relativității speciale determină următoarea relație de interdependență între masa de mișcare, m, a corpului, masa de repaus, m_0, viteza v a corpului și viteza c a luminii în vid:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (8.1)$$

Dacă un corp are masa de repaus m_0 și masa de mișcare m, corespunzătoare situației cînd se mișcă cu viteza v, atunci energia cinetică a corpului este dată de expresia

$$W_c = (m - m_0)c^2, \quad (8.2)$$

unde masa de mișcare m este dată de expresia (8.1).

În general, masa m și energia totală W sînt corelate prin relația

$$W = mc^2. \quad (8.3)$$

Energia radiantă este emisă sau absorbită sub formă de cuante de radiație. Energia ε a unei cuante de radiație este dată de expresia

$$\varepsilon = h\nu. \quad (8.4)$$

unde h este constanta lui Planck, iar ν este frecvența radiației optice (v. capitolul 1).

Fotonul este o cuantă de energie electromagnetică. Două surse de lumină de aceeași frecvență emit fotoni identici, iar energia unui foton este egală cu $h\nu$.

Efectul fotoelectric este un fenomen cuantic care apare în urma interacțiunii radiației optice, în anumite condiții, cu substanța. Ca rezultat al absorbției energiei radiante, unele substanțe pot emite electroni (fotoelectroni). Efectul fotoelectric este descris de frecvența ν a fotonului (cuantei de radiație), lucrul mecanic de extracție L (o mărime fizică constantă, specifică fiecărei substanțe care poate emite fotoelectroni) și energia cinetică W_c a unui fotoelectron. Legile efectului fotoelectric sînt:

1) efectul fotoelectric poate apărea numai dacă frecvența radiației incidente este mai mare (sau egală) cu o valoare minimă, ν_0, numită frecvență de prag și care este dată de expresia

$$\nu_0 = \frac{L}{h} \tag{8.5}$$

2) dacă radiația incidentă are frecvența $\nu > \nu_0$, fotoelectronii emiși de substanța care are lucrul mecanic de extracție L au fiecare energia cinetică W_c, dată de expresia

$$W_c = h\nu - L, \tag{8.6}$$

energia cinetică W_c fiind independentă de densitatea de energie a radiației;

3) numărul de fotoelectroni emiși este proporțional cu densitatea de energie a radiației incidente.

Efectul Compton constă în împrăștierea fotonilor pe electroni liberi.

Variația $\Delta\lambda$ a lungimii de undă a unui foton, în urma interacției cu un electron liber în repaus, cu masa m_0, este dată de relația

$$\Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}, \tag{8.7}$$

unde $\Lambda = h/m_0c$ este lungimea de undă Compton, iar θ este unghiu de împrăștiere.

Energia cinetică, W_c, a electronului de recul este dată de expresia

$$W_e = \frac{hc}{\lambda_0} \frac{2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\lambda_0 + 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}}, \tag{8.8}$$

iar unghiul φ pe care-l face direcţia de deplasare a electronului de recul cu direcţia fotonului incident este dat de expresia

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}}{\frac{\Lambda}{\lambda_0} + 1}. \tag{8.9}$$

Adaptate particulelor microscopice cu masa de repaus $m_0 \neq$ $\neq 0$ şi cu masa de mişcare m, dată de relaţia relativistă (8.1), caracteristicile fotonului au permis definirea *lungimii de undă de Broglie*, λ_B, folosind relaţia

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 - v^2/c^2}. \tag{8.10}$$

Această noţiune care a fost sugerată de către de Broglie şi confirmată experimental de Davisson şi Germer şi de G.P. Thomson, arată că electronii determină un tablou de difracţie cînd sînt reflectaţi de solide cristaline sau de pelicule subţiri. Condiţia de difracţie a electronilor reflectaţi sub unghiul α de către un cristal cu distanţa interplanară d este dată de relaţia

$$2d \cdot \sin\alpha = k\lambda, k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{8.11}$$

unde λ este lungimea de undă de Broglie, ataşată electronilor.

Aplicaţii

8.1. Cunoscînd masa de repaus, calculaţi masa de mişcare a unui electron care se deplasează cu o viteză egală cu jumătate din viteza luminii în vid.

8.2. Cunoscînd viteza luminii în vid, calculaţi energia care s-ar putea obţine dintr-un gram de substanţă.

8.3. Cunoscînd masa de repaus şi viteza luminii în vid, calculaţi masa de mişcare şi viteza unui electron care are energia cinetică egală cu 1,5 MeV.

8.4. Cunoscînd masa de repaus, calculaţi energia pe care trebuie să o primească un electron pentru ca, pornind din repaus, să aibă viteza finală egală cu $0{,}9c$.

8.5. Demonstraţi că expresia relativistă $W_c = (m - m_0)c^2$ se reduce la expresia $W_c = \frac{1}{2} mv^2$, atunci cînd $v \ll c$.

8.6. Obţineţi, pentru cazul particulelor microscopice, expresiile energiei totale W_t, energiei cinetice W_c şi impulsului p, în funcţie de masa de repaus m_0, de viteza v ale particulei şi de viteza luminii c. Arătaţi că sînt satisfăcute relaţiile:

$$W_t^2 = (W_c + m_0c^2)^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4,$$

$$v \cdot W_t = pc^2 \text{ şi } p^2c^2 = 2m_0c^2W_c + W_c^2.$$

8.7. Trei sisteme inerţiale S, S' şi S'' au aceeaşi axă Ox. Sistemul S' se mişcă cu viteza constantă v în direcţia axei Ox, în raport cu sistemul S, iar sistemul S'' se mişcă uniform accelerat cu acceleraţia constantă a în direcţia axei Ox, în raport cu sistemul S. La timpul $t = 0$, originile celor trei sisteme coincid, iar viteza sistemului S'' este zero, în raport cu sistemul S. Un mobil porneşte la timpul $t = 0$ din originea comună O a sistemelor în direcţia Ox, iar un observator din sistemul S măsoară viteza sa şi constată că aceasta este constantă şi egală cu u ($u > v$). Cum descriu observatorii din sistemele de referinţă S' şi, respectiv, S'' mişcarea mobilului folosind relativitatea galileiană?

8.8. Două sisteme inerţiale S şi S' au axa Ox comună, iar axele Oy sînt paralele. Sistemul S' se deplasează în direcţia Ox cu viteza egală cu $0{,}6\ c$, în raport cu sistemul S. Un observator din sistemul S observă o rachetă care se mişcă cu viteza $0{,}1\ c$ în direcţia pozitivă a axei Oy. Ce viteză are racheta şi care este direcţia sa de mişcare pentru un observator aflat în sistemul de referinţă S'?

8.9. Timpul mediu propriu de viaţă al mezonilor π^+ este egal cu $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ s. Care este distanţa medie străbătută de un mezon care se deplasează cu viteza $0{,}99\ c$, înainte de a dispărea? Care ar fi valoarea acestei distanţe, dacă nu ar exista dilatarea relativistă a timpului?

8.10. Un observator aflat în repaus observă două nave spaţiale apropiindu-se de el din direcţii opuse. Măsurîndu-le vitezele, el obţine valorile $0{,}5\ c$ şi, respectiv $0{,}7\ c$. Care este viteza uneia dintre navele spaţiale faţă de un observator aflat în cealaltă navă?

8.11. Valoarea experimentală a lucrului mecanic de extracţie pentru nichel este egală cu $5{,}15$ eV, iar valoarea teoretică este

egală cu 4,8 eV, așa cum rezultă din două surse independente de informații. Cunoscînd constanta lui Planck h și viteza fotonului c, calculați valorile teoretice și experimentale care se obțin pentru: a) frecvența pragului fotoelectric; b) lungimea de undă a pragului fotoelectric.

8.12. Deși efectul fotoelectric este un fenomen aparent simplu, complexitatea sa rezultă și din faptul că între valorile teoretice și valorile experimentale corespunzătoare lucrului mecanic de extracție există, în literatura de specialitate, o discrepanță evidentă. Astfel, valorile teoretice ale lucrului mecanic de extracție pentru litiu (Li), sodiu (Na), potasiu (K), rubidiu (Rb) și cesiu (Cs), exprimate în electronvolți, sînt 2,90; 2,8; 2,30; 2,30 și 2,10, iar valorile experimentale sînt 2,90; 2,75; 2,30; 2,16 și, respectiv, 2,14. Pe de altă parte, din alte surse de informații se dau pentru lungimile de undă ale pragului fotoelectric ale metalelor alcaline considerate, valorile 540 nm, 500 nm, 550 nm, 570 nm și, respectiv, 660 nm. Comparați aceste rezultate și discutați discrepanțele care există în literatura de specialitate din care s-au luat datele prezentate.

8.13. Pentru stoparea fotoelectronilor emiși de o suprafață de litiu (Li), iradiată cu radiația optică avînd lungimea de undă egală cu 310 nm, este necesară o tensiune minimă de frînare, egală cu 1,1 volți. Cunoscînd lucrul mecanic de extracție al litiului, egal cu 2,9 eV, calculați: a) energia cinetică maximă a fotoelectronilor; b) viteza maximă a fotoelectronilor. Se mai cunosc: constanta lui Planck h, viteza fotonului c, sarcina electronului e și masa de repaus a fotoelectronului m_0. Problema se tratează nerelativist.

8.14. Pe un material, al cărui lucru mecanic de extracție este egal cu 2 eV, cade radiația optică monocromatică avînd lungimea de undă egală cu 250 nm. Calculați: a) lungimea de undă a pragului fotoelectric și frecvența de prag; b) tensiunea minimă de frînare a fotoelectronilor; c) viteza fotoelectronilor. Se cunosc constanta lui Planck h, viteza fotonului c, masa de repaus a fotoelectronului m_0 și sarcina e a fotoelectronului. Problema se tratează nerelativist.

8.15. Pe o placă de rubidiu (Rb) aflată în vid, a cărei frecvență de prag este egală cu $5,2 \cdot 10^{14}$ s^{-1}, cade radiația monocromatică avînd frecvența egală cu 10^{15} s^{-1}. Calculați: a) impulsul fotonului incident; b) lucrul mecanic de extracție; c) viteza fotoelectronilor. Se cunosc toate constantele implicate în rezolvarea problemei.

8.16. Pentru stoparea fotoelectronilor emişi de suprafaţa unui solid, sub acţiunea radiaţiei incidente cu lungimea de undă de 200 nm, este necesară o tensiune minimă de frînare egală cu 8,5 volţi. Calculaţi : a) tensiunea minimă de frînare a fotoelectronilor emişi de suprafaţă, sub acţiunea radiaţiei cu lungimea de undă de 250 nm ; b) lucrul mecanic de extracţie ; c) frecvenţa de prag ; d) viteza maximă a fotoelectronilor. Se dau constanta lui Planck h, viteza fotonului c şi sarcina electrică e a electronului.

8.17. O sursă punctiformă de energie radiantă, cu puterea egală cu 10 waţi, emite radiaţie monocromatică cu lungimea de undă egală cu 400 nm uniform în toate direcţiile. La distanţa de 2 m de sursa punctiformă se află catodul unei celule fotoelectrice a cărei arie este egală cu $2 \cdot 10^{-4}$ m^2 şi care face parte din suprafaţa sferei cu raza egală cu 2 m şi cu centrul în punctul în care se află sursa punctiformă de radiaţie optică. Cunoscînd lungimea de undă corespunzătoare pragului fotoelectric al catodului, egală cu 600 nm, curentul fotoelectric de saturaţie al celulei fotoelectrice, egal cu 10^{-8} amperi, constanta lui Planck h, viteza fotonului c, masa electronului m_0 şi sarcina electrică e a electronului, calculaţi : a) numărul de fotoni emişi de sursă în timp de o oră ; b) impulsul fotonului şi masa de mişcare a fotonului ; c) lucrul mecanic de extracţie al catodului ; d) tensiunea minimă de stopare a fotoelectronilor ; e) viteza maximă a fotoelectronilor ; f) numărul fotonilor incidenţi pe catod pentru a se emite un fotoelectron (randamentul cuantic al catodului).

8.18. Un fascicul filiform de radiaţie optică, avînd lungimea de undă egală cu 500 nm şi puterea egală cu 10^{-3} waţi, cade normal pe suprafaţa catodică a unei celule fotoelectrice, obţinîndu-se un curent fotoelectric de saturaţie egal cu 10^{-6} amperi. Cunoscînd lungimea de undă corespunzătoare pragului fotoelectric al catodului, egală cu 660 nm, constanta lui Planck h, viteza fotonului c, masa electronului m_0 şi sarcina electrică e a electronului, calculaţi : a) frecvenţa radiaţiei optice ; b) lucrul mecanic de extracţie ; c) viteza maximă a fotoelectronilor ; d) randamentul cuantic al catodului.

8.19. Realizîndu-se o experienţă de efect fotoelectric, se constată că dacă se foloseşte radiaţia incidentă cu lungimea de undă de 400 nm, este necesară o tensiune minimă de frînare egală cu 1,034 volţi pentru a stopa toţi fotoelectronii, iar dacă se foloseşte radiaţia incidentă cu lungimea de undă de 450 nm, este necesară o tensiune minimă de frînare egală cu 0,689 volţi. Cunoscînd viteza fotonului c, masa electronului m_0 şi sarcina e a electronului, calculaţi :

a) valoarea experimentală a constantei lui Planck; b) lucrul mecanic de extracție; c) vitezele maxime ale fotoelectronilor corespunzătoare lungimilor de undă ale radiațiilor incidente considerate.

8.20. Pe catodul unei celule fotoelectrice al cărui lucru mecanic de extracție este egal cu 2 eV, cade normal radiația optică monocromatică a cărei lungime de undă este egală cu 380 nm. Cunoscînd constanta lui Planck h, viteza fotonului c, masa electronului m_0 și sarcina e a electronului, calculați: a) lungimea de undă a pragului fotoelectric; b) energia maximă a fotoelectronilor; c) impulsul transmis catodului la emisia unui fotoelectron în direcția normală pe catod și în sens invers propagării fotonului, dacă pentru emisia unui fotoelectron sînt necesari, în medie, 10^3 fotoni.

8.21. Un foton împrăștiat Compton de un electron suferă o variație a lungimii de undă, egală cu $1{,}2 \cdot 10^{-12}$ m. Cunoscînd constanta lui Planck h, viteza fotonului c și masa electronului m_0, calculați unghiul de împrăștiere.

8.22. Un fascicul de radiații gamma, cu lungimea de undă egală cu 0,1 Å, suferă o variație a lungimii de undă egală cu $2{,}4 \cdot 10^{-12}$ m, ca rezultat al împrăștierii Compton pe electroni. Cunoscînd constanta lui Planck h, viteza fotonului c și masa electronului m_0, calculați: a) unghiul de împrăștiere a fasciculului de radiații; b) energia cinetică a electronului Compton de recul.

8.23. Un fascicul de radiații cu lungimea de undă cuprinsă între 0,75 Å și 0,63Å este împrăștiat Compton pe electroni liberi, sub unghiul de 90°. Cunoscînd constanta lui Planck h, viteza fotonului c și masa m_0 a electronului, calculați domeniul lungimilor de undă corespunzător fotonilor împrăștiați.

8.24. Un fascicul de radiații alcătuit din fotoni cu energia $h\nu_0$ și lungimea de undă λ_0 cunoscute este împrăștiat Compton pe electroni liberi. Determinați expresia energiei maxime a electronului Compton de recul, în funcție de energia fotonului incident, de lungimea de undă a fotonului incident și de lungimea de undă Compton și apoi, în funcție de energia fotonului incident, de lungimea de undă a fotonului incident și de variația lungimii de undă.

8.25. Arătați că variația relativă a energiei pe care o suferă un foton, $\Delta h\nu / h\nu_0$, ca rezultat al împrăștierii Compton pe electroni liberi, protoni etc., aflați în repaus, depinde numai de unghiul de împrăștiere și este independentă de lungimea de undă.

8.26. Un foton cu energia de 50 keV este împrăștiat Compton sub un unghi de 180°, ca rezultat al interacțiunii cu electronul aflat liber în repaus. Cunoscînd constanta lui Planck h, viteza

fotonului c și masa m_0 a electronului calculați: a) variația lungimii de undă; b) variația relativă a lungimii de undă; c) energia pierdută de foton.

8.27. Un foton cu energia de 0,1 MeV interacționează cu un electron liber și este împrăștiat sub unghiul de 60 grade. Cunoscînd constanta lui Planck h, viteza fotonului c și masa m_0 a electronului, calculați: a) lungimea de undă, frecvența și energia fotonului împrăștiat; b) energia cinetică și direcția de mișcare ale electronului Compton de recul.

8.28. Un foton cu frecvența de 10^{20} s^{-1} este împrăștiat Compton sub unghiul de 60° și își modifică frecvența la 10^{19} s^{-1}, ca rezultat al interacțiunii cu un electron liber, aflat în repaus. Cunoscînd constanta lui Planck h, viteza fotonului c și masa m_0 a electronului, calculați: a) energia cinetică a electronului Compton de recul; b) unghiul de deplasare a electronului față de direcția inițială de deplasare a fotonului.

8.29. Un foton care are lungimea de undă egală cu 0,05 Å își modifică această lungime de undă cu 0,0033 Å, ca rezultat al împrăștierii Compton pe un electron liber, aflat în repaus. Cunoscînd constanta lui Planck h, viteza fotonului c și masa m_0 a electronului, calculați unghiul de împrăștiere a fotonului și energia cinetică a electronului Compton de recul.

8.30. Un foton cu energia de 0,4 MeV este împrăștiat Compton pe electroni liberi, aflați în repaus, sub unghiul de 90°. Cunoscînd constanta lui Planck h, viteza fotonului c și masa m_0 a electronului, calculați: a) energia fotonului împrăștiat; b) energia cinetică a electronului Compton de recul.

8.31. Deduceți expresia lungimii de undă de Broglie atașată unei particule relativiste, în funcție de masa de repaus a acesteia m_0 și de energia sa cinetică W_c. Se cunosc constanta lui Planck h și viteza c a fotonului.

8.32. Deduceți expresia lungimii de undă de Broglie atașată unei particule relativiste, în funcție de masa de repaus a acesteia m_0, de sarcina electrică a particulei q și de tensiunea de accelerare U. Se cunosc constanta lui Planck h și viteza c a fotonului

8.33. Calculați lungimile de undă de Broglie atașate: a) unui glonte cu masa de 5 grame și cu viteza de 500 m/s; b) unui proton cu masa de repaus de $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg și cu viteza de $5 \cdot 10^5$ cm/s; c) unui electron cu masa de repaus de $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg și cu energia totală de 2,5 MeV. Se cunoaște viteza c a fotonului.

8.34. Calculați viteza de fază a undelor de Broglie atașate unui neutron cu masa de repaus egală cu $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg și cu

energia cinetică egală cu 25 eV. Se cunoaște viteza c a fotonului.

8.35. Deduceți expresia relativistă a vitezei unei particule cu masa de repaus m_0 și sarcina electrică q, accelerată sub diferența de potențial U. Se cunoaște viteza c a fotonului.

8.36. Pentru obținerea unor fascicule electronice de mare energie, se folosesc tunuri electronice în care electronii sînt accelerați sub diferite tensiuni U. Cunoscînd masa de repaus a electronului m_0, sarcina electrică a electronului e, constanta lui Planck h și viteza c a fotonului, calculați viteza, impulsul și lungimea de undă de Broglie ale unui electron accelerat sub tensiunile: a) $U = 10^2$ V; b) $U = 10^3$ V; c) $U = 10^4$ V; d) $U = 10^5$ V. Comparați rezultatele obținute cu cele care s-ar obține în cazul accelerării unui proton, cu masa de repaus cunoscută, sub aceleași tensiuni de accelerare. Determinați pentru toate cazurile eroarea relativă care s-ar face dacă nu s-ar folosi analiza relativistă.

8.37. Un proton cu masa de repaus $m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg și sarcina electrică $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C este accelerat din repaus sub tensiunea de 10^4 volți. Cunoscînd constanta lui Planck h și viteza c a fotonului, calculați: a) viteza protonului după accelerare; b) impulsul fotonului după accelerare; c) lungimea de undă de Broglie atașată protonului accelerat; d) raportul dintre masa de mișcare și masa de repaus. Pentru toate cazurile se va calcula și eroarea relativă care s-ar face, dacă s-ar folosi analiza nerelativistă.

8.38. Un fascicul de electroni cade normal pe suprafața unei diafragme prevăzute cu două fante, situate la distanța de 1 micrometru una de alta, după ce a fost accelerat sub tensiunea de $2{,}5 \cdot 10^5$ volți. Cunoscînd masa de repaus a electronului m_0, sarcina electronului e, constanta lui Planck h și viteza fotonului c, determinați distanța dintre două maxime consecutive ale figurii de difracție, obținută pe un ecran așezat la distanța de 1 m de planul fantelor.

8.39. Un fascicul de electroni este reflectat de un cristal de aluminiu, care are distanța dintre planele cristalografice egală cu 0,2 nm, după ce a fost accelerat sub tensiunea de 10^5 volți. Cunoscînd constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0

și sarcina e a electronului, calculați unghiul dintre direcția fasciculului incident și planul cristalografic pentru a se obține maxime de curent electric de ordinul al doilea.

8.40. Un fascicul de electroni accelerați sub tensiunea de 10^3 volți este reflectat de un cristal care are distanța dintre planele cristalografice egală cu 1,94 nm. Cunoscînd constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m și sarcina electrică a electronului e, calculați unghiul dintre direcția de incidență a electronilor și planul cristalografic, pentru care în reflexie se obține un maxim de curent electric de ordinul al cincilea.

Cd. 121 coala 8

Capitolul 9

ABSORBŢIA ŞI EMISIA DE RADIAŢIE

Teorie

Dacă un fascicul paralel de radiaţie optică, avînd intensitatea radiantă $I(0)$, este incident pe un material optic absorbant de grosime x, în absenţa reflexiei la suprafaţa materialului, intensitatea radiantă transmisă, $I(x)$, este dată de legea

$$I(x) = I(0) \cdot e^{-kx} \quad (9.1)$$

unde k este coeficientul de absorbţie, o mărime fizică specifică fiecărui material. În cazul în care coeficientul de absorbţie k variază de la punct la punct, atunci trebuie folosit un coeficient de absorbţie mediu $<k>$.

Emisia de radiaţie optică trebuie să ţină seama de modelele cuantice ale atomilor sau moleculelor mediului emisiv. Modelul cuantificat cel mai simplu al atomului de hidrogen este *modelul lui Bohr*. În conformitate cu postulatele lui Bohr şi cu regula de cuantificare, energia totală a atomului de hidrogen aflat într-o anumită stare staţionară, caracterizată de numărul cuantic principal n, este dată de expresia

$$W_n = -\frac{m_0 e^4}{8h^2\varepsilon^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (9.2)$$

unde W_n este energia corespunzătoare stării staţionare n, m_0 este masa electronului, e este sarcina electrică a electronului, h este constanta lui Planck, iar ε_0 este permitivitatea vidului.

Condiţia de cuantificare a razelor orbitelor staţionare, r_n, este dată de relaţia

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{m_0 e^2} \cdot n^2. \quad (9.3)$$

Trecerea atomului de hidrogen dintr-o stare staţionară, iniţială, caracterizată de numărul cuantic principal n_i, într-o stare staţionară, finală, caracterizată de numărul cuantic principal n_f, se face prin absorbţia sau emisia unei cuante de radiaţie cu energia $h\nu_{if} = h\nu_{fi}$, dată de relaţia

$$h\nu_{if} = h\nu_{fi} = \frac{m_0 e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right), \quad (9.4)$$

unde am considerat $n_i < n_f$ pentru a obţine o valoare pozitivă pentru energia cuantei de radiaţie.

Prin definiţie, mărimea fizică R, dată de relaţia

$$R = \frac{m_r e^4}{8h^3\varepsilon_0^2 c} \cong \frac{m_0 e^4}{8h^3\varepsilon_0^2 c}, \quad (9.5)$$

se numeşte constanta lui Rydberg şi are valoarea de 109677,576 cm^{-1}, cînd masa protonului se consideră finită, iar în cazul în care masa protonului se consideră infinită, valoarea sa este 109737,3 cm^{-1}. Importanţa imediată a constantei lui Rydberg, scrisă sub forma de mai înainte, apare imediat atunci cînd dorim să calculăm *numărul de undă* caracteristic radiaţiei emise sau absorbite.

Studiul atomilor hidrogenoizi poate fi făcut în cadrul teoriei Bohr, dacă se ia în consideraţie numărul atomic Z al atomului hidrogenoid în discuţie.

Neconcordanţele dintre datele teoretice obţinute în cadrul modelului Bohr simplu şi rezultatele teoretice au impus introducerea *numărului cuantic orbital l*, a *numărului cuantic magnetic m* şi a *numărului cuantic de spin s* care cuantifică mai departe stările energetice ale atomului. Ele se folosesc şi pentru discutarea atomilor cu mai mulţi electroni.

Dacă în relaţia (9.4) se consideră n_i = fix = 1, 2, 3, ... şi n_f = = variabil, rezultă seriile spectrale ale atomului de hidrogen sau, prin luarea în consideraţie şi a numărului atomic Z, ale atomilor hidrogenoizi. Pentru $n_i = 1$ şi $n_f = \infty$, se obţine energia de ionizare.

La bombardarea anumitor materiale cu electroni de mare energie pot apărea *radiaţiile X*, al căror spectru de radiaţie poate fi continuu sau de linii. Energia maximă corespunzătoare spectrului continuu (spectrul radiaţiei de frînare) este dată de relaţia

$$h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} = eU,$$

unde U este tensiunea de accelerare a electronilor. Frecvenţa radiaţiei caracteristice se calculează folosind legea lui Moseley,

$$\tilde{\nu}_{if} = R(Z-\sigma)^2\left(\frac{1}{n_i^2}-\frac{1}{n_f^2}\right),$$

unde σ este o constantă (de ecranare).

Tranziţiile sistemelor atomice şi moleculare, spontane sau induse, se folosesc pentru obţinerea, în anumite condiţii, a radiaţiei laser (lumină amplificată prin stimularea emisiei de radiaţie), cu proprietăţi deosebite privind intensitatea, monocromaticitatea, coerenţa şi direcţionalitatea.

Aplicaţii

9.1. După ce a străbătut o distanţă egală cu 2 cm într-o piesă optică, intensitatea fasciculului de radiaţie optică a scăzut de patru ori. Calculaţi coeficientul de absorbţie mediu al materialului din care s-a confecţionat piesa optică.

9.2. Pentru determinarea coeficientului de absorbţie mediu al unui material optic s-au confecţionat două lame cu feţele plan-paralele, cu grosimea de 2 mm şi, respectiv, 4 mm. Într-o experienţă în care intensitatea radiantă a fasciculului incident s-a menţinut constantă, s-a constatat că intensitatea radiantă transmisă de cea de a doua lamă este de opt ori mai mică decît intensitatea luminoasă transmisă de prima lamă. Calculaţi coeficientul de absorbţie al materialului optic.

9.3. Cînd un fascicul paralel de radiaţie optică parcurge 10 cm într-un material optic, este absorbit în proporţie de 80%. Care este coeficientul de absorbţie mediu al materialului respectiv?

9.4. La trecerea unui fascicul paralel de radiaţie optică, cu lungimea de undă λ_1, printr-un material optic, acesta este absorbit în proporţie de 75%, iar la trecerea unui alt fascicul paralel de radiaţie optică cu lungimea de undă λ_2 prin acelaşi material, după acelaşi parcurs, acesta este absorbit în proporţie de 50%. Calculaţi coeficientul de absorbţie corespunzător radiaţiei optice cu lungimea de undă λ_2, cunoscînd valoarea de 2,5 cm^{-1} a coeficientului de absorbţie, corespunzător radiaţiei cu lungimea de undă λ_1.

9.5. Calculaţi distanţa minimă la care o particulă ${}_2\alpha^4$ se poate apropia de un nucleu de ${}_{79}Au^{197}$, aflat în repaus, dacă energia cinetică a particulei alfa este egală cu 10 MeV. Se mai cunosc sarcina electrică elementară e şi permitivitatea vidului ε_0.

9.6. Folosindu-vă de legea de conservare a energiei, arătaţi că atunci cînd un electron se mişcă liber în cîmpul de atracţie electrostatică al unui nucleu, nu este posibilă o analiză clasică, din care să rezulte o stare legată electron-nucleu, dacă nu se ia în consideraţie pierderea continuă de energie cinetică de către electron, în timpul interacţiunii cu nucleul aflat în repaus.

9.7. Un electron a cărui energie cinetică este egală cu 4 eV interacţionează cu un proton aflat în repaus. Acceptînd modelul planetar al atomului, pentru distanţa dintre electron şi proton egală cu 10^{-10} m, calculaţi : a) energiile cinetică, potenţială şi totală ale sistemului electron-proton ; b) energia cinetică pierdută ca rezultat al interacţiunii, în cadrul modelului acceptat. Se cunosc şi sarcina electrică elementară e şi permitivitatea vidului ε_0.

9.8. Acceptînd modelul Bohr al atomului de hidrogen, deduceţi expresiile pentru : a) raza orbitei electronului, corespunzătoare stării staţionare n ; b) viteza electronului ; c) energia totală a atomului ; d) frecvenţa de rotaţie a electronului pe orbită ; e) constanta lui Rydberg pentru masa protonului finită ; f) energia emisă sau absorbită de atom, ca rezultat al unei tranziţii între două stări staţionare ; g) numărul de undă al radiaţiei emise sau absorbite, ca rezultat al tranziţiei atomului între două stări staţionare. Se consideră cunoscute toate constantele care intervin în calcul.

9.9. Acceptînd modelul atomic Bohr pentru atomul de hidrogen, arătaţi că pentru valori mari ale numărului cuantic principal n frecvenţa de rotaţie a electronului pe două orbite consecutive şi frecvenţa radiaţiei emise ca rezultat al tranziţiilor care au loc între nivelele consecutive considerate au aproximativ aceeaşi valoare.

9.10. Acceptînd modelul atomic Bohr pentru atomul de hidrogen, calculaţi numărul tranziţiilor posibile care pot apărea prin dezexcitarea atomului dintr-o stare excitată n. Caz particular $n=4$.

9.11. Calculaţi energiile cinetice, potenţiale şi totale ale atomului de hidrogen, corespunzătoare primelor două stări staţionare. Se cunosc constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c.

9.12. Calculaţi energiile corespunzătoare nivelelor energetice ale atomului de hidrogen după care se emit primele două linii spectrale ale seriilor Lyman, Balmer, Paschen şi Brackett. Stabiliţi relaţiile de interdependenţă dintre valorile obţinute. Se cunosc constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c.

9.13. Calculaţi energiile, frecvenţele, lungimile de undă şi numerele de undă corespunzătoare primelor două linii spectrale ale seriilor Lyman, Balmer, Paschen şi Brachet şi stabiliţi relaţiile de interdependenţă care există între valorile obţinute. Se cunosc constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c.

9.14. Atomul de hidrogen, aflat iniţial în starea staţionară caracterizată de numărul cuantic n_i, se dezexcită în starea caracterizată de numărul cuantic $n_f=2$, prin emisia unei cuante de radiaţie optică, cu lungimea de undă de aproximativ 487 nm. Calculaţi raza orbitei electronului, corespunzătoare stării de excitaţie n_i. Se cunosc constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0 şi sarcina electrică e a electronului.

9.15. Atomul de hidrogen, aflat în starea fundamentală, a cărei energie se cunoaşte, absoarbe o cuantă de radiaţie cu energia egală cu aproximativ 12,09 eV. De cîte ori creşte raza orbitei electronului?

9.16. Cunoscînd lungimea de undă $\lambda_1\cong121,5$ nm a primei linii spectrale a seriei Lyman şi lungimea de undă $\lambda_2\cong365$ nm a limitei seriei Balmer, ale atomului de hidrogen, calculaţi energia de ionizare a atomului aflat iniţial în starea fundamentală. Se dau constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c.

9.17. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c, calculaţi căror serii spectrale şi căror tranziţii spectrale le corespund radiaţiile optice care au lungimile de undă $\lambda_1=397$ nm, $\lambda_2=656,3$ nm şi $\lambda_3=901,5$ nm, pentru atomul de hidrogen.

9.18. Cunoscînd constanta lui Rydberg R şi constanta lui Planck h, calculaţi variaţia momentului cinetic al electronului cînd se realizează tranziţia atomului de hidrogen către starea fundamentală prin emisia unei cuante de radiaţie optică, cu lungimea de undă de aproximativ 97,25 nm.

9.19. Atomul de hidrogen, aflat în starea fundamentală, este ionizat cu ajutorul unei cuante de radiaţie a cărei energie este de 15 eV. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c, calculaţi viteza electronului care rezultă din procesul de ionizare. Masa de repaus a electronului este $9,1\cdot10^{-31}$ kg.

9.20. Presupunînd că iniţial atomul de hidrogen se află în starea excitată, caracterizată de numărul cuantic principal $n_i=2$, calculaţi: a) lungimea de undă a radiaţiei emise de atom, la tranziţia în starea fundamentală; b) viteza electronului pe orbita

stării inițiale; c) numărul de rotații efectuate de electron în jurul nucleului, cînd atomul se află în starea inițială, știind că atomul rămîne în starea respectivă timp de 10^{-8} s, după care revine în starea fundamentală. Se cunosc constanta lui Planck h, viteza luminii în vid c, masa de repaus a electronului m_0, sarcina electrică a electronului e și $1/4\pi\varepsilon_0=9\cdot 10^9$ F/m.

9.21. Un atom de hidrogen se află în prima stare excitată. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h și viteza luminii în vid c, calculați: a) energia cinetică a electronului, cînd atomul se află în stare excitată; b) lungimea de undă maximă a fotonului care poate ioniza atomul excitat; c) lungimea de undă a fotonului rezultat din dezexcitarea atomului.

9.22. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h și viteza luminii în vid c, calculați energiile de ionizare corespunzătoare atomului de hidrogen aflat în starea fundamentală și, respectiv, în prima stare excitată.

9.23. Calculați variația momentului cinetic orbital al electronului, atunci cînd atomul de hidrogen se dezexcită direct în starea fundamentală, prin emisia unei cuante de radiație cu lungimea de undă egală cu 97,25 nm. Se cunoaște constanta lui Rydberg R.

9.24. La trecerea atomului de hidrogen dintr-o stare excitată în stare fundamentală, momentul magnetic variază cu doi magnetoni Bohr. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, calculați lungimea de undă a radiației emise la dezexcitarea atomului.

9.25. Cunoscînd lungimile de undă corespunzătoare primelor linii spectrale ale seriilor Lyman, Balmer, Paschen și Brackett, egale respectiv cu aproximativ 121,5 nm 656,1 nm, 1874,6 nm și 4050 nm, calculați lungimile de undă pentru: a) următoarele trei linii spectrale ale seriei Lyman; b) următoarele două linii spectrale ale seriei Balmer; c) următoarea linie spectrală a seriei Paschen.

9.26. Un fascicul de raze catodice se mișcă perpendicular pe liniile unui cîmp magnetic static și omogen, cu inducția magnetică $B=5,7\cdot 10^{-4}$ Wb/m^2, descriind traiectorii circulare cu raza de 2 cm. Calculați: a) viteza electronilor din fascicul; b) dacă energia electronilor din fascicul este suficientă pentru a excita atomii de hidrogen din starea fundamentală în starea de pe care se poate emite a șaptea linie spectrală a seriei Balmer; c) cantitatea de energie de care mai are nevoie un electron din fascicul pentru a putea ioniza atomul de hidrogen, aflat în starea fundamentală; d) lungimea de undă a radiației care poate ioniza atomul de hidrogen aflat în starea fundamentală. Se cunosc constanta

lui Rydberg R, constanta lui Planck h, viteza luminii în vid c, masa de repaus a electronului m_0 și sarcina electrică e a electronului.

9.27. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h și viteza luminii în vid c, calculați valoarea energiei minime pe care trebuie să o aibă un electron pentru ca, interacționînd inelastic cu un atom de hidrogen, aflat în starea fundamentală, să conducă la obținerea a maximum trei linii spectrale, ca rezultat al dezexcitării atomului. Care sînt valorile lungimilor de undă corespunzătoare celor trei linii spectrale și ce valori au energiile nivelelor energetice între care se realizează tranzițiile spectrale?

9.28. Atomul de hidrogen, aflat în starea excitată care permite obținerea unei singure linii spectrale ca rezultat al dezexcitării, interacționează cu radiația optică monocromatică avînd lungimea de undă λ. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h și viteza luminii în vid c, calculați: a) valoarea lungimii de undă pentru ca, după interacțiunea atom-radiație și ca rezultat al dezexcitării atomului aflat în noua stare de excitare să se obțină maximum șase linii spectrale; b) lungimile de undă cea mai mică și cea mai mare ale liniilor spectrale obținute; c) energia minimă care mai trebuie comunicată atomului aflat în starea excitată cea mai înaltă, pentru a-l ioniza.

9.29. Un atom de hidrogen, aflat într-o stare excitată, poate reveni în starea fundamentală numai ca rezultat al emisiei de maximum două cuante de radiație, cu lungimile de undă de aproximativ 656,1 nm și, respectiv, 121,5 nm. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h și viteza luminii în vid c, calculați: a) numărul cuantic principal și energia corespunzătoare stării excitate; b) energiile fotonilor rezultați din dezexcitarea atomului; c) energia minimă care mai trebuie comunicată atomului excitat pentru a-l ioniza.

9.30. Un atom de hidrogen, care se află în starea excitată a cărei energie este egală cu $-2{,}42 \cdot 10^{-19}$ J, se dezexcită în starea imediat inferioară, prin emisia unei cuante de radiație optică cu lungimea de undă de aproximativ 656,1 nm. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h, și viteza luminii în vid c, calculați: a) frecvențele de rotație ale electronului pe orbitele staționare corespunzătoare celor două stări excitate; b) frecvența cuantei de radiație emisă la dezexcitarea atomului; c) vitezele electronului pe orbitele staționare corespunzătoare celor două stări excitate; d) razele orbitelor staționare ale celor două stări;

e) energiile minime care mai trebuie comunicate atomului excitat în cele, două stări pentru a-l ioniza. În ce relație de interdependență se află frecvența cuantei de radiație emise prin dezexcitarea atomului între cele două stări, față de frecvențele de rotație ale electronului pe orbitele stărilor staționare ale stărilor excitate? Dar în cazul în care numărul cuantic principal n este foarte mare?

9.31. În cadrul modelului simplificat Bohr al atomului de hidrogen mișcarea circulară uniformă a electronului în jurul protonului ne permite să aproximăm orbitele stărilor staționare, caracterizate de numărul cuantic principal n, prin spire circulare străbătute de curenți electrici staționari. Cunoscînd constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0, sarcina electrică a electronului e și permitivitatea vidului ε_0, calculați: a) expresia intensității curentului electric staționar, corespunzătoare mișcării electronilor pe orbitele staționare, și valoarea intensității curentului electric pentru orbita staționară cu $n=1$; b) expresia inducției magnetice în centrul orbitei circulare și valoarea sa pentru orbita staționară cu $n=1$; c) expresia momentului magnetic, corespunzător diferitelor orbite staționare, și valoarea sa pentru orbita staționară cu $n=1$; d) raportul dintre momentul magnetic orbital și momentul cinetic orbital.

9.32. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h și viteza luminii în vid c, calculați pentru atomul de hidrogen variația lungimii de undă de Broglie atașată electronului, corespunzătoare tranzițiilor cuantice $3\to1$ și, respectiv $2\to1$.

9.33. Demonstrați că dacă imprecizriunea de determinare a razei orbitei staționare a atomului de hidrogen este egală cu r_n, atunci imprecizriunea de determinare a vitezei electronului pe orbita respectivă va fi egală cu viteza electronului v_n.

9.34. Demonstrați expresiile energiilor stărilor staționare ale atomului de hidrogen și expresiile constantei lui Rydberg, în cadrul modelului Bohr, corespunzătoare cazurilor cînd masa protonului se consideră infinită și cînd masa protonului se consideră finită. Comparați rezultatele obținute.

9.35. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, corespunzătoare cazului cînd masa protonului se consideră finită, constanta lui Planck h și viteza luminii în vid c, calculați lungimea de undă λ, impulsul fotonului p, și energia fotonului ε, corespunzătoare dezexcitării atomului din starea $n_i=4$ în starea $n_f=2$. Calculați viteza de recul a atomului de hidrogen la emisia fotonului, cunoscînd masa m_H a atomului de hidrogen.

9.36. Considerînd o sursă spectrală de radiație optică cu plasmă de hidrogen atomic, în care temperatura gazului materie primă

este egală cu temperatura ionilor şi are valoarea de 831 K, şi folosind modelul Bohr al atomului de hidrogen pentru cazul cînd masa protonului se consideră finită, calculaţi : a) energia cinetică minimă pe care trebuie să o aibă electronii pentru ca, interacţionînd inelastic cu atomii de hidrogen aflaţi în starea fundamentală, să poată conduce la obţinerea liniei spectrale H_α ; b) energia cinetică minimă a ionilor pentru a se obţine acelaşi efect ; c) energia unui foton care determină acelaşi efect. Se cunosc constanta lui Rydberg R^*, constanta universală a gazelor perfecte R, constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0, masa de repaus a ionului m_+, masa molară a hidrogenului atomic μ şi viteza luminii în vid c. Se consideră că ciocnirile electronilor şi ionilor cu atomii de hidrogen sînt frontale.

9.37. Cunoscînd constanta lui Rydberg R^*, constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c, calculaţi energia cinetică minimă necesară unui proton pentru ca, interacţionînd inelastic cu un atom de hidrogen aflat în starea fundamentală, să permită obţinerea liniei spectrale H_β (a doua linie spectrală a seriei Balmer) ca rezultat al dezexcitării atomului de hidrogen, după ce s-a produs interacţiunea inelastică. Masa protonului, egală aproximativ cu $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, se va considera egală cu masa atomului. Se vor analiza cazurile : a) atomul se află în repaus ; b) atomul se deplasează cu viteza de $4 \cdot 10^4$ m/s pe aceeaşi direcţie şi în sens contrar cu protonul ; c) atomul se deplasează cu viteza de $4 \cdot 10^4$ m/s pe aceeaşi direcţie şi în acelaşi sens cu protonul.

9.38. Atomii de hidrogen aflaţi în prima stare excitată absorb fotoni a căror lungime de undă este de aproximativ 656,1 nm. Cunoscînd constanta lui Planck h, masa electronului m_0, sarcina electrică a electronului e, viteza luminii în vid c şi permitivitatea vidului ε_0, calculaţi : a) energia totală a unui atom, după ce a absorbit un foton ; b) lungimea de undă a fotonilor, care, interacţionînd cu atomii aflaţi în prima stare excitată, determină excitarea atomilor pe o asemenea stare, după care se obţine, prin dezexcitare, a şasea linie spectrală Lyman.

9.39. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c, arătaţi că interacţiunile inelastice dintre doi atomi de hidrogen excitaţi pot conduce la ionizarea unuia din atomi, dacă nu se emite o cuantă de radiaţie optică, indiferent de stările de excitare. Care este valoarea minimă a energiei cinetice a electronului rezultat ?

9.40. Fie o plasmă compactă de arc de înaltă presiune, în hidrogen atomic, în care electronii cu energia cinetică distribuită continuu în domeniul 0,4 eV — 1,4 eV se recombină cu ionii de

hidrogen aflați în repaus. Care este domeniul spectral al continuumului de radiație optică obținută ca rezultat al procesului de recombinare, în cazurile: a) atomii se obțin în stare fundamentală; b) atomii se obțin în prima stare de excitare? Se cunosc constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h și viteza luminii în vid c.

9.41. Atomii hidrogenoizi sînt alcătuiți dintr-un nucleu cu sarcina electrică eZ $(Z=2,3,\ldots,)$ și un electron, fiind fie ioni de heliu simplu ionizați $^4_2He^+$, fie ioni de litiu dublu ionizați $^7_3He^{++}$ etc. Considerînd un astfel de atom hidrogenoid și cunoscînd constanta lui Planck h, masa electronului m_0, sarcina electrică a electronului e, sarcina electrică a nucleului eZ, viteza luminii în vid c și permitivitatea vidului ε_0, calculați expresiile pentru: a) energia unei stări staționare a atomului hidrogenoid în cadrul modelului Bohr; b) constanta lui Rydberg a atomului hidrogenoid; c) viteza electronului pe o orbită staționară; d) raza unei orbite staționare; e) lungimea de undă a unei radiații emise sau absorbite, ca rezultat al trecerii atomului hidrogenoid dintr-o stare staționară n_i într-o stare staționară n_f; f) energia și frecvența fotonului emis, sau absorbit; g) frecvența de rotație a electronului pe o orbită staționară; h) energia de ionizare a atomului hidrogenoid, aflat într-o stare staționară dată. Comparați rezultatele obținute cu cele din cazul hidrogenului.

9.42. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h și viteza luminii în vid c, calculați energiile cinetică, potențială și totală ale atomului hidrogenoid He^+, corespunzătoare primelor două nivele energetice.

9.43. Cunoscînd constanta lui Planck h, masa electronului m_0, sarcina electrică elementară e, viteza luminii c și permitivitatea vidului ε_0, calculați pentru atomul hidrogenoid He^+: a) raza primei orbite staționare; b) viteza electronului pe prima orbită; c) energia necesară pentru excitarea atomului hidrogenoid din starea fundamentală în prima stare excitată; d) energia de ionizare a atomului hidrogenoid aflat în starea fundamentală.

9.44. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h și viteza luminii în vid c, calculați pentru atomul hidrogenoid He^+; a) numărul cuantic principal n al stării excitate, corespunzător căruia tranziția cuantică $n \rightarrow n-1$ determină emisia unei linii spectrale care se află în domeniul vizibil al spectrului de radiație optică; b) lungimea de undă a radiației optice respective.

9.45. Cunoscînd lungimile de undă ale primelor linii spectrale ale seriilor spectrale Lyman, Balmer, Paschen și Brackett (v. problema 9.25), calculați pentru atomul hidrogenoid He^+:

a) lungimile de undă ale liniilor spectrale de acelaşi fel, corespunzătoare atomului hidrogenoid; b) următoarele trei linii spectrale ale seriei Lyman; c) următoarele două linii spectrale ale seriei Balmer; d) următoarea linie spectrală a seriei Paschen.

9.46. Atomii hidrogenoizi de litiu (Li^{++}), aflaţi în starea excitată care permite obţinerea unei singure linii spectrale în emisie, interacţionează cu radiaţia monocromatică cu lungimea de undă λ. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c, calculaţi pentru atomul hidrogenoid: a) valoarea lungimii de undă a radiaţiei monocromatice pentru ca atomii excitaţi, care rezultă în urma interacţiunii atom hidrogenoid-radiaţie, să permită obţinerea a maximum şase linii spectrale de emisie; b) lungimile de undă minimă şi maximă, obţinute la dezexcitarea atomului hidrogenoid; c) energia minimă care mai trebuie comunicată atomului hidrogenoid, aflat în starea de excitare cea mai înaltă, rezultată din interacţiunea cu radiaţia monocromatică, pentru a-l ioniza.

9.47. Un atom hidrogenoid de litiu (Li^{++}) se află în starea excitată, corespunzător căreia revenirea în starea fundamentală se face prin emisia a două cuante succesive de radiaţie, cu lungimile de undă de aproximativ 72,34 (4) nm şi, respectiv, 13,5 nm. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c, calculaţi: a) numărul cuantic principal al stării excitate şi energia stării excitate; b) energiile cuantelor de radiaţie emise la dezexcitarea atomului hidrogenoid; c) energia minimă care mai trebuie comunicată atomului hidrogenoid excitat pentru a-l ioniza.

9.48. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c, calculaţi pentru atomul hidrogenoid de litiu (Li^{++}) lungimile de undă ale fotonilor care rezultă din tranziţiile cuantice $3 \rightarrow 1$ şi, respectiv, $2 \rightarrow 1$.

9.49. Cunoscînd constanta lui Rydberg R, constanta lui Planck h şi viteza luminii în vid c, calculaţi lungimea de undă λ, impulsul fotonului p_f, energia fotonului ε şi energia de recul a atomului hidrogenoid de heliu (He^{+}), cînd acesta se dezexcită din starea $n_i = 4$ în starea fundamentală. Masa atomului hidrogenoid se consideră a fi egală cu patru unităţi atomice de masă.

9.50. Atomii hidrogenoizi de litiu (Li^{++}), aflaţi în prima stare excitată, absorb fotoni cu lungimea de undă de aproximativ 72,34 (4) nm. Cunoscînd constanta lui Planck h, masa electronului m_0, sarcina electrică elementară e, viteza luminii în vid c şi permitivitatea vidului ε_0, calculaţi: a) energia totală a atomului hidroge-

noid, după ce a absorbit un foton ; b) energia minimă care mai trebuie comunicată atomului hidrogenoid pentru a-l ioniza.

9.51. Cunoscînd valoarea numărului cuantic principal n, calculați valorile posibile pe care le pot avea : a) numărul cuantic orbital l ; b) numărul cuantic magnetic m. Caz particular : $n = 2$ și $n = 3$.

9.52. In conformitate cu principiul lui Pauli, electronii atomului cu mai mulți electroni trebuie să difere unul de altul cel puțin printr-un număr cuantic. Folosind acest principiu, calculați : a) numărul maxim de electroni cu același număr cuantic principal n ; b) numărul maxim de electroni cu același număr cuantic orbital l ; c) numărul maxim de electroni cu același număr cuantic magnetic m ; d) pentru ce atom din sistemul periodic al elementelor se violează pentru prima dată ordinea crescătoare de completare a nivelelor energetice ? e) configurația electronică a atomilor de neon și de argon.

9,53. Calculați : a) momentul cinetic orbital al unui electron $3p$; b) momentul cinetic orbital (în megnetoni Bohr) al unui electron $2p$; c) unghiurile de cuantificare spațială pentru un electron $4f$. Se cunosc constanta lui Planck h și magnetonul Bohr.

9.54. Cunoscînd constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0, sarcina electrică a electronului e și viteza luminii în vid c, calculați în cazul unui tub de radiații X : a) viteza electronilor care cad pe anticatod, dacă lungimea de undă de Broglie atașată unui electron este egală cu 0,1 nm ; b) lungimea de undă de Broglie atașată unui electron, dacă tensiunea de accelerare a fasciculului de electroni este de 50 kV, iar calculul se face nerelativist ; c) lungimea de undă de Broglie atașată unui electron, dacă, pentru aceeași tensiune de accelerare, calculul se face relativist.

9.55. Cunoscînd constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0, sarcina electrică a electronului e și viteza luminii în vid c, calculați în cazul unui tub de radiații X, în aproximația nerelativistă, și pentru situația cînd lungimea de undă minimă a spectrului continuumului de radiație este de $4,1 \cdot 10^{-2}$ nm, mărimile : a) energia unui foton ; b) tensiunea de accelerare ; c) lungimea de undă de Broglie atașată unui electron din fascicul.

9.56. Radiația X, obținută sub o tensiune de accelerare a fasciculului de electroni egală cu 50 kV, este difractată pe un cristal cubic de KCl, care are masa moleculară relativă egală cu 74,6 și densitatea egală cu $1,99 \cdot 10^3$ kg/m^3. Cunoscînd constanta lui Planck h, sarcina electrică elementară e și viteza luminii în vid c, calculați : a) lungimea de undă minimă, corespunzătoare

continuumului de radiație; b) unghiul sub care se obține maximul de difracție de ordinul unu.

9.57. Spectrul de radiații X caracteristic anticatodului de cupru ($Z = 29$), conține pe lîngă linia K_α a cuprului, egală cu $154{,}05 \cdot 10^{-12}$ m, și alte două linii K_α, egale cu $70{,}92 \cdot 10^{-12}$ m și, respectiv, $165{,}78 \cdot 10^{-12}$ m, datorate unor atomi impuritate. Considerînd constanta de ecranare egală cu unu, identificați atomii impuritate.

9.58. Cînd tensiunea de accelerare aplicată unui tub de radiații X crește de la valoarea $U_1 = 10$ kV la valoarea $U_2 = 20$ kV, diferența dintre lungimea de undă K_α și lungimea de undă minimă a continuumului de radiație crește de $n = 3$ ori. Cunoscînd constanta lui Planck h, constanta lui Rydberg R, sarcina electrică elementară e, viteza luminii în vid c și constanta de ecranare, egală aproximativ cu unu, determinați numărul atomic Z al elementului anticatodului.

9.59. Un tub de radiații X, care are anticatodul din cupru, funcționează sub tensiunea de 80 kV și furnizează 10^{16} electroni/ /secundă incidenți pe suprafața anticatodului. Calculați : a) impulsul relativist al unui electron incident; b) lungimea de undă minimă a continuumului de radiație; c) variația temperaturii anticatodului în timp de 10 s, dacă 50% din energia electronilor incidenți pe anticatod se transformă în căldură preluată de anticatod. Se cunosc : constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0, sarcina electrică elementară e, viteza luminii în vid c, volumul anticatodului de 10 cm^3, densitatea cuprului de $8{,}9 \cdot 10^3$ kg/m^3 și căldura specifică a cuprului de 400 J/kg · grad.

9.60. Lungimile de undă ale liniilor K_α, corespunzătoare elementelor $_{50}Sn$ și $_{74}W$ sînt egale cu $49{,}2 \cdot 10^{-3}$ nm și, respectiv, $21 \cdot 10^{-3}$ nm. Cunoscînd constanta lui Rydberg, calculați valorile constantei de ecranare corespunzătoare celor două elemente.

Capitolul 10

PROBLEME RECAPITULATIVE

10.1. Pe o picătură de apă de formă sferică, ce are diametrul $D = 10$ nm şi temperatura $t = 25°C$, cade un fascicul de radiaţie monocromatică, cu lungimea de undă $\lambda = 700$ nm, transformînd-o în vapori. Care este numărul de fotoni absorbiţi de picătura de apă? În ce domeniu spectral se situează radiaţia? Se dau: căldura specifică a apei $c_a = 4200$ J/(kg.grad), căldura latentă de vaporizare a apei $\lambda_v = 2{,}25$ MJ/kg, constanta lui Planck $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J · s şi viteza luminii în vid $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

(Univ. Cluj, Fac. Fizică, 1971)

10.2. Un fascicul de lumină monocromatică, cu frecvenţa $\nu = 3 \cdot 10^{13}$ Hz şi puterea $P = 1$ watt, este absorbit total de o picătură de apă cu masa $m = 1$ g şi temperatura $t = 20°C$. Se cer: a) timpul în care este vaporizată apa; b) numărul de fotoni absorbiţi de apă. Se dau: căldura specifică a apei $c_a = 4200$ J/(kg. grad), căldura latentă de vaporizare a apei $\lambda_v = 2{,}25$ MJ/kg şi constanta lui Planck $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s.

(Inst. Pol. Bucureşti, Fac. Chim., 1976)

10.3. Puterea emisă de o sursă de radiaţii electromagnetice monocromatice este $P = 4$ mW. La aceasta corespunde un număr $N = 10^{15}$ fotoni/secundă. Se cere să se determine frecvenţa radiaţiilor electromagnetice. Constanta lui Planck este $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J · s.

(Inst. Pol. Bucureşti, Fac. Tehn. Chim., 1977)

10.4. Se consideră o sursă de lumină ca sursă de radiaţii optice, care emite radiaţii cu lungimea de undă $\lambda = 500$ nm. Se cer: a) energia transportată de un foton şi impulsul fotonului; b) numărul de fotoni emişi de bec pe secundă, dacă acesta are puterea $P = 100$ W şi emite $\eta = 1\%$ din puterea lui, la $\lambda = 500$ nm; c) presiunea luminii exercitate de fotonii emişi de bec, dacă ei lovesc central un corp negru, aflat la distanţa $d = 2$ m (se consideră $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J · s).

(Profil chimie, 1980)

10.5. O undă monocromatică care are lungimea de undă $\lambda = 680$ nm cade pe un ecran E, în care sînt practicate două fante F_1 şi F_2, aşezate la distanţa $d = 2$ mm. Franjele de interferenţă sînt observate pe un paravan P, aşezat la distanţa D de ecranul E. Se cer : a) să se calculeze distanţa D, astfel încît pe paravanul P primul maxim de interferenţă să fie la distanţa $x_1 = 0,34$ mm de franja centrală ; b) să se calculeze deplasarea primei franje luminoase, atunci cînd paravanul P se deplasează cu distanţa $a = 0,50$ m faţă de poziţia iniţială : c) ce grosime e trebuie să aibă o lamă cu indicele de refracţie $n = 1,56$, care, aşezată în calea fasciculului care iese din fanta F_1, să provoace apariţia primei franje luminoase în locul franjei centrale? d) considerînd că razele de lumină străbat drumul dintre P şi E prin apă, în care viteza luminii este $v = \frac{3}{4} \cdot c$, să se calculeze distanţa dintre două franje consecutive.

(*Inst. Pol. Bucureşti, Fac. Chim. Ind.*, *1971*)

10.6. Un fascicul de lumină generat de o radiaţie monocromatică este divizat în două. Primul fascicul cade perpendicular pe o reţea de difracţie cu $n = 500$ trăsături/mm, iar al doilea pe o celulă fotoelectrică. Să se determine :

a) Lungimea de undă λ_1 a acestei radiaţii, dacă maximul de difracţie de ordinul 2 se obţine sub un unghi $\alpha_2 = 30°$.

b) Numărul total al maximelor de difracţie date de reţea pentru o radiaţie cu lungimea de undă $\lambda_2 = 450$ nm.

c) Să se verifice valoarea constantei lui Planck, ştiind că pentru frînarea fotoelectronilor, tensiunea aplicată este $U_2 = 690$ mV pentru radiaţia $\lambda_2 = 450$ nm şi $U_1 = 415$ mV pentru radiaţia λ_1.

d) Care este energia cinetică a fotoelectronului emis de celulă pentru radiaţia cu $\lambda = 500$ nm, dacă lucrul mecanic de extracţie este $L = 2,3$ eV?

(*Inst. Pol. Bucureşti, Fac. Chim. Ind.*, *1971*)

10.7. Cu ajutorul oglinzilor lui Fresnel se obţine pe un ecran o figură de interferenţă pentru o radiaţie monocromatică cu $\lambda = 582$ nm.

a) Să se determine numărul de franje luminoase pe centimetru, dacă unghiul dintre oglinzi este $\alpha = 179°59'$ şi sursa de lumină se află în planul ecranului.

b) Să se calculeze numărul de franje pe centimetru, atunci cînd întreg sistemul se introduce în apă ($n_{apă} = 4/3$).

c) În cazul în care sursa de lumină ar trimite radiații care conțin liniile dubletului de rezonanță al Na ($\lambda_1 = 589,0$ nm, $\lambda_2 = 589,6$ nm), cît de mare ar fi diferența pe ecran dintre maximele de interferență ale celor două radiații de ordinul întîi? (Tot sistemul se consideră în continuare în apă.)

(*Univ. București, Fac. Fizică, 1971*)

10.8. Un fascicul paralel de radiație monocromatică este trimis perpendicular pe o rețea de difracție cu $n = 100$ linii/mm. Să se calculeze lungimea de undă a radiației, dacă maximul de ordinul al doilea se observă sub unghiul $\alpha_2 = \pi/6$.

(*Inst. Pol. București, Fac. Ing. Chim., 1976*)

10.9. Se folosește un fascicul de lumină monocromatică cu lungimea de undă $\lambda = 500$ nm în următoarele două experiențe:

1. Fasciculul cade normal pe o rețea de difracție.
2. Fasciculul cade pe fața unei prisme al cărei unghi de refringență este $A = 60°$.

Se cer:

a) Constanta rețelei, știind că maximul de ordinul al doilea se obține pentru un unghi $\alpha_2 = 30°$.

b) Ordinul maxim al spectrului de difracție care se poate obține.

c) Indicele de refracție al prismei, cunoscînd că unghiul de deviație minimă este $\delta_m = 30°$.

d) Sub ce unghi de incidență trebuie să cadă raza de lumină pe prima față a prismei, pentru ca ea să se reflecte total pe cealaltă față?

(*Inst. Pol. Timișoara, Fac. Ing. Chim., 1977*)

10.10. Un dispozitiv Young, care are distanța dintre fante egală cu 0,5 mm și distanța de la planul fantelor la ecran egală cu 1,2 m, este iluminat cu o sursă monocromatică de lumină avînd $\lambda = 500$ nm.

a) Să se calculeze interfranja observată pe ecran.

b) Cît de mare trebuie să fie distanța dintre fantele dispozitivului, pentru ca interfranja să se dubleze?

c) Ce valoare are interfranja, dacă întregul dispozitiv se scufundă într-un lichid cu indicele de refracție $n = 1,50$, în condițiile punctului a?

(*Profil fizică, 1978*)

10.11. Un fascicul paralel de radiație monocromatică este trimis perpendicular pe o rețea de difracție cu constanta $d = 10,5$ μm; cu ajutorul unei lentile cu distanța focală $f = 24$ cm, așezată paralel cu planul rețelei, se proiectează radiația difractată pe un ecran

aflat în planul focal al lentilei. Știind că radiația corespunde liniei Balmer de cea mai mare lungime de undă, $\lambda=656,3$ nm, să se determine:

a) Valoarea constantei lui Rydberg.

b) Unghiul de difracție corespunzător maximului de difracție de ordinul al optulea.

c) Distanța dintre poziția maximului central și poziția primului maxim de difracție, obținute pe ecran.

(Profil medical, 1979)

10.12. Intr-un dispozitiv Young, o radiație monocromatică cu lungimea de undă $\lambda_1=500$ nm produce o figură de interferență cu interfranja $i=1$ mm. În același dispozitiv, figura de interferență produsă de o altă radiație monocromatică are primul maxim la distanța $x_1=1,2$ mm de franja centrală. Să se găsească:

a) Lungimea de undă λ_2 a luminii emise de a doua sursă.

b) Distanța minimă x (față de franja centrală) la care se formează maxime în ambele figuri de interferență.

c) Diferența $\Delta\nu$ dintre frecvențele celor două radiații. Se cunoaște viteza luminii $c=3\cdot10^8$ m/s.

(Profil chimie, 1980)

10.13. Se consideră un dispozitiv Young în care distanța dintre fante este de 3,3 mm, distanța de la planul fantelor la ecran este de 3 m, iar lungimea de undă a radiației optice folosite este de 550 nm. Să se determine:

a) Valoarea interfranjei, dacă experiența se realizează în aer.

b) Valoarea interfranjei, dacă experiența se realizează în apă, cunoscînd $n_{apa}=4/3$.

c) Valoarea deplasării franjelor în cazul în care, în drumul radiației provenite de la una dintre fante, se introduce o lamă transparentă cu fețele plan-paralele, de grosime $e=10$ μm și indice de refracție $n=1,50$, dacă experiența se realizează în aer.

(Profil medical, 1981)

10.14. Un dispozitiv Young are distanța dintre fante egală cu 0,50 mm și distanța de la planul fantelor la ecran egală cu 1,2 m. Dacă lumina folosită are lungimea de undă de 500 nm, calculați:

a) Valoarea interfranjei observate pe ecran.

b) Cu cît trebuie modificată distanța dintre fantele dispozitivului pentru ca interfranja să devină egală cu 3,6 mm.

c) Valoarea interfranjei, dacă experiența se realizează în apă ($n_{apa}=4/3$.

(Profil fizică, 1983)

10.15. O rază de lumină monocromatică ce se propagă în vid cade sub unghiul $i=45°$ pe suprafața unei lame transparente cu fețe plane și paralele. Grosimea lamei este de $d=1,5$ cm și indicele ei de refracție absolut $n=\sqrt{2}$. Să se calculeze:

a) Unghiul de refracție al razei în lamă.

b) Deplasarea razei incidente după ce străbate lama.

c) Viteza de propagare a luminii în lamă. Se dă viteza luminii în vid, $c=3 \cdot 10^8$ m/s.

(Inst. Constr. București, Fac. Cadastru, 1972)

10.16. O monedă a căzut pe fundul unui vas cu apă, la o adîncime $h=80$ cm. La ce distanță de suprafața apei din vas pare a fi situată, atunci cînd este privită aproape vertical (indicele de refracție al apei $n=4/3$)?

(Univ. București, Fac. Chimie, 1972)

* 10.17. Se dă o prismă optică a cărei secțiune ABC este un triunghi echilateral. Pe fața AB a prismei, aflată în apă, cade radiația monocromatică cu lungimea de undă $\lambda=660$ nm, astfel încît raza de lumină se propagă în prismă paralel cu baza BC. Se cere să se calculeze:

a) Valoarea indicelui de refracție n_p al materialului din care este confecționată prisma, știind că unghiul format de prelungirea razei incidente cu raza emergentă este egal cu 30°, iar indicele de refracție al apei este egal cu 4/3.

b) Valoarea indicelui de refracție n_m al unui alt mediu, diferit de apă, pentru care în aceleași condiții (propagarea în prismă într-o direcție paralelă cu baza BC) unghiul format de prelungirea razei incidente cu raza emergentă să fie nul.

c) Care ar trebui să fie valoarea minimă n_{min} a indicelui de refracție al unui alt mediu, pentru care radiația incidentă pe prismă sub același unghi ca la punctul a să nu mai intre în prismă?

d) Dacă radiația emergentă cade normal pe o rețea de difracție cu lățimea $L=10$ cm, să se calculeze numărul total de fante N, știind că maximul de difracție de ordinul al treilea se obține sub unghiul de difracție $\alpha_3=60°$.

Inst. Pol. București, Fac. Chimie, 1975)

10.18. O rază de lumină monocromatică, incidentă pe o prismă cu unghiul $A=60°$, suferind deviația minimă, emerge sub unghiul $i'=60°$. Se cer:

a) Unghiul de incidență.

b) Unghiul de deviație minimă.

c) Indicele de refracție al prismei.

(Inst. Pol. București, Fac. Chimie, 1976)

10.19. Unghiul limită (de reflexie totală) corespunzînd materialului unei prisme aflate în aer ($n_{aer}=1$), cu unghiul la vîrf $A=60°$, este $l=45°$. Să se afle valorile unghiului de deviație minimă δ_m și unghiului de incidență corespunzător.

(*Inst. Pol. București, Fac. Ing. Chim.*, *1976*)

10.20. O radiație electromagnetică incidentă din vid pe o prismă optică cu indicele de refracție absolut $n=\sqrt{3}$, sub unghiul $i=60°$, parcurge prisma pe drumul de deviație minimă. Să se determine:

a) Valoarea unghiului de refracție.

b) Valoarea unghiului de deviație minimă.

c) Sinusul unghiului minim de incidență pe suprafața prismei, pentru care fasciculul mai poate emerge din prismă.

(*Profil fizică*, *1984*)

10.21. O plăcuță cu suprafețele plan-paralele și de grosime $h=3$ mm, este formată din trei regiuni cu suprafețele plane și paralele cu fețele plăcuței, egale în grosime și avînd indicii de refracție egali cu $n_1=\sqrt{3}$, $n_2=n_1/k$ și $n_3=n_2/k$, unde k este o constantă. Mediul înconjurător are indicele de refracție $n_0=2{,}5$. Aceste valori corespund unei radiații luminoase cu frecvența $\nu=5{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz. Să se afle:

a) Lungimea de undă a radiației luminoase în regiunea 1.

b) Care este valoarea lui k, dacă unghiul $i_1=30°$ este unghiul minim de incidență pe suprafața superioară a plăcuței, pentru care se produce o reflexie totală pe dioptrul care separă regiunile 2 și 3?

c) Valoarea drumului optic al fasciculului filiform din punctul de incidență pe plăcuță, pînă în punctul de reflexie totală.

(*Profil chimie*, *1983*)

10.22. O oglindă sferică, concavă, de aluminiu se află la temperatura de 0°C. Un punct luminos real P de pe axa principală, aflat la distanța invariabilă de 52 cm de vîrful oglinzii, are o imagine reală în P_1. Se încălzește oglinda la temperatura $t=100°C$, vîrful ei V rămînînd fix. Noua imagine a punctului P se deplasează în P_2. Cunoscînd coeficientul de dilatare liniară al aluminiului $\alpha=2 \cdot 10^{-5}$ K^{-1} și distanța focală a oglinzii la 0°C, $f_0=50$ cm. Să se afle:

a) Căldura absorbită de oglindă, dacă capacitatea sa calorică este egală cu 752 J/K.

b) Distanța focală a oglinzii la $t=100°C$.

c) Deplasarea P_1P_2 a imaginii.

(*Profil chimie*, *1983*)

10.23. O lentilă convergentă are distanța focală $f'=12$ cm. În fața ei se așază un obiect la distanța de 20 cm. Imaginea formată de lentilă servește ca obiect unei lentile convergente, care are distanța focală $f''=10$ cm. Distanța dintre lentile este $D=60$ cm. Să se determine:

a) Convergențele C_1 și C_2 ale celor două lentile.

b) Cum este imaginea formată de prima lentilă, unde este plasată și în ce raport de mărime este cu obiectul?

c) La ce distanță de a doua lentilă se găsește imaginea dată de prima lentilă?

d) Cum este imaginea formată de a doua lentilă, unde este plasată ea și în ce raport, ca mărime, este cu obiectul inițial?

(*Inst. Constr. București, Fac. Cadastru, subing., 1971*)

10.24. Două lentile plan-convexe, identice, alcătuite din sticlă optică cu indicele de refracție $n=1{,}50$ și cu distanța focală $f=60$ cm fiecare sînt centrate pe aceeași axă, cu fețele curbate în contact. Se umple intervalul dintre lentile cu un lichid transparent și se constată că distanța focală a sistemului devine $F=155$ cm. Să se determine indicele de refracție al lichidului.

(*Inst. Petr., Gaze, Geol., București, 1971*)

10.25. O lentilă biconvexă, din sticlă optică cu indicele de refracție $n=1{,}50$ are fețele cu aceeași rază de curbură de 12 cm. Lentila se așază între un obiect luminos și un paravan. Distanța dintre obiect și paravan este de 60 cm. Să se determine:

a) Pozițiile lentilei în care se formează imagini reale și clare pe paravan.

b) Raportul dintre mărimea imaginii și a obiectului, corespunzător pozițiilor de la punctul precedent.

(*Univ. Timișoara, Fac. Fizică, 1971*)

10.26. O lentilă convergentă formează pe un ecran o imagine de patru ori mai mare ca obiectul. Cunoscînd distanța dintre obiect și ecran, egală cu 1 m, să se afle:

a) Distanța de la obiect la lentilă, distanța de la imagine la lentilă și distanța focală a lentilei.

b) Să se construiască mersul razelor prin lentilă.

(*Inst. Constr. București, Fac. Cadastru, subing., 1972*)

10.27. Să se arate că distanța minimă dintre un obiect și imaginea reală a acestuia într-o lentilă convergentă este egală cu de patru ori distanța focală a lentilei.

(*Inst. Pol. Iași, Fac. Chimie, 1972*)

10.28. Pe o lentilă biconvexă cu razele de curbură $R_1=50$ cm și $R_2=100$ cm cade un fascicul paralel de lumină albă. Calculați

distanța care separă focarul razelor roșii, pentru care $n_r = 1{,}51$, de focarul razelor violete, pentru care $n_v = 1{,}525$.

(*Inst. Petr., Gaze, Geol., București, 1973*)

10.29. Imaginea reală a unui obiect cu înălțimea $y_1 = 80$ mm trebuie să se formeze pe un ecran situat la distanța de 100 cm de obiect. Se folosește o lentilă subțire, plan-convexă, având raza de curbură a feței convexe egală cu 10 cm. Există două poziții posibile ale lentilei, distanța dintre ele fiind de 50 cm, pentru care pe ecran se obțin imagini clare ale obiectului. Să se afle:

a) Mărimile imaginilor în cele două cazuri.

b) Distanța focală a lentilei.

c) Indicele de refracție al materialului lentilei.

(*Univ. Timișoara, Fac. Fizică, 1973*)

10.30. O lentilă convergentă L', având distanța focală $f' = 10$ cm, formează imaginea reală $A'B'$ a unui obiect AB, aflat la distanța de 30 cm în fața lentilei. Imaginea $A'B'$ este obiect pentru o a doua lentilă L'' a cărei distanță focală este $f'' = 20$ cm. Lentila L'' se găsește la distanța de 55 cm de lentila L', de aceeași parte cu imaginea $A'B'$.

a) Să se construiască imaginile $A'B'$ și $A''B''$ ale obiectului AB în lentila L', și, respectiv, în lentila L''.

b) Să se calculeze convergențele celor două lentile.

c) Să se afle distanța la care se formează imaginea $A''B''$ față de cea de a doua lentilă.

(*Inst. Constr. București, subing., 1976*)

10.31. O lentilă plan-concavă are raza de curbură a suprafeței sferice egală cu 10 cm și indicele de refracție egal cu 1,50. În fața ei, la distanța de 20 cm, perpendicular pe axa optică, se așază un obiect înalt de 80 mm. Să se afle poziția, mărimea și natura imaginii.

(*Inst. Pol. București, Fac. Chimie, 1976*)

10.32. O lentilă convergentă are indicele de refracție absolut $n = 1{,}80$. Unde se va forma imaginea unui obiect, când lentila și obiectul se găsesc în aer, dacă atunci când se găsesc într-un lichid, cu indicele de refracție absolut $n' = 1{,}20$, lentila are distanța focală $f' = 80$ mm, iar imaginea se formează cu 30 cm mai departe de lentilă decât atunci când mediul înconjurător este aerul, cu indicele de refracție absolut $n_{aer} = 1$?

(*Inst. Pol. București, Fac. Ing. Chim., 1976*)

10.33. Pe un banc optic se află un obiect înalt de 5 mm. O lentilă biconvexă, cu razele de curbură egale cu 15 cm și, respectiv, 30 cm, formează pe un ecran o imagine înaltă de 20 mm.

Dacă obiectul se îndepărtează de lentilă cu 5 cm, pe ecranul aflat la distanţă convenabilă se formează o imagine înaltă de 10 mm. Să se afle :

a) Distanţa focală a lentilei.

b) Indicele de refracţie al materialului lentilei.

c) Poziţia imaginii dacă, în situaţia de la punctul b coaxial cu prima lentilă, şi la distanţa de 110 cm după ea, se aşază o a doua lentilă cu distanţa focală de 30 cm.

d) Mărimea imaginii formate de sistemul celor două lentile.

(*Inst. Petr., Gaze, Ploieşti, 1976*)

10.34. O lentilă plan-convexă L' are raza de curbură egală cu 10 cm şi indicele de refracţie egal cu 1,50. În faţa ei, la distanţa de 15 cm, se aşază, perpendicular pe axa optică, un obiect luminos, înalt de 5 cm. După lentila L' se aşază, coaxial, o a doua lentilă L'' plan-concavă, la distanţa de 20 cm. Să se calculeze :

a) Poziţia şi mărimea imaginii date de prima lentilă.

b) Distanţa focală a celei de a doua lentile, pentru ca imaginea finală să se formeze în planul obiect. Să se reprezinte grafic modul de formare a imaginii finale.

(*Inst. Pol. Bucureşti, Fac. Tehn. Chim, 1977*)

10.35. De o lentilă biconvexă L', cu distanţa focală egală cu 25 cm, se alipeşte o a doua lentilă subţire L'', obţinîndu-se pentru sistemul format distanţa focală de 10 cm. Care este convergenţa celei de a doua lentile?

Se depărtează cele două lentile, menţinîndu-se însă coaxiale. Ştiind că distanţa dintre lentile este de 100 cm şi că distanţa de la un obiect liniar, luminos, aşezat perpendicular pe axa optică, în faţa primei lentile, la prima lentilă este de 50 cm, calculaţi poziţia unui ecran faţă de lentila a doua, pentru a se obţine pe el imaginea clară a obiectului. Care este mărirea sistemului de lentile?

(*Univ. Bucureşti, Fac. Fizică, 1977*)

10.36. Pe un banc optic se află o lentilă plan-convexă cu indicele de refracţie $n = 1,50$. Un obiect aşezat perpendicular pe axa optică, la distanţa de 30 cm de lentilă, îşi formează imaginea reală, mărită de două ori faţă de obiect. Să se determine :

a) Convergenţa lentilei.

b) Raza de curbură a feţei sferice a lentilei.

c) Poziţia imaginii, dacă experienţa se realizează în apă, al cărei indice de refracţie este 4/3.

(*Univ. Bucureşti, Fac. Fizică, 977*)

10.37. O lentilă echiconvexă are razele de curbură egale cu 12 cm fiecare, iar distanța focală, în aer, este egală cu 12 cm. Să se afle:

a) Indicele de refracție al materialului lentilei.

b) Distanța focală a lentilei într-un mediu cu indicele de refracție absolut egal cu 1,36.

c) Distanța focală a unei a doua lentile care, acolată cu prima, determină un sistem optic centrat, cu convergența de —2 dioptrii.

(*Inst. Petr. Gaze, Ploiești, 1977*)

10.38. Imaginea reală a unui obiect, care se află la distanța de 90 cm de o lentilă, se formează la distanța de 45 cm de lentilă. Alipind de lentilă o a doua lentilă, imaginea reală a aceluiași obiect se formează la distanța de 72 cm de sistem. Se cer:

a) Distanța focală a primei lentile.

b) Distanța focală a sistemului format din cele două lentile.

c) Distanța focală a celei de a doua lentile. Ce fel de lentilă este aceasta?

(*Profil medical, 1980*)

10.39. O lentilă plan-convexă, avînd raza de curbură a suprafeței sferice $R=15$ cm, confecționată dintr-un material cu indicele de refracție $n=1,50$, are axa optică perpendiculară pe o rețea de difracție și focalizează razele difractate de aceasta. Știind că în cazul unei incidențe normale pe rețea a unei radiații optice cu lungimea de undă $\lambda=500$ nm, distanța în planul focal al lentilei dintre maximul de ordinul al doilea și maximul central este de 17,32 cm, să se determine:

a) Unghiul format de razele difractate pe direcția maximului de ordinul al doilea cu direcția de incidență pe rețea.

b) Constanta rețelei de difracție.

c) Poziția față de lentilă a imaginii unui obiect așezat la distanța de 45 cm de aceasta, în cazul în care rețeaua a fost îndepărtată.

(*Profil chimie-fizică, 3 ani, 1981*)

10.40. Imaginea unui obiect liniar, înalt de 1 cm, formată cu ajutorul unei lentile convergente, are înălțimea de 4 cm (în valoare absolută). Dacă se îndepărtează lentila față de obiect cu 10 cm, se obține o imagine egală cu jumătate din imaginea inițială. Determinați:

a) Distanța focală a lentilei.

b) Care este poziția imaginii, față de lentila convergentă a unui obiect liniar, situat perpendicular pe axa optică, la distanța de 5,4 cm de lentilă?

c) La distanța de 30 cm după lentila convergentă considerată mai sus se așază o lentilă divergentă cu distanța focală de —20 cm. Care este distanța de la centrul optic al lentilei divergente la imaginea formată de sistemul optic compus din cele două lentile, obiectul fiind situat ca la punctul b?

(Profil chimie fizică, 1982)

10.41. Două lentile identice, plan-convexe, avînd fiecare convergența egală cu 8 dioptrii, sînt așezate coaxial, la distanța de 62,1 cm una de alta.

a) Să se calculeze distanțele focale ale lentilelor și razele de curbură ale dioptrilor, dacă indicele de refracție al sticlei optice din care sînt confecționate lentilele este egal cu 1,50.

b) La distanța de 18 cm de una din lentile (și deci la distanța de 80,1 cm de cealaltă lentilă), se așază, perpendicular pe axa optică un obiect liniar luminos. Să se construiască grafic imaginea finală dată de sistem și să se calculeze distanța dintre prima lentilă și imaginea finală.

c) Să se calculeze mărimile liniare date de fiecare lentilă precum și mărimea liniară a sistemului.

(Profil fizică, 1983)

10.42. Un fascicul filiform de lumină, cu lungimea de undă egală cu 400 nm, cade pe fața unei prisme care are unghiul la vîrf de 60°. Se observă că pentru un unghi de incidență de 60°, unghiul de emergență este tot de 60°. La ieșirea din prismă fasciculul cade pe o celulă fotoelectrică cu pragul fotoelectric la lungimea de undă de 660 nm. Să se afle:

a) Indicele de refracție al prismei.

b) Frecvența luminii incidente și viteza ei în prismă.

c) Viteza fotoelectronilor emiși de catodul fotocelulei.

d) Numărul fotonilor incidenți pe fotocelulă în timp de 1 ms, dacă puterea fasciculului incident este de 10 mW.

e) Se înlocuiește celula cu o rețea optică avînd 625 trăs/mm, așezată normal pe direcția fasciculului. Calculați unghiul sub care se formează maximul luminos de ordinul al doilea.

Se dau constanta lui Planck $h=6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s și masa electronului $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

(Inst. Pol. București, Fac. Chim. Ind., 1973)

10.43. Fotoelectronii emiși de un catod metalic al unei fotocelule sub acțiunea unei radiații cu lungimea de undă de 136 nm sînt frînați de o tensiune inversă între anodul și catodul fotocelulei egală cu 6 V. Se cere să se calculeze:

a) Tensiunea inversă pentru a frîna fotoelectronii emiși de același catod sub acțiunea radiației cu lungimea de undă de 106,5 nm, știind că sarcina electrică elementară este $e=1,6 \cdot 10^{-19}$C și constanta lui Planck $h=6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s.

b) Energia necesară pentru extracția unui electron.

c) Frecvența pragului roșu.

(*Inst. Pol. București, Fac. Chim. Ind., 1973*)

10.44. Pe o placă de sodiu aflată în vid cade normal un flux de fotoni cu frecvența $\nu=10^{15}$ Hz. Știind că frecvența de prag a efectului fotoelectric extern pentru sodiu este $\nu_p=6 \cdot 10^{14}$Hz, constanta lui Planck $h=6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s, să se determine:

a) Energia de extracție a electronilor din placa de sodiu.

b) Viteza electronilor extrași din placă știind că masa electronului este $m_0=9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

c) Impulsul fotonului incident, corespunzător frecvenței ν.

d) Presiunea exercitată de fotoni asupra plăcii de sodiu în cazul în care pe fiecare metru pătrat ar cădea pe secundă $N=10^{10}$ fotoni/m^2 · s (se consideră că toți fotonii incidenți sînt absorbiți de placă).

(*Inst. Pol. Iași, Fac. Chim. Ind., 1973*)

10.45. Se iluminează cu radiație luminoasă (lungimea de undă între 400 nm și 700 nm) o placă de cesiu care are lucrul mecanic de extracție $L = 3 \cdot 10^{-19}$ J.

a) Care este energia cinetică maximă a fotoelectronilor emiși de placa de cesiu? ($h=6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s).

b) Să se afle impulsul și masa de mișcare a fotonului cu lungimea de undă $\lambda=700$ nm.

c) Între ce limite este cuprinsă convergența unei lentile echiconvexe cu raza de 20 cm, dacă sticla optică din care este confecționată are indicii de refracție $n_v=1,55$, pentru lumina violetă, și $n_r=1,50$, pentru lumina roșie?

(*Inst. Pol. Timișoara, Fac. Ing. Chim., 1974*)

10.46. Catodul metalic al unei celule fotoelectrice este iluminat cu o radiație de lungime de undă $\lambda_1=136$ nm. Fotoelectronii emiși sub acțiunea acestei radiații pot fi frînați aplicînd o tensiune electrică inversă $U_1=6$ V, între anodul și catodul celulei fotoelectrice. În cazul iluminării cu o radiație cu lungimea de undă $\lambda_2=$ $=106,5$ nm, fotoelectronii emiși de același catod sînt frînați de o tensiune electrică inversă $U_2=8,53$ V. Se efectuează aceste două determinări, fiind cunoscute constanta lui Planck $h=6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s și viteza luminii în vid $c=3 \cdot 10^8$ m/s. Să se afle:

a) Sarcina electronului.

b) Energia necesară pentru extracția unui electron din metalul catodului fotocelulei (lucrul mecanic de extracție a fotoelectronului).

c) Lungimea de undă maximă a radiației optice sub acțiunea căreia catodul celulei fotoelectrice poate să mai emită electroni.

d) Să se afle masa fotonului care corespunde radiației cu lungimea de undă λ_1.

(Inst. Pol. București, Fac. Ing. Chim. 1975

10.47. Ce viteză are o particulă microscopică, dacă în mișcarea rectilinie și uniformă are masa dublă față de masa ei de repaus (se cunoaște viteza luminii în vid)?

(Inst. Pol. București, Fac. Chimie, 1976)

10.48. Care este frecvența unui foton care are energia egală cu energia totală a unui electron care se deplasează în vid cu viteza $v=0,6 \cdot c$? Se cunosc constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0 și viteza luminii în vid c.

(Inst. Pol. București, Fac. Ing. Chim., 1976)

10.49. Suprafața unui fotocatod este iluminată cu un fascicul de radiație monocromatică cu lungimea de undă $\lambda=500$ nm, emițîndu-se fotoelectroni cu viteza $v=500$ km/s. Care este valoarea lucrului mecanic de extracție a fotoelectronilor din materialul fotocatodului? Se cunosc constanta lui Planck h și masa de repaus a electronului m_0.

(Inst. Pol. București, Fac. Ing. Chim., 1976)

10.50. Cu ce viteză v trebuie să se miște un electron pentru ca energia sa totală să fie dublul energiei sale de repaus? Se cunoaște viteza luminii în vid c.

(Inst. Pol. București, Fac. Ing. Chim., 1976)

10.51. Știind că maximul de difracție de ordinul $k=4$ al unei radiații monocromatice incidentă normal pe o rețea de difracție avînd $n=500$ trăs/mm apare sub unghiul $\alpha=30°$, să se determine energia maximă a fotoelectronilor emiși de o placă de wolfram iluminată de această radiație. Se dau lucrul mecanic de extracție $L=4,5$ eV, constanta lui Planck h și sarcina electrică elementară e.

(Inst. Pol. București, Fac. Tech. Chim., 1977)

10.52. Fie un electron a cărui masă de mișcare este de două ori mai mare decît masa sa de repaus. Să se calculeze:

a) Viteza și energia cinetică ale electronului.

b) Frecvența și masa fotonului care are energia egală cu energia de repaus a electronului.

Se cunosc constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0 și viteza luminii în vid c.

(*Profil tehnic, 1978*)

10.53. Un flux de fotoni cu lungimea de undă $\lambda=300$ nm și cu o putere $P=1\ \mu W$ cade pe catodul unei celule fotoelectrice. Se cere să se calculeze:

a) Lucrul mecanic de extracție.

b) Energia cinetică a fotoelectronilor.

c) Numărul de fotoni care sosesc pe catodul celulei fotoelectrice în $t=33$ s și impulsul unui foton.

Se cunosc constanta lui Planck h, viteza luminii în vid c și lungimea de undă a pragului roșu $\lambda_0=400$ nm.

(*Profil tehnic, 1979*)

10.54. O rețea de difracție plană, cu constanta $d=1{,}65\ \mu m$, este iluminată normal cu un fascicul de lumină monocromatică corespunzînd uneia dintre liniile spectrale ale hidrogenului atomic. Știind că maximul de difracție de ordinul al doilea se observă sub unghiul $\alpha=30°$ față de direcția de incidență, să se determine:

a) Numerele cuantice principale ale stărilor atomului de hidrogen între care se produce tranziția însoțită de emisia fotonilor radiației studiate.

b) Valoarea maximă a potențialului de frînare a fotoelectronilor pentru un fotocatod de cesiu ($L=1{,}9$ eV) pentru care radiația considerată mai poate produce curentul fotoelectric.

c) Presiunea exercitată de radiația considerată asupra fotocatodului, știind că energia radiației luminoase, incidentă normal pe 1 cm², în 1 s este $\Phi=0{,}5$ mJ/cm² · s, energia fotoelectronilor emiși fiind neglijabilă. Se dau h, $R_H=3{,}28 \cdot 10^{15}$ Hz și e.

(*Profil fizică, 1979*)

10.55. Tensiunea de accelerare a electronilor într-un dispozitiv Davisson-Germer este $U=100$ V. Să se determine:

a) Lungimea de undă de Broglie asociată electronilor.

b) Energia și impulsul unui foton care ar avea aceeași lungime de undă.

c) Unghiul sub care se produce primul maxim de difracție, în cazul incidenței normale, a fasciculului electromagnetic cu lungimea de undă dedusă, pe o rețea de difracție care are $n=1000$ linii/mm.

Se cunosc constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0, sarcina electrică elementară e și viteza luminii c.

(*Profil medical, 1981*)

10.56. Pe o celulă fotoelectrică se aplică o tensiune de frînare $U_s=1,5$ V. Dacă potențialul de extracție al catodului este $U_0=2,3$ V, să se afle:

a) Lungimea de undă maximă a luminii pentru care se înregistrează curent fotoelectric.

b) Numărul fotoelectronilor emiși în unitatea de timp, cînd se iradiază catodul cu lumină de această lungime de undă, dacă puterea fasciculului incident este $P=10$ mW și fiecare foton provoacă emisia unui singur electron.

c) Lungimea de undă de Broglie a unui fotoelectron emis. Se cunosc h, m_0, e și c.

(*Profil chimie, 1982*)

10.57. Suprafața unui metal este iluminată succesiv cu radiațiile monocromatice cu lungimile de undă $\lambda_1=279$ nm și $\lambda_2=245$ nm, urmărindu-se emisia de fotoelectroni. Se măsoară tensiunile de frînare corespunzătoare, obținîndu-se $U_{s1}=0,66$ V și $U_s=1,27$ V.

a) Ce valoare rezultă pentru constanta lui Planck din aceste măsurători?

b) Să se calculeze valoarea lungimii de undă pentru pragul roșu al metalului care rezultă din aceste măsurători; se consideră valoarea constantei lui Planck cea stabilită la punctul a.

c) Se poate calcula, pe baza datelor din enunțul problemei, energia minimă a fotonilor necesară extragerii de fotoelectroni (fără a se folosi constanta lui Planck)? Arătați cum.

(*Profil fizică, 1982*)

10.58. La iluminarea unui metal cu radiațiile avînd frecvențele $\nu_1=9,6\cdot10^{14}$ Hz și, respectiv, $\nu_2=6,72\cdot10^{14}$ Hz se găsește că tensiunile de frînare sînt $U_{s1}=1,96$ V și, respectiv, $U_{s2}=0,77$ V. Să se calculeze:

a) Constanta lui Planck.

b) Lucrul mecanic de extracție (în eV). Se cunoaște sarcina electrică elementară e.

(*Profil fizică, 1983*)

10.59. De la un tub de descărcare electrică în gaze se obțin radiații ale hidrogenului.

a) Care este energia minimă pe care trebuie să o aibă electronii din descărcare pentru ca, ciocnindu-se cu atomii de hidrogen aflați în stare fundamentală, să-i excite, iar aceștia să emită prin dezexcitare radiația H_α (Balmer) a hidrogenului, cu $\lambda=656,3$ nm?

b) Radiațiile emise de tubul de descărcare cad sub incidența normală pe o rețea optică plană de difracție avînd $n=2000$ trăs/cm

Care este valoarea unghiului de difracție sub care se vede maximul de ordinul al doilea?

c) Franjele de difracție se proiectează pe un ecran dispus în planul focal al unei lentile convergente subțiri, avînd distanța focală $f = 25$ cm. Care este distanța, pe ecran, de la maximul central pînă la maximul de difracție de ordinul întîi?

d) Este posibilă observarea maximului de difracție de ordinul 12?

e) Studierea maximelor de difracție pentru radiația H_α este împiedicată de prezența în spectru a unei alte radiații cu lungimea de undă $\lambda' = 328,15$ nm. Care sînt primele ordine pentru care maximele de difracție ale celor două radiații se suprapun?

Se dau constanta lui Rydberg $R_H = 3,28 \cdot 10^{15}$ Hz, constanta lui Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s, iar unghiurile de difracție se consideră mici, acolo unde se fac aproximări.

(*Univ. Bucur ști, Fac. Fizică, 1976*)

10.60. Un electron aflat într-un cîmp magnetic static și uniform, cu inducția magnetică $B = 21$ mT se mișcă pe o traiectorie circulară cu raza $R = 10$ cm. Cunoscînd masa de repaus a electronului m_0 și sarcina electrică a electronului e, aflați de cîte ori este mai mare masa de mișcare a electronului decît masa sa de repaus.

(*Profil fizică, 1978*)

10.61. Cunoscînd constanta lui Rydberg $R_H = 3,29 \cdot 10^{15}$ Hz, constanta lui Planck $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s și viteza luminii în vid $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, calculați:

a) Cea mai mare lungime de undă pe care o poate avea o linie spectrală Balmer și numerele cuantice corespunzătoare nivelelor între care se produce respectiva tranziție.

b) Valorile energiilor totale ale electronului atomului de hidrogen corespunzătoare celor două stări cuantice.

c) Perioada unei rețele de difracție știind că, în cazul în care se trimite perpendicular pe această rețea un fascicul monocromatic corespunzător liniei Balmer considerate, maximul de difracție de ordinul al doilea se formează sub unghiul de difracție pentru care $\sin\varphi = 0,101$

(*Profil medical, 1979*)

10.62. Fie un atom de hidrogen în starea cu numărul cuantic principal $n = 2$. Determinați:

a) Viteza electronului pe orbita stării $n = 2$

b) Lungimea de undă a radiației emise de atom cînd revine în starea fundamentală.

c) Numărul de rotații efectuate de electron în jurul nucleului, cînd atomul se află în starea $n = 2$, știind că atomul se află în această stare timp de 10 ns, după care revine în starea fundamentală. Se cunosc constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0, sarcina electrică elementară e și $1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ m/F.

(Profil medical, 1980)

10.63. Se consideră un atom de hidrogen în prima stare excitată. Să se determine:

a) Energia cinetică a electronului în această stare.

b) Lungimea de undă maximă a radiației care poate ioniza atomul aflat în această stare.

c) Lungimea de undă a radiației emise în cazul tranziției atomului din starea excitată în starea fundamentală.

Se dau constanta lui Rydberg $R_H = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ s^{-1}, constanta lui Planck $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J · s și viteza luminii în vid $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

(Profil fizică, 1981)

10.64. Într-un tub de raze X spectrul continuu are limita spre lungimi de undă scurte $\lambda_0 = 0{,}041$ nm. Să se calculeze:

a) Energia unui foton cu lungimea de undă considerată mai sus

b) Tensiunea de accelerare a electronilor din tubul de raze X care au produs acest spectru.

c) Lungimea de undă de Broglie asociată electronilor, în aproximația nerelativistă și în aproximația relativistă.

Se dau constanta lui Planck h, masa de repaus a electronilor m_0, sarcina electrică a electronului e și viteza luminii în vid c.

(Profil medical, 1982)

10.65. a) Să se calculeze pragul fotoelectric al cesiului știind că lucrul mecanic de extracție $L = 1{,}89$ eV.

b) Să se determine viteza maximă a fotoelectronilor emiși cînd pe o suprafață metalică de cesiu cade radiația monocromatică cu $\lambda = 500$ nm.

c) Presupunînd că toți fotoelectronii emiși cad pe armătura unui condensator cu capacitatea $C = \frac{1}{6}$ nF și îl încarcă pînă la potențialul $U = 300$ V, să se determine numărul de fotoelectroni emiși de suprafața metalică.

Se dau constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0 și sarcina electrică elementară e.

(Profil fizică, 1980)

10.66. Un fascicul paralel de radiație monocromatică, cu lungimea de undă $\lambda = 500$ nm, cade normal pe o rețea de difracție. Calculați:

a) Numărul fotonilor incidenți pe rețea în timpul $t = 1$ minut, dacă puterea fasciculului este $P = 20$ W.

b) Constanta rețelei, dacă maximul de difracție de ordinul al doilea se formează sub unghiul $\alpha = 30°$.

c) Se înlocuiește paravanul de observare a franjelor de difracție cu o celulă fotoelectrică al cărei prag fotoelectric este $\lambda_p = 660$ nm. Să se calculeze viteza fotoelectronilor.

Se dau constanta lui Planck h, masa de repaus a electronului m_0 și viteza luminii în vid c.

(*Profil medical, 1980*)

10.67. Un dispozitiv în care distanța dintre fante este egală cu 0,1 mm, iar distanța de la planul fantelor la ecran este egală cu 2 m utilizează radiația monocromatică cu $\lambda = 500$ nm. Determinați:

a) Valoarea interfranjei.

b) Raportul dintre fluxurile energetice incidente în puncte ale ecranului de observație, situate la mijlocul distanței dintre un maxim de interferență și un minim următor, respectiv în maxime de interferență.

c) Intensitatea cîmpului electric al undei incidente, știind că densitatea de energie a cîmpului electric corespunzător este egală cu 1,59 μJ/m^3.

Se dă permitivitatea vidului $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ F/m.

(*Profil chimie, 1981*)

10.68. Distanța dintre fantele unui dispozitiv Young este $2l = 1$ mm, iar ecranul de observație se află la $D = 0,75$ m. Interfranja măsurată pe ecran este de 0,5625 mm. Se cer: a) lungimea de undă a radiației folosite; b) dacă spațiul experienței se umple cu un lichid transparent, valoarea interfranjei devine $4,219 \cdot 10^{-4}$ m. Care este valoarea indicelui de refracție al lichidului?

(*Profil fizică, 1984*)

10.69. Se dau două oglinzi concave avînd distanța focală f fiecare și fețele reflectătoare una spre cealaltă. Se cere: a) să se găsească condiția pe care trebuie să o îndeplinească distanța d dintre vîrfurile oglinzilor pentru ca imaginea unui obiect punctiform A de pe axa principală să se formeze tot în A, în urma re-

flexiilor razelor de lumină succesiv pe cele două oglinzi; b) să se construiască imaginea obiectului A în cele două oglinzi.

(*Profil fizică, 1985*)

10.70. Un dispozitiv Young cu distanța dintre fante de 0,5 mm și distanța de la planul fantelor la ecran de 1 m se iluminează cu lumină albă. Considerînd lungimile de undă extreme ale spectrului vizibil egale cu 400 nm și, respectiv, 700 nm, să se calculeze: a) lungimile de undă ale radiațiilor luminoase ce determină minime de interferență pe ecran la distanța de 3,5 cm de franja centrală; b) în calea unuia dintre cele două fascicule se interpune, perpendicular pe direcția de propagare a fasciculului, un film transparent cu grosimea de 13 μm, alcătuit dintr-un material al cărui indice de refracție variază după legea $n = a + b/\lambda^2$. Cunoscînd că pentru radiația cu lungimea de undă de 400 nm indicele de refracție are valoarea 1,52, iar pentru radiația cu lungimea de undă de 700 nm indicele de refracție are valoarea 1,5, se cere să se calculeze noua poziție a franjei de ordinul zero, corespunzătoare radiației optice cu lungimea de undă de 600 nm.

(*Profil fizică, 1986*)

10.71. Lumina solară directă determină pe un ecran transversal o anumită iluminare. Să se determine: a) în ce raport se schimbă iluminarea ecranului dacă proiectăm pe ecran imaginea Soarelui, folosind o lentilă convergentă cu diametrul de 40 mm și cu distanța focală de 1 m, dacă unghiul sub care se vede diametrul discului solar este de 30 minute de arc? b) pînă la ce diametru trebuie diafragmată lentila pentru a obține aceeași iluminare?

(*Profil fizică, 1987*)

10.72. Atomii de hidrogen aflați în starea fundamentală, în repaus, sînt bombardați cu electroni. Cînd tensiunea de accelerare a electronilor este de 10,2 volți atomii de hidrogen încep să emită fotoni. Să se determine: a) energia de ionizare a atomului de hidrogen (în electronvolți); b) tensiunea minimă de accelerare a protonilor incidenți pentru ca atomii de hidrogen să înceapă să emită fotoni.

(*Profil fizică, 1987*)

10.73. Pe o rețea de difracție plană cade normal un fascicul paralel de lumină. Rețeaua este alipită de fața plană a unei lentile planconvexe în focarul căreia este așezat un ecran perpendicular pe axa optică. Să se determine: a) ordinul de difracție k al radiației cu lungimea de undă de 600 nm, ce se suprapune peste ordinul de difracție $k + 1$ al radiației cu lungimea de undă de 400 nm, la

distanța de $25/\sqrt{2}$ cm față de axa optică a lentilei; b) constanta rețelei de difracție și distanța focală a lentilei știind că atunci cînd rețeaua se află la distanța de 55 cm față de lentilă imaginea sa reală va fi de 10 ori mai mare (în valoare absolută) decît rețeaua; c) ordinul maxim de difracție ce poate fi format de rețea în cazul radiațiilor optice cu lungimile de undă de mai sus; d) de cîte ori se va realiza suprapunerea ordinelor de difracție corespunzătoare celor două radiații optice?

(Profil medical, 1986)

10.74. O oglindă sferică concavă orizontală este umplută cu un strat subțire de apă. Știind raza de curbură a oglinzii de 40 cm și indicele de refracție al apei 4/3, determinați distanța focală a sistemului apă-oglindă-apă.

(Profil medical, 1987)

10.75. Un obiect luminos se găsește la distanța d de un ecran fix. O lentilă convergentă cu distanța focală f se poate deplasa între obiectul luminos și ecran, iar pe ecran se obțin imagini clare ale obiectului pentru două poziții diferite ale lentilei. Să se afle: a) ce fel de imagini se formează pe ecran și pentru ce poziții ale lentilei? b) ce condiție trebuie să existe între mărimile f și d pentru a se putea obține cele două imagini? c) raportul dintre mărimile celor două imagini. Aplicație numerică $d = 40$ cm și $f = 10$ cm.

(Profil medical, 1987)

10.76. Lungimea de undă a unei radiații luminoase se micșorează de 4/3 ori în apă. Înseamnă acest lucru că un scafandru nu poate vedea obiectele înconjurătoare în culorile lor naturale?

10.77. Lumina provenită de la o sursă punctiformă de radiații optice se propagă spre un ecran traversînd în drumul ei un cub de sticlă transparentă cu latura l. Dacă cubul se va pune în mișcare cu viteza constantă v, lumina va parcurge distanța de la sursă la ecran într-un timp mai scurt?

10.78. Descrieți trei metode cu ajutorul cărora se poate determina lungimea de undă a unei radiații optice monocromatice. Fundamentați teoretic metoda folosită.

10.79. Puterea radiației emise de Soare este de aproximativ $4 \cdot 10^{26}$W. Să se determine:

a) Cu cît se micșorează masa soarelui într-o secundă?

b) Care este accelerația pe care o primește Soarele ca urmare a acestei emisii și care va fi viteza pe care o va primi după un an, dacă se presupune că radiația s-ar emite numai într-o direcție (rachetă fotonică)?

c) Să se descrie influența pe care o poate avea cîmpul gravitațional asupra frecvenței fotonilor ce părăsesc Soarele. Să se calculeze variația relativă a frecvenței fotonilor emiși (efectul Einstein).

d) Cum s-ar putea pune în evidență experimental această influență de la punctul c?

Se dau masa Soarelui $M \cong 2 \cdot 10^{30}$ kg, raza Soarelui $R \cong 6{,}96 \cdot 10^5$ km și constanta atracției gravitaționale $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg².

10.80. Energia totală a radiației solare, primită la limita exterioară a atmosferei terestre, pe unitatea de suprafață și în unitatea de timp, la distanța medie Soare-Pămînt de $1{,}5 \cdot 10^8$ km se numește constantă solară. Să se determine:

a) Valoarea acestei constante, considerînd că Soarele se comportă ca un corp negru, cu temperatura la suprafață egală cu 5 800 K (se presupune că Soarele radiază uniform). Ce importanță are această constantă?

b) Energia, exprimată în kWh, primită de Pămînt de la Soare în timp de un an, considerînd că Pămîntul absoarbe pe unitatea de suprafață și în unitatea de timp o energie egală cu constanta solară.

Care este „culoarea corpului negru"?

Se dau $R_s \cong 6{,}96 \cdot 10^5$ km, $R_p \cong 6{,}4 \cdot 10^3$ km și $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ J/s · m² · K⁴.

10.81. Un fascicul de raze paralele cade sub un unghi de incidență oarecare pe o lamă transparentă, infinită, cu fețele plane și paralele. Calculați fracțiunea din fluxul luminos transmis, cunoscînd valoarea coeficientului de reflexie, $r = 0{,}04$, și valoarea coeficientului de transmisie, $t = 0{,}9$.

10.82. Pentru obținerea unei fotocopii se iluminează negativul cu un bec care dă o intensitate luminoasă $I_1 = 40$ cd. Dacă becul se află la distanța $d_1 = 1$ m de hîrtia fotografică, timpul necesar pentru expunere este $t_1 = 2$ s. Care trebuie să fie timpul de expunere dacă înlocuim becul cu un altul, de intensitate $I_2 = 30$ cd, iar distanța este $d_2 = 1{,}5$ m (înnegrirea hîrtiei după developare și fixare trebuie să fie aceeași)?

10.83. Folosirea optimă a energiei electrice impune și așezarea surselor de lumină în astfel de poziții, încît locurile de muncă să fie iluminate cît mai bine. Într-o hală industrială se află patru mese de lucru, ale căror centre A, B, C și D se află în vîrfurile unui pătrat cu latura $a = 2\sqrt{3}$ m. De tavan este atîrnată, după direcția verticalei trecînd prin centrul pătratului $ABCD$

o sursă de lumină, de dimensiuni mici (punctiformă), care emite un flux luminos $\Phi = 32$ klm. Să se determine:

a) Poziția sursei de lumină corespunzător căreia iluminarea în centrele celor patru mese este maximă. Înălțimea sursei de lumină se consideră de la podea, înălțimea meselor de lucru fiind de 0,9 m.

b) Valoarea iluminării maxime.

c) Se îndepărtează una dintre mese și se așază în locul ei o suprafață circulară S, situată într-un plan perpendicular pe direcția care unește poziția A a centrului mesei cu sursa de lumină. Centrul suprafeței circulare este chiar punctul A, iar raza circumferinței care o delimitează este egală cu 10,8 cm. Pentru a mări iluminarea acestei suprafețe, de cealaltă parte a sursei de lumină se așază o oglindă sferică concavă, cu axa optică după direcția sursă de lumină-punctul A, sursa de lumină aflîndu-se în focarul oglinzii. Știind că suprafața activă a oglinzii sferice reprezintă a $1{,}08 \cdot 10^{-4}$ -a parte din suprafața sferei din care face parte, să se determine de cîte ori se mărește iluminarea zonei centrale a suprafeței circulare, folosind oglinda considerată perfect reflectantă. Comentați modul în care caracteristicile oglinzii influențează iluminarea suprafeței circulare.

10.84. Să se determine intensitatea luminoasă I, fluxul luminos și eficacitatea luminoasă $\eta = \Phi/P$ în cazul unui bec electric (considerat sursă punctiformă de radiație optică) de putere $P = 100$ W, dacă iluminarea normală produsă pe o carte aflată la distanța $d = 1$ m depărtare de bec este $E = 80$ lx.

10.85. Să se demonstreze că, în cazul unei prisme optice, unghiul de deviație minimă are valoarea $\delta_m = 2i - A$, unde i este unghiul de incidență, iar A este unghiul prismei triunghiulare.

10.86. De ce culorile obiectelor umede par mai intense decît cele ale obiectelor uscate?

10.87. Cum se poate determina indicele de refracție al unei substanțe din care sînt alcătuite corpurile geometrice transparente: bloc paralelipipedic, piramidă dreaptă cu baza un pătrat și calotă sferică?

10.88. O sferă de sticlă cu raza $R = 20$ cm are indicele de refracție $n = 1{,}50$. Dintr-un punct de pe sferă pleacă prin interior un fascicul îngust de raze de lumină, raza mijlocie avînd direcția diametrului sferei. Să se găsească o relație cu ajutorul căreia să se determine vîrful conului format de razele emergente din sferă.

10.89. De aceeași parte a unui plan se află două puncte A și B, iar în plan se află punctul M. Să se arate că drumul AMB

este minim, dacă razele AM şi MB, privite ca rază incidentă şi, respectiv, ca rază reflectată, satisfac legile reflexiei.

10.90. Descrieţi o experienţă pentru determinarea unghiului de deviaţie minimă şi a indicelui de refracţie ale prismei.

10.91. Se taie din partea centrală a unei lentile convergente cu distanţa focală f o porţiune de lăţime d. Se unesc apoi cele două părţi de lentilă. De o parte a lentilei astfel formate se aşază o sursă punctiformă de lumină monocromatică cu lungimea de undă λ, la distanţa $a < f$, iar de cealaltă parte a lentilei se aşază un ecran.

a) La ce distanţă de lentilă trebuie aşezat ecranul, astfel încît să se observe pe el trei franje de interferenţă?

b) Care este numărul maxim de franje de interferenţă care se pot observa pe ecran?

Aplicaţie pentru $d = 0,5$ mm, $\lambda = 500$ nm, $a = 50$ mm şi $f = 10$ cm.

10.92. Pentru observarea franjelor de interferenţă se foloseşte un dispozitiv Young, în care sursa de radiaţie optică monocromatică, punctiformă, se află iniţial pe axa de simetrie a dispozitivului, la distanţa de 50 mm de planul fantelor. Distanţa dintre fante este de 1 mm, iar distanţa de la planul fantelor la ecran este de 100 cm.

a) Ştiind interfranja $i = 0,6$ mm, aflaţi valoarea lui λ.

b) Se deplasează sursa de lumină de-a lungul axei de simetrie a dispozitivului. Se modifică aspectul fenomenului observat pe ecranul dispozitivului?

c) Se deplasează sursa de lumină perpendicular pe axa de simetrie cu $b = 1$ mm. Franja luminoasă centrală se va forma tot pe axa de simetrie a dispozitivului? Dacă nu, cu ce distanţă se deplasează şi în ce sens?

d) Se deplasează ecranul, paralel cu el însuşi, pe o distanţă de 50 cm. Ce se întîmplă cu franjele de interferenţă de pe ecran?

10.93. Cu ajutorul unei lentile convergente, cu convergenţa egală cu 20 dioptrii, se proiectează pe un paravan, aflat la distanţa de 2 m de lentilă, franjele de interferenţă obţinute cu un sistem de două fante paralele, aflate la distanţa de 2 mm una de alta şi luminate cu radiaţia optică cu lungimea de undă egală cu 500 nm. Care trebuie să fie distanţa de la planul fantelor la lentilă pentru ca interfranja să fie egală cu 10 mm?

10.94. Un fascicul de lumină monocromatică, cu lungimea de undă de 598 nm, cade pe un sistem de două fante aflate la distanţa de 2 mm una de alta. Ecranul pe care se obţin franjele se află la distanţa de 1,8 m de planul fantelor.

a) Să se determine interfranja.

b) Să se determine indicele de refracţie al clorului, dacă la introducerea unui vas transparent, cu lungimea de 2 cm, umplut cu clor, în dreptul uneia din fante, sistemul de franje se deplasează cu 20 de franje (diferenţa de drum optic introdusă pe pereţii vasului fiind compensată în cel de al doilea fascicul).

c) Ce modificări calitative şi cantitative se produc, dacă se umple cu clor în aceleaşi condiţii de presiune şi temperatură ca la punctul precedent întreaga incintă dintre fante şi ecran?

10.95. Se consideră o lentilă L cu distanţa focală $f = 50$ cm. Lentila se taie în două printr-un plan ce trece prin axa optică, iar cele două jumătăţi sînt îndepărtate una de alta cu o distanţă ε. La distanţa $p = 75$ cm de lentilă se aşază o sursă de lumină punctiformă, monocromatică cu $\lambda = 500$ nm. Fiecare dintre cele două jumătăţi de lentilă formează cîte o imagine. La distanţa $b = 4{,}50$ m dincolo de lentilă se aşază un ecran de observaţie E. Pe porţiunea de ecran comună celor două fascicule de lumină care provin de la sursele secundare de lumină S_1 şi S_2, obţinute cu ansamblul celor două jumătăţi de lentilă, se observă $N = 5$ franje luminoase. Se cere valoarea lui ε.

10.96. Un filtru transparent numai pentru lumina cu $\lambda = 500$ nm este aşezat în faţa celor două fante ale dispozitivului Young. Ecranul de observaţie se află la distanţa de 2 m de planul fantelor, iar interfranja este egală cu 0,5 mm. În absenţa filtrului lumina incidentă cuprinde toate lungimile de undă între 750 nm şi 400 nm.

a) Ce modificare aduce pe ecran îndepărtarea filtrului? Care este lăţimea spectrului?

b) Viteza luminii în apă este 3/4 din viteza luminii în aer. Care este lăţimea spectrului dacă experienţa se realizează în apă?

c) În faţa uneia dintre fante se aşază un film transparent cu grosimea de 8 μm şi cu indicele de refracţie egal cu 1,50. Care este sensul şi valoarea deplasării pe ecran a figurii de interferenţă?

d) În prezenţa filtrului, o fantă trimite raze de lumină pe două oglinzi plane care fac între ele un unghi $\varphi = 10'$. Dreapta de intersecţie se află la $r = 10$ cm de fantă şi la $L = 270$ cm de ecranul de observaţie.

1. Se realizează interferenţa în acest caz? Care este interfranja?

2. Cum se modifică tabloul de interferenţă, dacă fanta se deplasează cu $s = 2$ mm, rămînînd însă la aceeaşi distanţă de muchia oglinzilor?

10.97. Un strat subțire, transparent, apare adesea colorat în lumină albă datorită interferenței razelor reflectate pe cele două fețe ale sale. Astfel, anumite culori spectrale sînt stinse, iar altele sînt întărite. Ce grosime va avea un strat cu indicele de refracție $n = 1{,}52$, astfel încît lumina galbenă, cu $\lambda = 589$ nm, incidentă sub unghiul de 30° să reprezinte un minim de reflexie?

10.98. Maximul de interferență de ordinul maximal n, obținut cu o rețea de difracție, se observă sub un anumit unghi folosind lentila cu distanța focală f. Cunoscînd numărul total al maximelor n_{max}, date de rețea și știind că acest număr nu se schimbă dacă mărim lungimea de undă folosită cu $\Delta\lambda$ sau dacă micșorăm constanta rețelei cu Δd, să se calculeze n și distanța x_n dintre maximul central și cel de ordinul maximal n.

Aplicație: $n_{max} = 41$; $\Delta\lambda = 100$ nm, $d = 10$ μm, $f = 60$ cm.

10.99. Considerăm dispozitivul de interferență al lui Young. Distanța dintre fante este d, distanța de la planul fantelor la ecran este D, iar raportul d/D este suficient de mic pentru a face aproximările uzuale.

Spațiul dintre planul fantelor și ecran este divizat în trei părți prin plane paralele cu ecranul (și cu planul fantelor). În cele trei compartimente avem mediile optice cu indicii de refracție n_1, n_2 și n_3. Lățimile straturilor respective sînt a, b și c, astfel încît $a + b + c = D$. Să se determine:

a) Interfranja în partea centrală a ecranului.

b) Prin particularizare, felul cum o placă plan-paralelă cu grosimea $d < D$, introdusă între fante și ecran, paralel cu ecranul influențează interfranja.

c) Dacă prin schimbarea poziției plăcii se schimbă interfranja.

10.100. O sursă de lumină monocromatică cu $\lambda = 600$ nm, punctiformă, S, este situată la înălțimea $h = 0{,}5$ mm deasupra unei oglinzi plane orizontale. La distanța $D = 1$ m de sursă se găsește un ecran plan vertical. Să se determine:

a) Interfranja figurii de interferență produsă prin suprapunerea pe ecran a fasciculelor luminoase direct și reflectat pe oglinda plană.

b) Raportul dintre iluminarea (fluxul energetic) maximă și cea din punctele situate între două franje luminoase (maxime) succesive, astfel încît raportul distanțelor lor la aceste franje să fie egal cu 2.

c) Distanța a la care trebuie așezată, deasupra sursei S, o altă sursă S' de aceeași lungime de undă, însă emițînd radiații necoerente față de cele ale sursei S, astfel încît maximul de inter-

ferență de ordinul $n = 10$ produs de sursa S să coincidă cu maximul de interferență de ordinul $n + 1$ al sursei S'.

10.101. Două surse punctiforme de radiație optică monocromatică, cu lungimea de undă λ, coerente, S_1 și S_2, sînt așezate pe axa optică a unei lentile convergente cu distanța focală f, dincolo de focarul obiect la distanța l una de alta. În planul focal imagine se așază un ecran. Știind că undele luminoase emise de sursă S_2 sînt defazate cu unghiul $\Delta\varphi$ înaintea undelor luminoase emise de sursa S_1, să se determine:

a) Distanța față de axa optică a punctelor de pe ecran în care se obțin maxime de interferență.

b) Forma și dimensiunile caracteristice franjelor de interferență care se obțin în absența lentilei.

c) Ce valori trebuie să aibă diferența de fază $\Delta\varphi$ pentru ca, în absența lentilei, în centrul ecranului să apară un maxim de interferență.

10.102. O sursă de lumină este așezată deasupra unui vas deschis, al cărui fund este o oglindă plană. Să se calculeze distanța dintre imaginea care se formează în această situație și imaginea care se obține dacă în vas se găsește un strat de apă cu înălțimea $h = 10$ cm. Indicele de refracție al apei este egal cu 4/3.

10.103. Două oglinzi plane, așezate în plan vertical, formează între ele un unghi diedru de 90°.

a) Să se construiască imaginea unui obiect așezat între cele două oglinzi în planul bisector.

b) Să se reprezinte grafic mersul razelor de lumină.

c) Comparați imaginea dată de cele două oglinzi cu imaginea care s-ar obține folosind o singură oglindă.

10.104. O lentilă subțire, convergentă, cu indicele de refracție n, este în contact cu apa dintr-un vas cu fața care are raza de curbură R_1, iar cealaltă față, care are raza de curbură R_2, este în contact cu aerul. Un punct luminos A se află în apă, pe axa optică a lentilei și la distanța x_1 de aceasta. Indicele de refracție al apei este n_a.

a) Să se determine poziția imaginii A', a obiectului punctiform A, în funcție de x_1, R_1 și R_2. Se cunoaște indicele de refracție al lentilei $n = 3/2$ și indicele de refracție al apei $n_a = 4/3$, pentru aer indicele de refracție considerîndu-se unu.

Se va ține seama de faptul că dacă se înlocuiește apa cuprinsă in interiorul unei sfere cu centrul în A cu aer, nu se schimbă nimic în mersul razelor de lumină.

b) Care trebuie să fie raportul R_2/R_1 pentru ca A și A' să fie simultan la infinit? Ce tipuri de lentile pot fi folosite pentru a fi îndeplinită această condiție?

c) Care trebuie să fie raportul R_2/R_1 pentru ca un fascicul paralel de raze de lumină care vin din apă și cad pe lentilă să convergă într-un punct în aer?

10.105. La ce distanță una de alta trebuie să se afle două lentile, una convergentă cu distanța focală f_1 și cealaltă divergentă cu distanța focală f_2, coaxiale, pentru ca un fascicul de raze de lumină paralele cu axa optică să rămînă tot cilindric și paralel cu axa optică și după ce a trecut de lentila divergentă?

10.106. Două lentile echiconvexe cu razele de curbură $R_1 = R_2 = R$ sînt alipite, iar intervalul rămas liber între ele se umple cu un lichid. Indicele de refracție al lentilelor este $n = 3/2$, iar distanța focală a lentilelor este $f = 20$ cm. Un obiect luminos înalt de 2 cm, așezat perpendicular pe axa optică, determină o imagine reală cu înălțimea de 6 cm, la distanța de 80 cm de obiect. Să se calculeze:

a) Distanța focală a sistemului de lentile.

b) Indicele de refracție al lichidului.

c) Care va fi distanța dintre obiect și imagine, dacă obiectul s-ar găsi față de sistemul de lentile la o distanță egală cu jumătate din distanța inițială și ce caracteristici va avea imaginea în acest caz?

10.107. În focarul unei lentile L se află centrul C al unei fante dreptunghiulare, perpendiculară pe axa optică a lentilei. Prin fantă trece un fascicul de lumină galbenă. După ce fasciculul traversează lentila, cade pe obiectivul MN al unei lunete astronomice, centrată pe aceeași axă cu lentila și reglată pentru vizarea la infinit. Ochiul observatorului se află în planul imaginii $M'N'$ pe care ocularul lunetei i-l dă obiectivului MN.

a) Să se determine poziția și mărimea imaginii $M'N'$.

b) Să se determine poziția și mărimea imaginii $A'B'$, a lățimii fantei AB, dată de sistemul format din lentila L și obiectivul MN.

c) Între lentila L și lunetă se așază, la minimum de deviație, o prismă de sticlă cu indicele de refracție n pentru lumina galbenă, a cărei secțiune transversală este un triunghi echilateral. Cu ce unghi trebuie să se rotească axa lunetei, pentru ca ochiul să poată observa din nou imaginea fantei?

d) Se iluminează fanta cu lumină albă. Care va fi mersul razelor care pornesc din centrul fantei și traversează sistemul format din lentilă, prismă și obiectivul MN? La ieșirea din prismă,

unghiul pe care îl fac între ele direcţiile razelor roşii şi violete este egal cu $\beta = 3/2$ grade. Să se calculeze unghiul sub care ochiul vede spectrul de radiaţie luminoasă.

Se dau distanţa focală a lentilei $f_1 = 15$ cm, diametrul obiectivului $MN = 40$ mm, distanţa focală a obiectivului $F = 20$ cm, convergenţa ocularului $1/f = 20$ dioptrii, $\sin 50° = 0{,}766$, $AB = 1$ mm şi $n = 1{,}532$.

10.108. Se dă o lentilă convergentă L_1. Imaginea reală $A'B'$ a unui obiect AB se formează la distanţa x_2 de lentilă. Se aşază o altă lentilă L_2 în spatele lentilei L_1, la distanţa $d < x_2$, astfel încît $A'B'$ să devină obiect virtual pentru a doua lentilă. Să se precizeze dacă imaginea finală $A''B''$ este reală sau virtuală. Discuţie (se rezolvă grafic).

10.109. Pe o masă plană se află o pată punctiformă. Se aşază peste această pată o lamă transparentă cu feţe plan-paralele, de grosime h_1 şi indice de refracţie absolut n_1. Peste lamă se aşază un disc circular, opac, de rază R, cu centrul pe verticala ce trece prin pată.

a) Ce condiţie trebuie să îndeplinească raza discului, pentru ca pata să nu fie vizibilă din nici un punct de deasupra sa?

b) Se îndepărtează discul. Un observator priveşte pata după o direcţie ce face unghiul i cu verticala. Ce fel de imagine vede observatorul? La ce distanţă d_1 de planul mesei vede pata?

c) Se mai aşază încă o lamă cu feţele plan-paralele de grosime h_2 şi de indice de refracţie $n_2 < n_1$. La ce distanţă d_2 de planul mesei vede observatorul pata, dacă priveşte după aceeaşi direcţie?

d) Pe măsuţa unui microscop se află un preparat care se vede foarte clar. Se aşază peste preparat cele două lame în ordinea de mai sus. Microviza microscopului are $N_0 = 50$ diviziuni. Pe ea mai este scris 1 div = 2 μm, ceea ce înseamnă că la o rotire cu o diviziune, obiectivul microscopului înaintează pe verticală cu 2 μm. Cu cîte ture trebuie rotită microviza pentru a prinde din nou imaginea preparatului? Aplicaţie numerică pentru acest punct: $n_1 = 2$, $n_2 = 1{,}6$, $h_1 = 1{,}5$ mm şi $h_2 = 2$ mm

10.110. O lentilă convergentă, convex-concavă L_1, cu razele de curbură $R_1' = 10$ cm şi, respectiv $R_1'' = -20$ cm (convenţia fizică de semne) e pusă în contact coaxial cu o lentilă divergentă plan-concavă L_2, cu raza de curbură $R_2 = -18$ cm care, la rîndul ei, e în contact coaxial cu o lentilă convergentă plan-convexă, cu raza de curbură $R_3 = -R_2$. Cele trei lentile sînt subţiri şi sînt confecţionate din sticlă optică cu indicele de refracţie $n = 1{,}50$, ordinea suprafeţelor în contact fiind cea care apare în enunţ. Indicele de refracţie al aerului se va considera egal cu unu.

a) La distanța de 30 cm de centrul optic al sistemului format se află un obiect luminos, înalt de 10 mm, așezat perpendicular pe axa optică comună a lentilelor. Să se afle poziția și mărimea imaginii și să se stabilească natura sa.

b) Se umple spațiul dintre lentilele L_2 și L_3 cu un lichid cu indicele de refracție $n' = 1,30$. Care este convergența sistemului optic format?

c) Se umple și spațiul dintre lentilele L_1 și L_2 cu un lichid de indice de refracție $n'' = 5/3$. Să se afle poziția și mărimea imaginii și să se stabilească natura sa.

d) Întreg sistemul (cu spațiile dintre lentile umplute ca mai sus) se introduce în apă. Cum se va modifica distanța focală a sistemului în acest caz, considerînd $n_{apă} = 1,30$?

e) Se îndepărtează lentila L_1. Ce se întîmplă cu sistemul optic?

10.111. O lentilă echiconvexă, cu razele de curbură egale cu 10 cm, este confecționată din sticlă optică cu indicele de refracție 1,50 în raport cu aerul. Perpendicular pe axa optică, la distanța de 15 cm de lentilă, se așază un obiect luminos, înalt de 20 mm. De cealaltă parte a lentilei, la distanța de 35 cm de ea, se așază coaxial o lentilă plan-concavă, cu raza de curbură a suprafeței sferice egală cu 5 cm și din același material optic.

a) Să se afle poziția imaginii finale față de lentila convergentă.

b) Să se reprezinte grafic mersul razelor de lumină.

c) Să se determine poziția și mărimea imaginii finale și să se stabilească natura sa.

d) Se îndepărtează lentila divergentă și de partea sa se așază, perpendicular pe axa optică, o oglindă plană la distanța de 20 cm de lentila convergentă. Care este natura, mărimea și poziția (răsturnată sau dreaptă) a imaginii?

e) Se îndepărtează oglinda. La ce distanță de lentila convergentă trebuie așezată coaxial o oglindă concavă, pentru ca imaginea finală să se formeze la distanța de 14 cm de oglindă? Raza oglinzii concave este de 8 cm (se va alege convenția de semne dorită).

10.112. Un microscop are un obiectiv cu distanța focală $f_1 = 5$ mm și un ocular cu distanța focală $f_2 = 20$ mm.

a) Se cere distanța dintre obiectiv și ocular, atunci cînd un observator privește prin microscop un obiect situat la distanța de 5,2 mm în fața obiectivului, iar imaginea virtuală finală se formează la distanța de 25 cm de ochiul său, presupus în contact cu ocularul.

b) De cîte ori imaginea formată de obiectiv este mai mare ca obiectul?

c) În ce sens şi cu cît trebuie deplasat ocularul faţă de obiectiv, pentru a se obţine o imagine finală reală şi de 100 ori ori mai mare ca obiectul?

10.113. Cînd se află în apă, o lentilă convergentă are distanţa focală $f' = 80$ cm. În faţa acestei lentile, aşezată în aer, se găseşte un obiect luminos, înalt de 10 cm, la distanţa de 60 cm, perpendicular pe axa optică. Cunoscînd indicele de refracţie al sticlei optice din care este confecţionată lentila $n_s = 1{,}50$ şi indicele de refracţie al apei $n_a = 4/3$ (pentru aer se ia valoarea unu), să se afle:

a) Distanţa focală a lentilei în aer.

b) Poziţia, natura şi mărimea imaginii obiectului.

c) Poziţia, natura şi mărimea imaginii finale a obiectului faţă de o oglindă sferică concavă, cu raza de curbură egală cu 40 cm, aşezată coaxial cu lentila, la distanţa de 40 cm de lentilă de partea opusă obiectului.

d) După prima lentilă L' se aşază coaxial o a doua lentilă L'' plan-concavă, cu indicele de refracţie egal cu 1,50 şi cu raza suprafeţei concave egală cu 5 cm. Ce devine imaginea obiectului în cazul în care cele două lentile sînt alipite şi în cazul cînd distanţa dintre lentile este egală cu 20 cm?

e) Să se reprezinte grafic modul în care se obţine imaginea finală în cazurile de la punctul precedent.

10.114. Un obiect luminos liniar se află la o distanţă fixă în faţa unui ecran. Între obiect şi ecran se află o lentilă, care în două poziţii diferite, formează pe ecran imagini clare şi egale cu 6 cm şi, respectiv, 1,5 cm. Să se afle:

a) Mărimea obiectului.

b) Distanţa focală a lentilei, dacă distanţa dintre obiect şi ecran este de 90 cm.

c) Cunoscînd indicele de refracţie al sticlei optice din care este confecţionată lentila, egal cu 1,50, să se afle distanţa focală a lentilei în apă ($n_a = 4/3$) şi în monobromnaftalen ($n_m = 5/3$).

10.115. Patru lentile coaxiale, cu distanţele focale $f_1 = -5$ cm, $f_2 = 5$ cm, $f_3 = -5$ cm şi $f_4 = 5$ cm, sînt aşezate în ordinea respectivă, una după alta, la distanţele de 20/3 cm, 5 cm şi, respectiv, 10 cm. La distanţa de 10 cm în faţa lentilei cu distanţa focală f_1 se aşază axial un obiect punctiform luminos. Determinaţi poziţia imaginii finale date de sistemul celor patru lentile.

10.116. Un obiect luminos, rectiliniu AB cu înălţimea de 10 mm este aşezat perpendicular pe axa optică a unei lentile obţinîndu-se o imagine reală de trei ori mai mare decît obiectul:

a) La ce distanţă se află obiectul, dacă distanţa focală a lentilei este de 30 cm.

b) Între obiect şi lentilă se plasează o lamă cu feţele plan-paralele, cu grosimea $e = 90$ mm şi cu indicele de refracţie $n = 1,8$.

În ce sens şi cu cît trebuie deplasat ecranul pentru a se obţine o imagine clară pe ecran?

10.117. Un fascicul de lumină cu lungimea de undă $\lambda = 500$ nm cade normal pe o reţea de difracţie. Să se determine:

a) Numărul fotonilor incidenţi pe reţea în timp de un minut, dacă puterea sursei care emite lumina este de 20 W (se consideră $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s).

b) Constanta reţelei de difracţie, dacă maximul de difracţie de ordinul al doilea se formează sub unghiul de 30°.

c) Distanţa dintre maximul central şi maximul de ordinul al doilea, pe un paravan pe care figura de difracţie a fost proiectată folosind o lentilă subţire cu convergenţa de 2 dioptrii.

d) Se înlocuieşte paravanul cu o celulă fotoelectrică de cesiu, al cărei prag fotoelectric este $\lambda_0 = 660$ nm. Să se determine lucrul de extracţie şi viteza maximă a fotoelectronilor, cînd fotocelula este iradiată cu radiaţia optică cu lungimea de undă $\lambda = 500$ nm. Se cunoaşte masa de repaus a electronului $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

10.118. Între o sursă de lumină şi o lunetă este aşezată, la distanţa de 85 cm de sursă, o lentilă divergentă cu distanţa focală egală cu —15 cm. Unde trebuie aşezată, coaxial, o lentilă convergentă cu distanţa focală de 16 cm, pentru ca sursa de lumină să poată fi văzută clar în lunetă, care a fost reglată pentru infinit?

Pentru care dintre poziţiile posibile ale lentilei imaginea din lunetă va avea dimensiunile unghiulare mai mari?

10.119. De o parte a unei surse punctiforme de lumină se află o oglindă plană, la distanţa $a/2$. De partea cealaltă, la distanţa $2a$, se află un ecran. De cîte ori va creşte iluminarea în centrul ecranului, dacă la jumătatea distanţei dintre ecran şi sursa de lumină se aşază o lentilă convergentă cu distanţa focală $f = a$?

10.120. Potenţialul de extracţie al unui electron dintr-un metal este U_{extr}. O placă de arie S din metalul respectiv, utilizată drept catod, este supusă acţiunii unei radiaţii luminoase cu lungimea de undă λ, cu puterea incidentă P, timpul τ şi sub unghiul

de incidență i. Fotoelectronii emiși au vitezele cuprinse în domeniul $[0, v_{max}]$. Cunoscînd intensitatea de saturație I a fotocurentului, masa m a plăcii catodice, căldura sa specifică c și coeficientul de reflexie r al suprafeței catodului, să se evalueze:

a) Valoarea minimă U_0 a tensiunii de frînare pentru care intensitatea curentului fotoelectric se anulează.

b) Variația temperaturii plăcii catodice.

c) Presiunea exercitată de fasciculul incident asupra catodului.

d) Cum se explică faptul că fotoelectronii au viteze diferite?

Se dau $U_{extr} = 1{,}87$ V, $S = 5/3$ cm^2, $\lambda = 500$ nm, $P = 100$ mW, $\tau = 1{,}6'$, $i = 30°$, $I = 0{,}1$ mA, $m = 5$ g, $c = 200$ J/ /kg · K, $r = 0{,}8$, constanta lui Planck h și sarcina electrică elementară e.

10.121. Să se arate că variația lungimii de undă în efectul Compton (interpretat ca ciocnire foton-electron) depinde numai de unghiul de împrăștiere și nu depinde de lungimea de undă inițială.

10.122. Să se determine lungimea de undă și frecvența corespunzătoare celei de a treia linii spectrale din seria Balmer a atomului de hidrogen. Să se calculeze energiile electronului pe cele două orbite implicate în tranziția respectivă și intensitățile curenților electrici care corespund mișcării electronului pe orbite. Se dau constanta lui Rydberg $R_H = 3{,}28 \cdot 10^{15}$ Hz, constanta lui Planck h, sarcina electrică elementară e și viteza luminii în vid c.

10.123. Într-o experiență de difracție de electroni, fasciculul electronic este accelerat de o tensiune constantă $U = 15$ V și trimis pe un sistem de plane atomice distanțate prin $d = 2{,}33$ Å ale unui cristal. Masa electronului este $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) Să se calculeze unghiurile făcute de fasciculul difractat cu suprafața cristalului, corespunzătoare primelor două poziții de maxim.

b) Cîte maxime de difracție se vor observa?

Se cunosc constanta lui Planck h și sarcina elementară e.

10.124. Un atom de hidrogen excitat, prin tranziție în starea fundamentală, emite succesiv două cuante de radiație cu lungimile de undă $\lambda_1 = 1281{,}8$ nm și, respectiv, $\lambda_2 = 102{,}6$ nm. Să se calculeze energia stării inițiale a electronului și numărul cuantic corespunzător. Se dau constanta lui Rydberg $R_H = 6{,}28 \cdot 10^{15}$ Hz, energia de ionizare a hidrogenului $W_i = 13{,}6$ eV și constanta lui Planck h.

10.125. Considerînd spectrul unui atom de hidrogen, să se indice:

a) În ce serie se găsesc liniile cuprinse în intervalul 94,5 nm—1 100 nm.

b) Cîte linii din această serie se găsesc în intervalul respectiv.

Se dau constanta lui Rydberg $R_H = 6,28 \cdot 10^{15}$ Hz și viteza luminii în vid c.

10. 126. Care va fi raza orbitei pe care se găsește electronul unui atom de hidrogen care a fost excitat cu o cuantă de radiație optică cu energia de 12,09 eV, considerînd că inițial atomul se găsea în starea fundamentală? Se cunosc constanta lui Rydberg, constanta lui Planck h și raza primei orbite Bohr $r_1 = 0,53$Å.

10.127. Aplicați teoria lui Bohr unui atom ipotetic, format dintr-un nucleu de sarcină $+e$ în jurul căruia se învîrtește un mezon miu negativ, μ, care de fapt este o particulă elementară cu sarcina electrică $-e$ și cu masa $m = 207m_e$. Calculați:

a) Raza primei orbite Bohr.

b) Energia de ionizare.

c) Lungimea de undă a fotonului cu energia cea mai mare, care poate fi emis.

Se dau constanta lui Planck h, permitivitatea vidului ε_0, masa de repaus a electronului m_0 și sarcina electrică elementară e.

10.128. Ce energie pot avea particulele accelerate pentru ca creșterea relativă a masei particulelor să nu depășească $f = 5\%$? Să se rezolve problema pentru protoni ($m_p = 1,00814$ u) și pentru deuteron ($m_d = 2,01474$ u).

10.129. Să se calculeze frecvența radiației emise de atomul de hidrogen la tranziția electronului de pe orbita a doua pe prima, știind razele celor două orbite, constanta lui Planck h, și sarcina electrică elementară e. Orbitele se consideră circulare.

10.130. Un tub de radiații X emite radiația caracteristică cu lungimea de undă $\lambda_{K\alpha} = 0,71$ Å.

a) Care este tensiunea minimă aplicată?

b) Care este impulsul fotonului emis?

c) Explicați mecanismul emisiei liniei K_α, plecînd de la modelul în pături al învelișului electronic al atomului. Se cunosc constanta lui Planck h, sarcina electrică e și viteza luminii în vid c.

RĂSPUNSURI

Capitolul 1

1.1. Senzaţia de lumină (şi de culoare) este dată de energia cuantei de radiaţie $h\nu$, care variază liniar cu frecvenţa. Întrucît frecvenţa este o mărime care nu variază cu mediul optic, rezultă că domeniul optic trebuie definit în funcţie de frecvenţă. Cînd se specifică lungimea de undă a radiaţiei, trebuie cunoscut şi indicele de refracţie al mediului respectiv.

1.2. a) $v_1 < v_2 < v_3$; b) $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$; c) $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3$.

1.3. Deoarece, în cazul unei unde electromagnetice care se propagă în vid, este satisfăcută relaţia $B=(1/c)E$, şi $c = (\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2}$, combinînd cele trei relaţii se obţine $B = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \cdot E$.

1.4. $$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H/m}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}\mathrm{F/m}}} \cong 377\,\Omega.$$

1.5. Fie un condensator plan cu suprafaţa plăcilor S şi cu distanţa dintre plăci d. Dacă C este capacitatea condensatorului plan, iar U este tensiunea aplicată pe plăci, energia înmagazinată de condensator este $W = \frac{1}{2}CU^2$, iar densitatea de energie, w, este $w = \frac{1}{2}CU^2/Sd = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$, unde cu E am notat intensitatea cîmpului electric.

Fie o bobină toroidală de lungime l, cu suprafaţa spirei S şi cu N spire prin care trece curentul electric I. Energia înmagazinată în volumul mărginit de bobină este $W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 N^2 S}{l} \cdot I^2$. Densitatea de energie, w, este $w = \frac{W}{lS} = \frac{1}{2}\mu_0\frac{N^2I^2}{l^2}$. Dar $N^2I^2/l^2 = B^2/\mu_0^2$, astfel încît $w = B^2/2\mu_0$.

Cele două expresii ale densităţilor de energie arată că densitatea totală de energie w dintr-o regiune din spaţiu în care sînt

prezente cîmpurile E și B este dată de una dintre expresiile considerate în problemă.

1.6. În figura R.1.6, am notat cu S poziția Soarelui, iar cu P, M și R am notat pozițiile Pămîntului, a lui Marte, și a stației-releu. Distanța, pe care trebuie să o parcurgă undele electromagnetice este

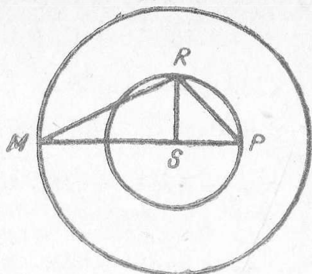


Fig. R. 1.6.

$$2\,(PR + RM) = 2(\sqrt{PS^2 + SR^2} + \sqrt{MS^2 + SR^2}) =$$
$$= 2(\sqrt{2} \times 150 \cdot 10^9 + \sqrt{150^2 + 230^2} \times 10^9)\mathrm{m} =$$
$$2 \times 10^9(212,1 + 274,6)\,\mathrm{m} = 973,4 \times 10^9\ \mathrm{m}.$$

Timpul minim implicat va fi

$$t_m = 2(MR + RP)/c = 973,4 \cdot 10^9\,\mathrm{m}/3 \cdot 10^8\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1} =$$
$= 54,08$ minute.

1.7. Folosind principiul incertitudinii, al lui Heissenberg, scris sub forma $\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant h/2\pi$, unde $p_x = h \cdot \nu/c$ este impulsul fotonului, iar $\Delta p_x = h\Delta\nu/c$ rezultă $\Delta x \geqslant c/2\pi\Delta\nu$ sau $\Delta x \geqslant 4,8\ \mu\mathrm{m}$.

1.8. a) Radiație luminoasă; b) $v = \dfrac{c}{n} = \dfrac{3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}}{1,38} =$
$= 2,174 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$; c) $\lambda = \lambda_0/n = c/n\nu = 362,32 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m} =$
$= 362,32$ nm.

1.9. a) Avînd în vedere domeniile de frecvență în care se încadrează radiațiile optice considerate, rezultă că prima este o radiație ultravioletă, a doua este o radiație luminoasă, iar a treia este o radiație infraroșie. b) Lungimile de undă, în vid, ale radiațiilor optice sînt:

$$\lambda_1 = \frac{c}{\nu_1} = \frac{3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}}{12 \cdot 10^{14}\ 1/\mathrm{s}} = 2,5 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} = 0,25\ \mu\mathrm{m} = 250\ \mathrm{nm} =$$
$= 2500$ Å.

$$\lambda_2 = \frac{c}{\nu_2} = \frac{3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}}{4,8 \cdot 10^{14}\ 1/\mathrm{s}} = 6,25 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} = 0,625\ \mu\mathrm{m} =$$
$= 625$ nm $= 6250$ Å;

$$\lambda_3 = \frac{c}{\nu_3} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,9 \cdot 10^{14} \text{ 1/s}} = 33,3 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 3,33 \text{ µm} =$$
$= 3333 \text{ nm} = 33333$ Å.

c) Energia unui foton, pentru fiecare tip de radiație optică, este

$\varepsilon_1 = h\nu_1 = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 12 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} = 7,95 \cdot$
$\cdot 10^{-19} \text{ J} = 4,97 \text{ eV}$,

$\varepsilon_2 = h\nu_2 = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 4,8 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} =$
$= 3,18 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,99 \text{ eV}$,

$\varepsilon_3 = h\nu_3 = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 0,9 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} = 0,59 \cdot$
$\cdot 10^{-19} \text{ J} = 0,37 \text{ eV}$.

1.10. Lungimea de undă, în vid, a radiației optice considerate va fi $\lambda_v = \lambda \cdot n = 600 \text{ nm} \times 4 = 2\,400 \text{ nm}$. Această valoare a lungimii de undă corespunde domeniului infraroșu al radiației optice. De fapt, materialele cristaline cu valori mari ale indicilor de refracție se folosesc numai în domeniul infraroșu al radiației optice.

1.11. Cu excepția vidului, pentru toate celelalte medii optice permitivitatea electrică depinde de frecvența cîmpului electromagnetic. În cazul aerului, valoarea 1,00059 a permitivității electrice relative corespunde frecvenței cîmpului electromagnetic din domeniul radiației optice și conduce la o valoare a indicelui de refracție care concordă cu valorile obținute experimental. În cazul apei însă, valoarea 80 a permitivității electrice relative corespunde unor cîmpuri electrice statice sau de joasă frecvență și deci ea nu poate fi folosită pentru calcularea indicelui de refracție care să caracterizeze propagarea radiației optice prin apă.

Diferența foarte mare dintre frecvența undelor electromagnetice din domeniul vizibil al radiației optice și frecvența cîmpului electric pentru care s-a obținut valoarea 80 a permitivității relative trebuia să conducă, în conformitate cu fenomenul de dispersie, la discrepanța imensă care apare în datele problemei.

1.12. Rezultatele care se obțin pot fi sistematizate astfel:

λ_0(nm) =	700	600	500	400
a) n_a =	1,000091374	1,000091606	1,000092004	1,0000927854
b) λ_a(nm) =	699,936	599,945	499,954	399,963
c) $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$ =	$9,143 \cdot 10^{-5}$	$9,167 \cdot 10^{-5}$	$9,200 \cdot 10^{-5}$	$9,250 \cdot 10^{-5}$

Indicele de refracție al aerului crește cu scăderea lungimii de undă a radiației optice, ceea ce confirmă datele experimentale privitoare la variația indicelui de refracție al unui mediu optic cu lungimea de undă.

Diferențele foarte mici dintre lungimile de undă ale radiației în vid și în aer, pentru o frecvență dată, ne permit ca în toate cazurile în care sînt implicate măsurători radiometrice sau fotometrice, a căror precizie este de aproximativ 2%, să considerăm că cele două lungimi de undă ale radiației optice, în vid și în aer, sînt egale.

1.13. a) Valoarea lungimii de undă, în aer, a radiației optice, este

$$\lambda_a = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{589,3 \text{ nm}}{1,0002926} = 589,12762 \text{ nm}.$$

Variația relativă a lungimii de undă este

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_v} = \frac{(589,3 - 589,1)\,\text{nm}}{589,3 \text{ nm}} = 3,4 \cdot 10^{-4}$$

și ea apare nesemnificativă cînd se ia în considerație senzația de vedere sau se analizează măsurătorile radiometrice sau fotometrice, unde precizia de măsură nu poate fi mai bună de 1%. În măsurătorile optice de mare precizie însă, ca, de exemplu, măsurătorile interferometrice bazate pe fenomenul de interferență a luminii, astfel de variații devin foarte importante și nu mai pot fi neglijate.

b) Luînd în considerație vitezele de propagare, lungimea de undă a radiației optice în aer este

$$\lambda'_a = \lambda_0 \frac{v}{c} = 589,3 \text{ nm} \frac{2,997925 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = \frac{589,3 \text{ nm}}{1,0006921} =$$

$= 588,89$ nm

1.14. Constanta lui Planck h poate fi scrisă ca produsul a două mărimi optice

$$h = \varepsilon T = p\lambda,$$

unde ε și p sînt energia și, respectiv, impulsul fotonului, iar T și λ sînt perioada și, respectiv, lungimea de undă, primele două reprezentînd caracteristici ale particulelor, iar ultimele două reprezentînd caracteristici ale undelor. Dacă valoarea atributelor particulelor (în speță ε și p) este mare, atunci valoarea atributelor undelor (în speță T și λ) este mică și reciproc. În spectrul radiației electromagnetice radiația optică ocupă oarecum o poziție

intermediară ceea ce înseamnă că atributele corpusculare şi cele ondulatorii sînt competitive unele cu altele. Radiaţia γ, pe de altă parte, implică valori mari ale atributelor corpusculare de unde şi caracterul puternic corpuscular al acestei radiaţii. Dacă ne-am referi la undele radio, atributele corpusculare ale acestora sînt foarte mici, de unde şi comportarea aproape exclusiv ondulatorie a undelor electromagnetice radio.

Dacă valoarea constantei lui Planck h ar fi fost mult mai mică decît cea pe care o ştim, teoria electromagnetică a radiaţiei ar fi putut explica toate fenomenele optice şi nu ar mai fi fost nevoie de teoria cuantică a radiaţiei optice.

1.15. a) Viteza fotonilor este aceeaşi în orice mediu optic transparent, indiferent de frecvenţa radiaţiei optice, şi este egală cu viteza luminii în vid, adică cu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

b) Masa de repaus a fotonilor este egală cu zero. Pentru masa de mişcare, obţinem

$$m_{f1} = \frac{h\nu_1}{c^2} = 5,89 \cdot 10^{-36} \text{ kg}; \quad m_{f2} = \frac{h\nu_2}{c^2} = 4,42 \cdot 10^{-36} \text{ kg şi}$$

$$m_{f3} = \frac{h\nu_3}{c^2} = 0,15 \cdot 10^{-36} \text{ kg}.$$

c) Valorile energiilor sînt:

$$\epsilon_1 = h\nu_1 = 5,3 \cdot 10^{-19} \text{ J}; \quad \epsilon_2 = h\nu_2 = 3,97 \cdot 10^{-19} \text{ J şi}$$

$$\epsilon_3 = h\nu_3 = 0,13 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Valorile impulsurilor sînt:

$$p_{f1} = \frac{h\nu_1}{c} = 1,77 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$p_{f2} = \frac{h\nu_2}{c} = 1,325 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$p_{f3} = \frac{h\nu_3}{c} = 0,044 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Concluzia finală este că masa de mişcare, impulsul şi energia fotonului au valori cu atît mai mari, cu cît frecvenţa radiaţiei optice este mai mare, între masă, impuls şi energie, pe de o parte, şi frecvenţă, pe de altă parte, existînd o relaţie de proporţionalitate directă.

1.16. Forța cu care unda electromagnetică acționează asupra unei particule cu sarcina electrică q, care se mișcă cu viteza v, este dată de relația $F = qE + qvB = F_e + F_m$, unde $F_e = qE$ este forța electrică, iar $F_m = qvB$ este forța magnetică. Raportul dintre forța electrică și forța magnetică va fi

$$\frac{F_e}{F_m} = \frac{1}{v} \cdot \frac{E}{B} = \frac{c}{v}.$$

Deoarece $c \gg v$, rezultă că $F_e \gg F_m$, iar efectele produse de cîmpul magnetic al undei electromagnetice sînt mult mai mici decît cele produse de cîmpul electric.

Una dintre consecințele rezultatului obținut este faptul că senzația de vedere este determinată de cîmpul electric al undelor electromagnetice cu frecvența cuprinsă în domeniul vizibil al spectrului de radiație optică.

1.17. Deoarece cîmpurile electrice ale celor două unde electromagnetice luminoase care se compun au aceeași direcție, aceeași amplitudine și aceeași frecvență, expresia generală a cîmpului electric rezultat va fi

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) = E_0[\sin(\omega t + \varphi_1) + \sin(\omega t + \varphi_2)] =$$

$$= 2E_0 \sin\frac{\omega t + \varphi_1 + \omega t + \varphi_2}{2} \cos\frac{\omega t + \varphi_1 - \omega t - \varphi_2}{2} =$$

$$= 2E_0 \cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) = A\sin(\omega t + \varphi),$$

unde

$A = 2E_0 \cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$ este amplitudinea cîmpului electric rezultat, iar

$\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$ este faza cîmpului electric rezultat.

a) $E_a(t) = 2E_0 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cdot E_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$.

b) $E_b(t) = 2E_0 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 0$.

c) $E(t) = 2E_0\cos(\pi)\sin(\omega t + \pi) = 2E_0\sin(\omega t + \pi)$.

Rezultatele obținute ne permit să formulăm următoarele concluzii:

1) Cînd diferența de fază este un multiplu impar de π, cîmpul electric rezultat este egal cu zero.

2) Cînd diferența de fază este un multiplu par de π sau zero, amplitudinea cîmpului electric rezultat este maximă și egală cu $\pm 2E_0$ iar dependența funcțională de timp este de forma

$$E(t) = \pm 2E_0\sin(\omega t + k\pi),\ k = 0, \pm 2, \pm 4 \text{ etc.}$$

3) Cînd diferența de fază este arbitrară, cîmpul electric rezultat are amplitudinea cuprinsă între zero (dar diferită de zero) și $2E_0$ (dar diferită de $2E_0$).

Amplitudinea cîmpului electric rezultat este maximă și egală cu $2E$ dacă cele două cîmpuri care se compun oscilează în fază, și este egală cu zero, dacă oscilează în opoziție de fază. Diferențele de fază intermediare conduc la valori ale amplitudinii cîmpului rezultat cuprinse între valoarea minimă și valoarea maximă.

1.18 Deoarece cîmpurile electrice ale celor două unde electromagnetice care se compun în punctul P, la distanțele r_1 și, respectiv, r_2 de sursele punctiforme de radiație optică S_1 și, respectiv, S_2, au aceeași direcție, aceeași amplitudine și aceeași frecvență, expresia generală a cîmpului electric rezultat va fi

$$E(r, \theta, t) = E_1(r_1, \theta, t) + E_2(r_2, \theta, t) = E_0(r)\sin(\omega t - \kappa r_1 + \varphi_1) + E_0(r)\sin(\omega t - \kappa r_2 + \varphi_2) = E_0(r)\,[\sin(\omega t - \kappa r_1 + \varphi_1) + \sin(\omega t - \kappa r_2 + \varphi_2)] = E_0(r)(\sin\alpha + \sin\beta),$$

unde

$$\alpha = \omega t - \kappa r_1 + \varphi_1 \text{ și } \beta = \omega t - \kappa r_2 + \varphi_2.$$

Folosindu-ne de identitatea trigonometrică

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2},$$

obținem

$$E(r, \theta, t) = 2E_0(r)\sin\frac{\omega t + \varphi_1 - \kappa r_1 + \omega t + \varphi_2 - \kappa r_2}{2}\cdot$$

$$\cdot\cos\frac{\omega t + \varphi_1 - \kappa r_1 - \omega t - \varphi_2 + \kappa r_2}{2} = 2E_0(r)\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \kappa\frac{r_2 - r_1}{2}\right)\sin(\omega t + \varphi_m - \kappa\cdot r).$$

Așadar, expresia generală a cîmpului electric rezultat este

$$E(r, \theta, t) = A(r, \theta)\sin(\omega t + \varphi_m - \kappa \cdot r),$$

unde

$$A(r, \theta) = 2E_0(r)\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \kappa\frac{r_2 - r_1}{2}\right), \quad \varphi_m = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2},$$

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2}.$$

Discuție. Amplitudinea cîmpului electric rezultat, $A(r, \theta)$, depinde atît de fazele inițiale φ_1 și φ_2 ale cîmpurilor electrice care se compun, cît și de diferența de drum optic $r_2 - r_1 = d \cdot \sin\theta$, unde d este distanța dintre surse, iar θ este unghiul sub care se realizează suprapunerea. Considerînd diferența de fază ca o mărime constantă, deci

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \text{constant},$$

această constantă poate avea diferite valori. Se deosebesc trei cazuri particulare pe care le vom analiza în continuare:

1) Sursele de radiație oscilează în fază, deci $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$. În acest caz particular, obținem

$$A(r, \theta) = 2E_0(r)\cos\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{d \cdot \sin\theta}{2} = 2E_0(r)\cos\left(\frac{d \cdot \sin\theta}{\lambda} \cdot \pi\right)$$

a) Dacă diferența de drum optic este egală cu zero sau cu un număr întreg de lungimi de undă, adică

$$d \cdot \sin\theta = k\lambda, \text{ unde } k = 0, \pm 1, \pm 2 \text{ etc.},$$

atunci amplitudinea cîmpului electric rezultat este maximă adică

$$A(r, \theta) = \pm 2E_0(r).$$

b) Dacă diferența de drum optic este egală cu un număr întreg de jumătăți de lungimi de undă, adică

$$d \cdot \sin\theta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \text{ unde } k = \pm 1, \pm 2 \text{ etc.},$$

atunci amplitudinea cîmpului electric este zero adică

$$A(r, \theta) = 0.$$

2) Sursele de radiație oscilează în opoziție de fază, deci $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi$.

În acest caz particular, obținem

$$A(r,\theta) = 2E_0(r)\cos\left(\pm\frac{\pi}{2} + \frac{d\cdot\sin\theta}{\lambda}\cdot\pi\right) =$$

$$= \pm 2E_0(r)\sin\left(\frac{d\cdot\sin\theta}{\lambda}\cdot\pi\right).$$

a) Dacă diferența de drum optic este egală cu zero sau cu un număr întreg de lungimi de undă, adică

$$d\cdot\sin\theta = k\lambda, \text{ unde } k = 0, \pm1, \pm2 \text{ etc.},$$

atunci amplitudinea cîmpului electric rezultat este zero, adică

$$A(r,\theta) = 0.$$

b) Dacă diferența de drum optic este egală cu un număr întreg de jumătăți de lungimi de undă, adică

$$d\cdot\sin\theta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \text{ unde } k = \pm1, \pm2 \text{ etc.},$$

atunci amplitudinea cîmpului electric rezultat este maximă, adică

$$A(r,\theta) = \pm 2E_0(r).$$

De remarcat că în funcție de diferența de drum optic sursele care oscilează în fază sau în opoziție de fază se comportă complementar.

Sursele de radiație nu oscilează nici în fază și nici în opoziție de fază. Fie φ_{12} diferența fazelor inițiale. Amplitudinea cîmpului electric rezultat în acest caz va fi

$$A(r,\theta) = 2E_0(r)\cos\left(\frac{\varphi_{12}}{2} + \frac{d\cdot\sin\theta}{\lambda}\cdot\pi\right).$$

a) Diferența de drum optic corespunzătoare valorii maxime a amplitudinii cîmpului electric rezultat derivă din condiția

$$\cos\left(\frac{\varphi_{12}}{2} + \frac{d\cdot\sin\theta}{\lambda}\cdot\pi\right) = \pm 1$$

și nu va mai fi egală cu un număr întreg de lungimi de undă sau cu un număr întreg de semilungimi de undă. Cititorul se poate

convinge de acest lucru considerînd orice valoare constantă pentru diferenţa de fază φ_{12}, diferită însă de cele de la punctele 1 şi 2.

b) Diferenţa de drum optic corespunzătoare valorii minime, egală cu zero, a amplitudinii cîmpului electric rezultat derivă din condiţia

$$\cos\left(\frac{\varphi_{12}}{2} + \frac{d \cdot \sin\theta}{\lambda} \cdot \pi\right) = 0$$

şi nici în acest caz nu va mai fi egală cu un număr întreg de lungimi de undă sau cu un număr întreg de semilungimi de undă. Recomandăm să se facă un calcul pentru valoarea $\varphi_{12} = \frac{\pi}{3}$.

1.19. La suprafaţa Pămîntului constanta solară este $S = E_0 \cdot H_0$, iar $E_0/H_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$. Rezultă

$$E_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\sqrt{S} = 7{,}1 \cdot 10^2 \text{ V/m}$$

şi

$$B_0 = \sqrt{S}\,\sqrt{\mu_0}\,\sqrt[4]{\varepsilon_0\mu_0} = 2{,}36 \cdot 10^{-6} \text{ Wb/m}^2.$$

O altă cale de rezolvare ia în consideraţie densitatea de energie a cîmpului electromagnetic în vid, w, dată de expresia

$$w = \varepsilon_0 E_0^2 = \mu_0 H_0^2.$$

Energia radiantă care cade pe 1 m² din atmosfera Pămîntului, în timp de 1 s, este egală cu energia conţinută iniţial într-un cilindru cu secţiunea transversală de 1 m² şi cu lungimea de $3 \cdot 10^8$ m. Aceasta revine la a considera

$$\varepsilon_0 E_0^2 = \mu_0 H^2 = \frac{B_0^2}{\mu_0} = \frac{S}{c}.$$

Rezultă

$$E^2 = \frac{S}{\varepsilon_0 c}$$

sau

$$E_0 = \sqrt{\frac{S}{\varepsilon_0 c}} = \sqrt{\frac{1{,}35 \cdot 10^3 \ \mathrm{W \cdot m^{-2}}}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \mathrm{C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}} \times 3 \cdot 10^8 \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1{,}35 \cdot 10^7}{26{,}55} \ \mathrm{V^2 \cdot m^{-2}}} = 7{,}1 \cdot 10^2 \ \mathrm{V/m}.$$

De asemenea,

$$B^2 = \frac{\mu_0 S}{c}$$

sau

$$B_0 = \sqrt{\frac{\mu_0 S}{c}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \ \mathrm{N \cdot A^{-2}} \times 1{,}35 \cdot 10^3 \ \mathrm{W \cdot m^{-2}}}{3 \cdot 10^8 \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}} =$$

$$= 2{,}36 \cdot 10^{-6} \ \mathrm{Wb/m^2}.$$

Energia care cade pe 1 m² de arie de la suprafața Pămîntului a trecut printr-o arie, A, de la suprafața Soarelui, mult mai mică. Dacă r este raza Soarelui, iar R este distanța de la Pămînt la Soare, cele două arii se raportează astfel

$$\frac{A}{1 \ \mathrm{m}^2} = \frac{r^2}{R^2}.$$

Densitatea de energie la suprafața Soarelui este deci mult mai mare decît densitatea de energie la suprafața Pămîntului, ele aflîndu-se în raportul R^2/r^2. Rezultă că valorile lui E_0^2 și B^2 la suprafața Soarelui sînt și ele mult mai mari decît cele de la suprafața Pămîntului, cu factorii R^2/r^2. Astfel, la suprafața Soarelui vom avea

$$E_0' = E_0 \frac{R}{r} = 7{,}1 \cdot 10^2 \frac{1{,}5 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^5} \ \mathrm{V/m} = 1{,}52 \cdot 10^{5} \ \mathrm{V/m}$$

și

$$B_0' = B_0 \frac{R}{r} = 2{,}36 \cdot 10^{-6} \frac{1{,}5 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^5} \ \mathrm{Wb/m^2} =$$

$$= 5{,}06 \cdot 10^{-4} \ \mathrm{Wb/m^2}.$$

1.20. a) Puterea radiației $P_r = S$, transmisă prin unitatea de suprafață în condițiile impuse, va fi $S = 0{,}1 \ P/4\pi r^2$. Pe de altă

parte, ţinînd seama de forma de variaţie temporală a cîmpurilor undei electromagnetice, de forma $E(t) = E \cdot \sin(\omega t - \kappa \cdot r)$ şi $H(t) = H \cdot \sin(\omega t - \kappa \cdot r)$, valoarea instantanee $S(t)$ a puterii radiaţiei transmise prin unitatea de suprafaţă va fi

$$S(t) = E(t) \cdot H(t) = E \cdot H \cdot \sin^2(\omega t - \kappa \cdot r) =$$

$$= \frac{1}{2} E \cdot H[1 - \cos 2(\omega t - \kappa \cdot r)].$$

Media temporală a lui $\cos 2(\omega t - \kappa \cdot r)$ este egală cu zero, astfel încît valoarea medie S_m a puterii radiaţiei transmise prin unitatea de suprafaţă va fi $S_m = E \cdot H/2$. Rezultă

$$\frac{E \cdot H}{2} = \frac{0{,}1 P}{4\pi r^2}.$$

Deoarece $E/H = 377\ \Omega$, se obţine $E^2/754 = 0{,}1\ P/4\pi r^2$ şi deci

$$E = \sqrt{\frac{75{,}4\,P}{4\pi r^2}} = \sqrt{\frac{75{,}4\Omega \times 60\ \mathrm{W}}{4\pi \cdot 2^2\ \mathrm{m}^2}} = 9{,}48\ \mathrm{V/m}.$$

Intensitatea H a cîmpului magnetic va fi

$$H = \frac{E}{377} = \frac{9{,}48\ \mathrm{V/m}}{377\ \Omega} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{A/m}.$$

b) Numărul de fotoni N_f care traversează unitatea de suprafaţă în unitatea de timp va fi

$$N_f = \frac{S}{h\nu} = \frac{S\lambda}{hc} = \frac{0{,}1\,P}{4\pi r^2 hc} = 3 \cdot 10^{17}\ \text{fotoni/m}^2 \cdot \mathrm{s}.$$

1.21. a) Expresia relativistă a energiei cinetice a unei particule microscopice, care are masa de repaus m_0, masa de mişcare m şi viteza v, este

$$W_c = (m - m_0)c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right) =$$

$$= m_0 c^2[(1 - v^2/c^2)^{-1/2} - 1] = m_0 c^2\left(\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \ldots\right) =$$

$$= \frac{1}{2} m_0 v^2\left(1 + \frac{3}{4}\frac{v^2}{c^2}\right),$$

unde am neglijat termenii de ordin superior celor în v^2/c^2.

Însă $m_0v^2/2$ este energia cinetică nerelativistă a electronului, astfel încît, ţinînd seama de faptul că energia cinetică relativistă a electronului este cu 1% mai mare decît energia cinetică nerelativistă, obţinem

$$\frac{1}{2}m_0v^2\left(1+\frac{3}{4}\frac{v^2}{c^2}\right)=\frac{101}{100}\cdot\frac{m_0v^2}{2}$$

sau

$$v^2=\frac{4}{300}c^2.$$

Viteza relativistă a electronului va fi

$$v=\sqrt{\frac{4}{300}}\cdot c=0{,}1155c=0{,}1155\cdot 3\cdot 10^8\,\text{m/s}=$$

$$=0{,}3465\cdot 10^8\ \text{m/s}.$$

b) Pentru calculul lungimii de undă de Broglie ataşată electronului relativist trebuie să calculăm mai întîi masa relativistă a acestuia. Avem

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{(0{,}1155c)^2}{c^2}}}=\frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}{\sqrt{1-(0{,}1155)^2}}=$$

$$=\frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}{0{,}9933}=9{,}16\cdot 10^{-31}\ \text{kg}.$$

Lungimea de undă de Broglie ataşată electronului va fi

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{mv}=\frac{6{,}625\cdot 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{9{,}16\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\times 0{,}3465\cdot 10^8\ \text{m/s}}=$$

$$=2{,}0873\cdot 10^{-11}\ \text{m}=2{,}0873\cdot 10^{-2}\ \text{nm}=2{,}0873\cdot 10^{-2}\ \text{Å}.$$

1.22. In astfel de probleme trebuie mai întîi să stabilim dacă analiza este sau nu relativistă. Pentru aceasta trebuie calculată viteza electronului. Cel mai simplu este să calculăm viteza electronului în caz nerelativist. Se obţine

$$v_0=\sqrt{\frac{2eU}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{C}\times 5\cdot 10^4\ \text{V}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}}=1{,}33\cdot 10^8\ \text{m/s}.$$

Deoarece viteza electronului este de acelaşi ordin de mărime cu viteza luminii în vid, analiza trebuie să fie relativistă. Impulsul relativist este dat de expresia

$$p = \sqrt{2m_0eU + \left(\frac{eU}{c}\right)^2} = \frac{eU}{c}\sqrt{1 + \frac{2m_0c^2}{eU}},$$

iar lungimea de undă de Broglie atașată electronului va fi

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{eU\sqrt{1 + \frac{2m_0c^2}{eU}}} = 11,25 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = 0,1125\ \text{nm}.$$

1.23. În cazurile a și b vitezele implicate sînt mult mai mici decît viteza luminii în vid, iar analiza este nerelativistă. În cazul c electronul are o viteză relativistă, impulsul relativist fiind dat de expresia

$$p^2 = (W_t^2/c^2) - m_0^2c^2.$$

Rezultatele care se obțin vor fi :

a) $$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{5 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \times 500\ \text{m/s}} = 2,65 \cdot 10^{-34}\ \text{m}.$$

Asemenea lungimi de undă foarte mici nu pot fi detectate experimental.

b) $$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{1,67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \times 5\,000\ \text{m/s}} =$$
$$= 0,793 \cdot 10^{-10}\ \text{m} = 0,0793\text{nm}$$

c) $$\lambda = \frac{h}{\sqrt{\frac{W_t^2}{c^2} - m_0^2c^2}} = 4,98 \cdot 10^{-13}\ \text{m} =$$
$$= 4,98 \cdot 10^{-4}\ \text{nm} = 4,98 \cdot 10^{-3}\ \text{Å}.$$

1.24. a) Lungimea de undă a radiației optice în vid va fi

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{6 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 0,5 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 500 \cdot 10^{-9}\text{m} = 500\text{nm}.$$

Indicii de refracție absoluți ai celor două medii optice se pot calcula folosind relația $n = \lambda_0/\lambda$, ceea ce implică

$$n_1 = \frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \frac{500\ \text{nm}}{450\ \text{nm}} = 1,1(1),\ n_2 = \frac{\lambda_0}{\lambda_2} = \frac{500\ \text{nm}}{400\ \text{nm}} = 1,25.$$

b) Vitezele v_1 și v_2 se calculează folosind relația $v = c/n$, ceea ce implică

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,1(1)} = 2,7 \cdot 10^8 \text{ m/s},$$

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,25} = 2,4 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

c) Indicele de refracție relativ poate fi calculat astfel:

$$n_r = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1,125$$

sau

$$n_r' = n_{12} = \frac{1}{n_{21}} = \frac{1}{1,125} = 0,889.$$

d) Pentru calculul energiei fotonului, cel mai simplu este să se folosească relația de proporționalitate dintre energia fotonului și frecvență, astfel încît

$$\varepsilon = h\nu = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} =$$
$$= 3,975 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,484 \text{ eV}.$$

Deoarece frecvența radiației nu depinde de mediul optic, energia fotonului va fi aceeași în toate cele trei medii optice.

1.25. a) Conform relației $\lambda_n = \lambda_0/n$, vom avea

$$\lambda_1 = \frac{\lambda}{n} = \frac{600 \text{ nm}}{1,6} = 375 \text{ nm și } \lambda_2 = \frac{\lambda_0}{n_2} = \frac{600 \text{ nm}}{1,45} = 413,79 \text{ nm}.$$

b) Energia fotonului se poate calcula folosind relația $\varepsilon = hc/\lambda_0$, ceea ce arată că pentru toate mediile optice trebuie să se obțină aceeași valoare. Rezultă

$$\varepsilon = hc/\lambda_0 = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{600 \cdot 10^{-9} \text{ m}} =$$
$$= 3,3125 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{3,3125 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 2,068 \text{ eV}$$

c) Viteza de propagare a fotonului este egală cu viteza de propagare a luminii în vid, c, și este independentă de materialul optic. Ea are aceeași valoare pentru toți fotonii, independent de frecvența ν a radiației optice.

Masa de repaus a fotonului este egală cu zero, independent de materialul optic. Masa de mişcare a fotonului, m_f, rezultă din relaţia relativistă $\epsilon = h\nu = m_f c^2$ şi pentru o aceeaşi frecvenţă a radiaţiei optice trebuie să fie deci o mărime constantă, independent de mediul optic. Deci

$$m_f = \frac{\epsilon}{c^2} = \frac{3{,}3125 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{(3 \cdot 10^8\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1})^2} = 3{,}68 \cdot 10^{-36}\ \mathrm{kg}.$$

Cît priveşte impulsul fotonului, acesta este dat de relaţia $p_f = m_f c = \epsilon/c$ şi este, de asemenea, independent de mediul optic. Pentru situaţia considerată, se obţine

$$p_f = \frac{\epsilon}{c} = \frac{3{,}3125 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{3 \cdot 10^8\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}} = 1{,}104 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}.$$

d) Numărul lungimilor de undă cuprinse într-o bară este dat de raportul dintre lungimea barei respective şi lungimea de undă a radiaţiei optice din bara respectivă, deci

$$N_1 = \frac{d_1}{\lambda_1} = \frac{d_1 n_1}{\lambda_0} = \frac{11{,}6\ \mathrm{cm} \times 1{,}6}{600\ \mathrm{nm}} = \frac{11{,}6 \cdot 10^{-2}\mathrm{m} \times 1{,}6}{600 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} =$$

$$= 3{,}09(3) \cdot 10^5,$$

$$N_2 = \frac{d_2}{\lambda_2} = \frac{d_2 n_2}{\lambda_0} = \frac{6{,}4\ \mathrm{cm} \times 1{,}45}{600\ \mathrm{nm}} = \frac{6{,}4 \cdot 10^{-2}\mathrm{m} \times 1{,}45}{600 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} =$$

$$= 1{,}54(6) \cdot 10^5.$$

e) Din relaţiile obţinute la punctul precedent, rezultă

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{d_1 n_1}{d_2 n_2} = \frac{11{,}6\ \mathrm{cm} \times 1{,}6}{6{,}4\,\mathrm{cm} \times 1{,}45} = 2.$$

Pentru radiaţie optică cu frecvenţa constantă, raportul N_1/N_2 depinde deci de materialul optic prin care se propagă radiaţia, însă este independent de frecvenţa radiaţiei.

Capitolul 2

2.1. Deoarece sursa de radiaţie optică este punctiformă, ea radiază uniform în toate direcţiile. Fluxul radiant total va fi

$$\Phi_e = N_f h\nu = N_f \frac{hc}{\lambda} = 4 \cdot 10^{20}\ \mathrm{s}^{-1} \times$$

$$\times \frac{6{,}625 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \times 8 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{450 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 176{,}6\ \text{W}.$$

a) $W_e = \Phi_e \cdot t = 176{,}6\ \text{W} \times 600\ \text{s} = 1{,}06 \cdot 10^{5}\ \text{J}.$

b) $I_e = \frac{\Phi_e}{4\pi} = \frac{176\ \text{W}}{4\pi\ \text{sr}} = 14\ \text{W/sr}.$

c) $E_e = \frac{I_e}{r^2} = \frac{14\ \text{W/sr}}{(4\text{m})^2 \cdot \text{sr}^{-1}} = 0{,}878\ \text{W/m}^2$

sau

$$E_e = \frac{\Phi_e}{A_s} = \frac{\Phi_e}{4\pi r^2} = \frac{176\ \text{W}}{4\pi(4\ \text{m})^2} = 0{,}878\text{W/m}^2.$$

2.2. Fluxul radiant total Φ_e va fi

$\Phi_e = E_e A_s = 4\pi r^2 E_e = 4\pi(5\ \text{m})^2 \times 0{,}5\ \text{W/m}^2 = 100\pi \times$
$\times 0{,}5\ \text{W} = 157{,}08\ \text{W}.$

a) $t = \frac{W_e}{\Phi_e} = \frac{10^4\ \text{J}}{157{,}08\ \text{W}} = 63{,}66\ \text{s}.$

b) $I_{e,2} = E_{e,1} \cdot r^2_1 = 0{,}5\ \text{W/m}^2 \times 25\,\text{m}^2/\text{sr} = 12{,}5\,\text{W/sr}$

sau

$$I_{e,2} = \frac{\Phi_e}{4\pi} = \frac{157{,}08\ \text{W}}{12{,}566\ \text{sr}} = 12{,}5\ \text{W/sr}.$$

c) Energia transmisă prin unitatea de suprafață la distanța de 5 m de sursa de radiație este $W_e' = W_e/4\pi r^2 = 10^4\ \text{J} \cdot \text{m}^2/ /100\pi\ \text{m}^2 = 31{,}83\ \text{J}.$
Puterea radiantă (medie) transmisă prin unitatea de suprafață va fi

$$S_m = \frac{W_e'}{t} = \frac{31{,}83\ \text{J}}{63{,}66\ \text{s}} = 0{,}5\ \text{W}.$$

Rezolvînd sistemul

$$\frac{1}{2} E_0 \cdot H_0 = 0{,}5\ \text{W} \text{ și } E_0/H_0 = 377\ \Omega,$$

rezultă

$E_0 = 19{,}416$ V/m și $H_0 = 5{,}15 \cdot 10^{-2}$ A/m.

2.3. Folosind relația de definiție a randamentului spectral luminos $K_\lambda = \Phi_e(555 \text{ nm})/\Phi_e(\lambda)$, rezultă

$\Phi_e(400 \text{ nm}) = 2{,}5 \cdot 10^4$ W; $\Phi_e(450 \text{ nm}) = 263$ W;

$\Phi_e(500 \text{ nm}) = 30{,}96$ W; $\Phi_e(550 \text{ nm}) = 10{,}0050$ W;

$\Phi_e(600 \text{ nm}) = 15{,}848$ W; $\Phi_e(650 \text{ nm}) = 93{,}458$ W;

$\Phi_e(700 \text{ nm}) = 2{,}439 \cdot 10^3$ W.

Rezultatele obținute arată că valori mici ale randamentului spectral luminos implică valori mari ale fluxului radiant, cu mult mai mari decît valoarea de 10 W. Limitele teoretice ale domeniului vizibil sînt impuse de valorile mult prea mari ale fluxului radiant la cele două extremități ale curbei din figura 2.1.

2.4. Folosind valorile mediate, fluxul luminos F va fi dat de relația $F = K \cdot \overline{K_\lambda} \cdot \Phi_{e,\lambda} \cdot \Delta\lambda = 680 \text{ (lm/W)} \times 0{,}995 \times 0{,}5 \text{(W/nm)} \times (560 - 550) \text{ nm} = 3\,383$ lm.

2.5. Lămpile fluorescente de mare lungime nu mai pot fi aproximate ca surse punctiforme de radiație optică. Cînd diametrul tubului de descărcare este însă mult mai mic decît lungimea tubului și decît distanța la care se calculează iluminarea, putem aproxima lampa fluorescentă ca pe o sursă de radiație optică de tip panglică (fig. R.2.5.).

a) Cu datele din figură, iluminarea suprafeței plane mici din jurul punctului P, datorată elementului de arie al sursei $dA =$

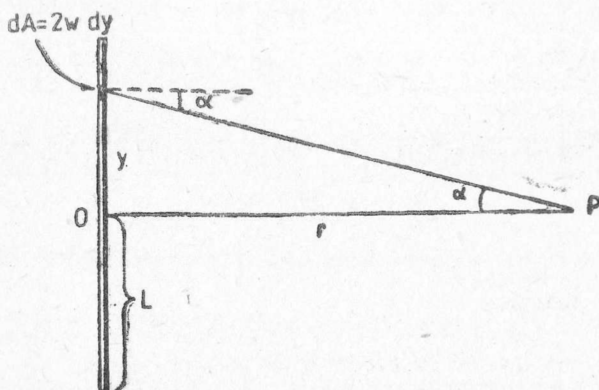


Fig. R. 2.5.

$= 2w \cdot dy$, cu luminozitatea B, va fi $dE_r = \frac{2w \cdot dy \cdot B \cdot \cos^2\alpha}{r_r^2} =$

$$= \frac{2w \cdot dy \cdot B}{r^2 + y^2} \cdot \cos^2\alpha.$$

Pentru a obține valoarea iluminării datorată întregii surse de radiație luminoasă, trebuie să integrăm după toate elementele de arie ale sursei. Cum singura variabilă este y, și deoarece

$$\cos\alpha = \frac{r}{\sqrt{r^2 + y^2}},$$

rezultă

$$E_r = 4wB\int_{y=0}^{y=L} \frac{r^2 \cdot dy}{(r^2 + y^2)^2} = 2wB\left(\frac{L}{r^2 + L^2} + \frac{1}{r} \cdot \text{arc tg}\frac{L}{r}\right).$$

Folosind datele problemei și anume, $2w = 4 \cdot 10^{-2}$m, $B =$ $= 7\,200$ cd/m^2 și $L = 1$ m, obținem următoarele valori ale iluminării la diferite distanțe:

$$E_1 = 288\left(\frac{1}{1^2 + 1^2} + \frac{1}{1} \cdot \text{arc tg}\frac{1}{1}\right) \text{lx} = 288(0{,}5 + 0{,}785) \text{ lx} =$$
$$= 370{,}2 \text{ lx};$$

$$E_2 = 288\left(\frac{1}{2^2 + 1^2} + \frac{1}{2} \cdot \text{arc tg}\frac{1}{2}\right) \text{lx} = 288\ (0{,}2 + 0{,}23) \text{ lx} =$$
$$= 123{,}84 \text{ lx};$$

$$E_3 = 288\left(\frac{1}{3^2 + 1^2} + \frac{1}{3} \cdot \text{arc tg}\frac{1}{3}\right) \text{lx} = 288(0{,}1 + 0{,}107) \text{ lx} =$$
$$= 59{,}616 \text{ lx};$$

$$E_4 = 288\left(\frac{1}{4^2 + 1^2} + \frac{1}{4} \cdot \text{arc tg}\frac{1}{4}\right) \text{lx} = 288(0{,}0588 + 0{,}06) \text{ lx} =$$
$$= 34{,}2 \text{ lx};$$

$$E_5 = 288\left(\frac{1}{5^2 + 1^2} + \frac{1}{5} \cdot \text{arc tg}\frac{1}{5}\right) \text{lx} = 288(0{,}038 + 0{,}0395) \text{ lx} =$$
$$= 22{,}32 \text{ lx};$$

$$E_6 = 288\left(\frac{1}{6^2+1^2}+\frac{1}{6}\cdot \text{arc tg}\frac{1}{6}\right)\text{lx} = 288(0{,}027+0{,}0275)\text{lx} =$$
$$= 15{,}696 \text{ lx}.$$

Făcînd o reprezentare grafică a raportului E_s/E_1 în funcție de distanța r se obține o scădere mult mai mare pentru distanțe mici decît pentru distanțe mari, ceea ce înseamnă că iluminarea scade mult mai repede cu variația distanței pentru distanțe mici decît pentru distanțe mari. Legea de variație a iluminării nu este cea din cazul surselor punctiforme de radiație optică; scăderea iluminării cu distanța este mult mai mică în cazul lămpilor fluorescente decît în cazul becurilor cu incandescență.

b) Deoarece lampa fluorescentă este o sursă cilindrică de radiație, intensitatea luminoasă este dată de produsul dintre aria laterală a cilindrului și luminozitatea B, deci

$$I = B\cdot A = B\cdot 2\pi w\cdot 2L = 4\pi wLB = 4\pi\cdot 2\cdot 10^{-2}\cdot 1\cdot 7200 \text{ cd} =$$
$$= 1\,809{,}5 \text{ cd}.$$

Discuție. Dacă lungimea lămpii fluorescente, $2L$, tinde la infinit, expresia iluminării la distanța r devine

$$E = \frac{wB}{r}.$$

Cu datele problemei, se obține

$$E_{1,\infty} = \frac{452{,}16}{r_1} = \frac{452{,}16}{1} = 452{,}16 \text{ lx}; \quad \frac{E_{1,\infty}}{E_1} = \frac{452{,}16}{370{,}2} = 1{,}22;$$

$$E_{2,\infty} = \frac{452{,}16}{r_2} = \frac{452{,}16}{2} = 226{,}08 \text{ lx}; \quad \frac{E_{2,\infty}}{E_2} = \frac{226{,}08}{123{,}84} = 1{,}826;$$

$$E_{3,\infty} = \frac{452{,}16}{r_3} = \frac{452{,}16}{3} = 150{,}72 \text{ lx}; \quad \frac{E_{3,\infty}}{E_3} = \frac{150{,}72}{59{,}616} = 2{,}528;$$

$$E_{4,\infty} = \frac{452{,}16}{r_4} = \frac{452{,}16}{4} = 113{,}04 \text{ lx}; \quad \frac{E_{4,\infty}}{E_4} = \frac{113{,}04}{34{,}2} = 3{,}305;$$

$$E_{5,\infty} = \frac{452{,}16}{r_5} = \frac{452{,}16}{5} = 90{,}432 \text{ lx}; \quad \frac{E_{5,\infty}}{E_5} = \frac{90{,}432}{22{,}32} = 4{,}05;$$

$$E_{6,\infty} = \frac{452{,}16}{r_6} = \frac{452{,}16}{6} = 75{,}36 \text{ lx}; \quad \frac{E_{6,\infty}}{E_6} = \frac{75{,}36}{15{,}696} = 4{,}80.$$

De observat că la distanțe mici iluminarea dată de o lampă fluorescentă de lungime infinită nu este cu mult mai mare decît cea dată de lampa fluorescentă cu lungimea de 2 m; la distanțe mai mari creșterea iluminării de cîteva ori nu justifică folosirea unor lămpi fluorescente cu lungimi foarte mari. Acesta este și motivul pentru care lămpile fluorescente au lungimile mai mici de 2 m sau în jurul acestei valori.

Atîta timp, însă, cît diametrul tubului de descărcare este mult mai mic decît lungimea lămpii fluorescente și decît distanța de la punctul în care se calculează iluminarea la sursă, folosirea unor valori cît mai mari ale diametrului este un avantaj potențial, deoarece iluminarea crește proporțional cu diametrul tubului.

2.6. a) $F = 4\pi I = 1\,000$ lm ; b) $\eta = \dfrac{F}{P} = \dfrac{1\,000 \text{ lm}}{50 \text{ W}} = 20 \text{ lm/W}$.

2.7. $I = \dfrac{F}{4\pi} = \dfrac{P \cdot \eta}{4\pi} = \dfrac{100 \text{ W} \times 25 \text{ lm/W}}{12{,}56 \text{ sr}} = 199$ cd.

2.8. $I = E \cdot r^2 = 2{,}25 \cdot 10^{27}$ cd.

2.9 $\Delta F = I \cdot \Delta\Omega = I \cdot \dfrac{\Delta A}{r^2} = 400 \text{ cd} \times \dfrac{0{,}4}{5^2} \text{ sr} = 6{,}4$ lm.

2.10. a) $E_0 = I/r^2 = 144 \text{ cd}/(1{,}2 \text{ m})^2 = 100$ lx ;

b) $E = E_0 \cos\alpha = 100 \text{ lx} \times \cos 60^\circ = 50$ lx.

2.11. $I_1 = I_2 \dfrac{r_1^2}{r^2} = 50 \text{ cd} \times \dfrac{1 \text{ m}^2}{0{,}25 \text{ m}^2} = 200$ cd.

2.12. $r_1 = r_2 \sqrt{\dfrac{I_1}{I}} = \dfrac{1{,}5}{\sqrt{20}} \text{ m} = 0{,}335$ m.

2.13. Pentru ca densitatea de înnegrire să fie aceeași în ambele cazuri, trebuie să se folosească aceeași cantitate de lumină $Q = Q_1 = Q_2$. Însă $Q_1 = F_1 \cdot t_1$ și $Q_2 = F_2 \cdot t_2$. Notînd cu A aria hîrtiei fotografice și considerînd fluxul luminos uniform, obținem $F_1 = E_1 \cdot A$ și $F_2 = E_2 \cdot A$, unde $E_1 = I_1/r^2$ și $E_2 = I_2/r_2^2$. Rezultă $I_1 t_1/r^2 = I_2 t_2/r^2$ și deci

$$t_2 = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2} \cdot t_1 = \frac{40 \text{ cd}}{30 \text{ cd}} \cdot \frac{(1{,}5 \text{ m})^2}{(1 \text{ m})^2} \cdot 2 \text{ s} = 6 \text{ s}.$$

2.14. Folosind condiția $E_2 = 2E_1$ și ținînd seama de relația $E = I/r^2$, rezultă $r_2^2 = r_1^2/2$ sau $r_2 = r_1/\sqrt{2} = 2{,}5/1{,}4 = 1{,}786$ m.

Distanța cu care trebuie coborît becul trebuie să fie dată de relația $r_1 - r_2 = 2{,}5$ m $- 1{,}786$ m $= 0{,}714$ m.

2.15. Fie h înălțimea la care se află lampa pe stîlpul de susținere, R distanța de la baza stîlpului la punctul de pe sol aflat la distanța de 16 m de stîlp și r distanța de la lampă la punctul unde se calculează iluminarea. Rezultă

$$E_P = \frac{I}{r^2} \cdot \cos\alpha = I \cdot \frac{h}{[(h^2 + R^2)]^{3/2}}$$

sau

$$I = E_P \cdot \frac{[(h^2 + R^2)]^{3/2}}{h} = 3 \text{ lx} \times \frac{[(12 \text{ m})^2 + (16 \text{ m})^2]^{3/2}}{12 \text{ m}} =$$

$$= 2 \cdot 10^3 \text{ cd}.$$

2.16. a) $E = I/r^2 = 200$ cd$/(1$ m$)^2 = 200$ lx; b) $\Delta F = E \cdot \Delta A = 200$ lx $\times 13 \cdot 10^{-4}$ m$^2 = 0{,}26$ lm.

2.17. Suprafața activă a aparatului primește lumina atît direct de la sursa de radiație optică cît și ca rezultat al reflexiei pe oglindă. Lumina reflectată de oglindă poate fi considerată ca provenind de la imaginea în oglindă a sursei de radiație optică. Din datele problemei, se obține

$$E = \frac{I}{r^2} + \frac{I}{r'^2} = \frac{I}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} + \frac{I}{\left(\frac{3d}{2}\right)^2} = \frac{10\,I}{\left(\frac{3d}{2}\right)^2} = \frac{250 \text{ cd}}{(0{,}9 \text{ m})^2} = 308{,}64 \text{ lx}.$$

2.18. Notînd cu ΔA aria deschiderii circulare a celulei fotoelectrice, iluminarea E la suprafața deschiderii circulare este dată de relația $E = \Delta F/\Delta A$. Pe de altă parte, $E = I/r^2$, astfel încît se obține $I/r^2 = \Delta F/\Delta A$ sau $r = (I \cdot \Delta A/\Delta F)^{1/2}$. Notînd cu d diametrul deschiderii circulare, obținem pentru distanța maximă

$$r_{max} = \left(\frac{I}{F} \cdot \frac{\pi d^2}{4}\right)^{1/2} = \left(\frac{50 \text{ cd}}{0{,}2 \text{ lm}} \cdot \frac{3{,}14 \cdot (2{,}75 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{4}\right)^{1/2} =$$

$$= 0{,}385 \text{ m}.$$

2.19. Fie h înălțimea la care se află becul față de centrul podelei și fie R distanța de la centrul podelei la un punct P de pe podea unde iluminarea este de două ori mai mare decît în centrul podelei. Distanța de la bec la punctul P este $r = (h^2 + R^2)^{1/2}$. Iluminarea ariei mici din jurul centrului podelei se face

perpendicular, iar iluminarea ariei mici din jurul punctului P se face sub unghiul α, unde

$$\cos \alpha = h/(h^2 + R^2)^{1/2}.$$

Fie I intensitatea luminoasă a becului electric. Se obține:

$$E_0 = I/h^2 \text{ și } E_P = I \cdot \cos \alpha/r^2 = Ih/(h^2 + R^2)^{3/2}.$$

Deoarece, conform condiției impuse de problemă, $E_P = E_0/2$, se obține $(h^2 + R^2)^{3/2} = 2h^2$.

Rezolvînd ecuația în raport cu R, rezultă $R = h\sqrt{(2^{2/3} - 1)} = 2\sqrt{(2^{2/3} - 1)}$ m $= 1,53$ m. Locul geometric este deci un cerc cu raza de 1,53 m și cu centrul în centrul podelei.

2.20. a) Cu notațiile din figura R.2.20, suprafața mică din jurul centrului mesei este iluminată normal și iluminarea este

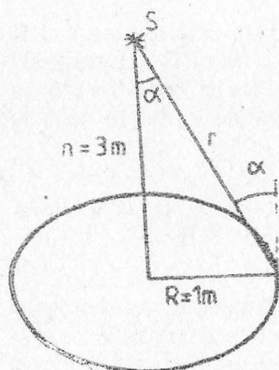


Fig. R. 2.20

$$E_0 = \frac{I}{h^2} = \frac{180 \text{ cd}}{(3 \text{ m})^2} = 20 \text{ lx}.$$

b) Marginea mesei este iluminată sub unghiul α, deci

$$E_m = \frac{I}{r^2} \cos \alpha = Ih/(h^2 + R^2)^{3/2} =$$

$$= 54 \text{ cd}/10^{3/2} \text{ m}^2 \cong 17 \text{ lx}.$$

c) Punctele în care se calculează iluminarea se află la distanța $R/2$ de centrul mesei, deci

$$E_P = \frac{I}{r'^2} \cos \alpha' = Ih/[h^2 + (R/2)^2]^{3/2} \cong 19,2 \text{ lx}.$$

2.21. a) Fie a latura mesei de formă pătratică și fie h înălțimea sursei de radiație optică față de centrul O al mesei. Toate cele patru colțuri ale mesei se află la aceeași distanță r de sursa de radiație optică, iar iluminarea se face sub unghiul α. Expresia iluminării E_c din colțurile mesei va fi

$$E_c(h) = I \cdot \cos \alpha/h^2 = Ih/(h^2 + R^2)^{3/2}.$$

Funcția $E_c(h)$ are valoarea maximă pentru valoarea lui h corespunzător căreia derivata funcției în raport cu h se anulează, deci

$$\frac{dE_c(h)}{dh} = I \cdot \frac{R^2 - 2h^2}{(h^2 + R^2)^{5/2}} = 0.$$

Rezultatul obținut implică $R^2 - 2h^2 = 0$, sau $h = R/\sqrt{2} = a/2 = 5$ m$/2 = 2{,}5$ m.

b) Valoarea iluminării din colțurile mesei este

$$E_c(h) = I \cdot \cos\alpha / r^2 = Ih/(h^2 + R^2)^{3/2} = (200 \text{ cd} \times$$

$$\times 2{,}5 \text{ m})/[(2{,}5 \text{ m})^2 + 2 \cdot (2{,}5 \text{ m})^2]^{3/2} = 500 \text{ cd}/18{,}75 \text{ m}^3 = 26{,}67 \text{ lx}.$$

c) Iluminarea din centrul mesei va avea valoarea

$$I_c(h) = I/h^2 = 200 \text{ cd}/(2{,}5 \text{ m})^2 = 32 \text{ lx}$$

2.22. a) Legea cosinusului arată că radiația luminoasă provenită de la o suprafață plană variază direct proporțional cu cosinusul unghiului pe care normala la suprafață îl face cu direcția de observare. Conform reprezentării schematice din figura R.2.22, se obține

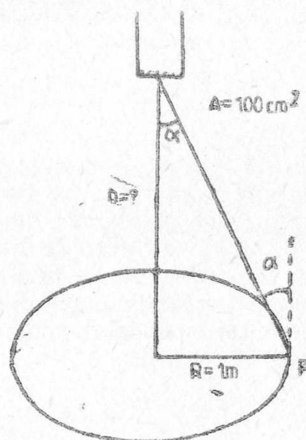


Fig. R. 2.22

$$E_M = \frac{I}{r^2} \cdot \cos\alpha = \frac{I}{h^2 + R^2} \cdot \cos\alpha,$$

unde cu I am notat intensitatea luminoasă a suprafeței difuze a bazei cilindrului, h este înălțimea la care se află baza cilindrului față de centrul mesei, iar R este raza suprafeței circulare a mesei.

Notînd cu B luminozitatea și cu A aria suprafeței bazei cilindrului, avem

$$I = B \cdot A \cdot \cos\alpha,$$

astfel încît

$$E_M = \frac{B \cdot A}{h^2 + R^2} \cdot \cos^2\alpha = B \cdot A \cdot \left[\frac{h}{(h^2 + R^2)}\right]^2.$$

Funcția $E_M(h)$ are valoarea maximă pentru valoarea lui h corespunzător căreia derivata funcției se anulează, deci

$$\frac{dE_M(h)}{dh} = B \cdot A \cdot \frac{2h(h^2 + R^2)^2 - 4h^3(h^2 + R^2)}{(h^2 + R^2)^4} = 0,$$

ceea ce implică $2h(h^2 + R^2)^2 = 4h^3(h^2 + R^2)$ sau

$$h_{max} = R = 1 \text{ m}.$$

Așadar, iluminarea maximă a marginilor mesei se obține atunci cînd baza cilindrului sursă de radiație optică perfect difuză se află la înălțimea $h_{max} = 1$ m față de centrul mesei, înălțime egală chiar cu raza suprafeței circulare a mesei. Valoarea maximă a iluminării va fi

$$E_M(h_{max}) = \frac{B \cdot A}{4h^2_{max}} = \frac{8000 \text{ cd/m}^2 \times 10^{-2} \text{ m}^2}{4 \cdot (1 \text{ m})^2} = 20 \text{ lx}.$$

b) În cazul în care se ia în considerație iluminarea în regiunea centrală O a suprafeței mesei, unghiul α devine zero și $R = 0$, ceea ce implică

$$E_O(h_{max}) = \frac{B \cdot A}{h^2_{max}} = \frac{8000 \text{ cd/m}^2 \times 10^{-2} \text{ m}^2}{(1 \text{ m})^2} = 80 \text{ lx}.$$

Indiferent de raza suprafeței circulare a mesei, iluminarea în regiunea centrală din jurul punctului O este de patru ori mai mare decît iluminarea din regiunea periferică a mesei.

2.23. Notînd cu $2a$ diametrul interior al tubului de descărcare, cu L semilungimea tubului de descărcare și cu r distanța de-a lungul perpendicularei dusă pe mijlocul axei de simetrie a lămpii, interdependența dintre iluminarea E și luminozitatea B este dată de relația

$$E = 2aB\left(\frac{L}{r^2 + L^2} + \frac{1}{r} \cdot \text{arc tg}\frac{L}{r}\right)$$

a) Conform expresiei de mai sus, luminozitatea lămpii fluorescente este

$$B = \frac{E}{2a} \cdot \left(\frac{L}{r^2 + L^2} + \frac{1}{r} \cdot \text{arc tg}\frac{L}{r}\right)^{-1} = \frac{20 \text{ lx}}{2 \cdot 0{,}04 \text{ m}} \cdot$$

$$\cdot \left[\frac{1 \text{ m}}{(5 \text{ m})^2 + (1 \text{ m})^2} + \frac{1}{5 \text{ m}} \cdot \text{arc tg}\frac{1 \text{ m}}{5 \text{ m}}\right]^{-1} = 250 \text{ lx/m} \times$$

$$\times (0{,}03846 \text{ m}^{-1} + 0{,}03950 \text{ m}^{-1})^{-1} = \frac{250 \text{ lx/m}}{0{,}07794 \text{ m}^{-1}} = 3207{,}59 \text{ lx}.$$

b) Deoarece lampa fluorescentă este de formă cilindrică, intensitatea luminoasă este egală cu produsul dintre aria laterală a tubului și luminozitatea lămpii, deci

$I = B \cdot A = 4\pi a L B = 4\pi \cdot 0{,}02 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 3207{,}59 \text{ lx} =$
$= 806{,}15 \text{ cd}.$

2.24. a) $I = F/4\pi = 300 \text{ lm}/4\pi \text{ sr} = 23{,}87 \text{ cd}$; b) $E_P = E_1 + E_2 = I/h_1^2 + I \cdot \cos\alpha/r_2^2 = I[1/h_1^2 + h_2/r_2^2(h_2^2 + d^2)^{1/2}] = 2{,}256 \text{ lx}$.

c) În punctul O, care reprezintă mijlocul distanței dintre picioarele perpendicularelor, fiecare bec determină aceeași iluminare și deci $E_O = 2I \cos\alpha'/r^2 = 2Ih_1/(h^2 + d^2/4)^{3/2} = 2{,}39 \text{ lx}$.

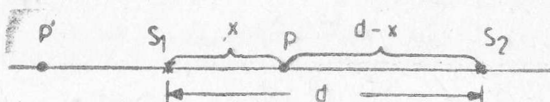


Fig. R. 2.25.

2.25. Considerînd ca origine a distanțelor punctul în care se află sursa S_1 de radiație optică (fig. R.2.25) și considerînd punctul P dintre cele două surse, pe dreapta care le unește, la distanța x de sursa S_1 de radiație optică, rezultă

$$\frac{I_1}{x^2} = \frac{I_2}{(d - x)^2},$$

obținîndu-se ecuația cu necunoscuta x,

$$(I_2 - I_1)x^2 + 2dI_1x - d^2I_1 = 0,$$

ale cărei soluții sînt

$$x_{1,2} = \frac{-2dI_1 \pm [(2dI_1)^2 + 4d^2I_1(I_2 - I_1)]^{1/2}}{2(I_2 - I_1)}.$$

Introducînd datele problemei, se obține

$$x_1 = 8{,}28 \text{ m} \text{ și } x_2 = -48{,}28 \text{ m}.$$

Așadar, există două poziții pe linia care unește cele două surse punctiforme de radiație optică unde iluminarea dată de una dintre surse este egală cu iluminarea dată de cealaltă sursă de radiație optică.

3.11. Deoarece măsurătorile se fac pentru 20 interfranje consecutive, care subîntind lungimea $y = 10{,}92$ mm, este satisfăcută relația $y = k\,D/d$, din care se obține

$$d = \frac{k\lambda D}{d} = \frac{20 \times 546 \cdot 10^{-9}\ \text{m} \times 0{,}8\ \text{m}}{10{,}92 \cdot 10^{-3}\ \text{m}} =$$

$$= 800 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 0{,}8\ \text{mm}.$$

3.12. Franja luminoasă de ordinul zero se formează pe axa de simetrie a dispozitivului pentru ambele radiații optice. Valorile interfranjelor sînt

$$i_1 = \frac{\lambda_1 \cdot D}{d} = \frac{400 \cdot 10^{-9}\ \text{m} \times 2\ \text{m}}{1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}} = 0{,}53(3) \cdot 10^{-3}\ \text{m} =$$

$$= 0{,}53\,(3)\ \text{mm}$$

și

$$i_2 = \frac{\lambda_2 \cdot D}{d} = \frac{600 \cdot 10^{-9}\ \text{m} \times 2\ \text{m}}{1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}} = 0{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 0{,}8\ \text{mm}.$$

De asemenea,

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{400 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{600 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = \frac{2}{3}.$$

Suprapunerea franjelor luminoase de ordine diferite este dată de condiția $y = k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$ sau

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{600\ \text{nm}}{400\ \text{nm}} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \ldots$$

Distanța minimă de axa de simetrie la care se realizează suprapunerea franjelor luminoase ale celor două imagini de interferență este

$$y_{min} = 3i_1 = 2i_2 = 3 \cdot 0{,}53(3)\ \text{mm} = 2 \cdot 0{,}8\ \text{mm} = 1{,}6\ \text{mm}.$$

Alte suprapuneri au loc la distanțele care sînt multipli întregi ai distanței y_{min}, adică $y_m = m \cdot y_{min}$ unde $m = 2, 3, 4, \ldots$

Condiția de suprapunere a franjelor întunecoase este $y' = (2k_1' + 1)\lambda_1/2 = (2k_2' + 1)\lambda_2/2$ sau

$$\frac{2k_1'+1}{2k_2'+1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{3}{2}=\frac{6}{4}=\frac{9}{6}=\ldots$$

Datorită numerelor întregi pare de la numitor, o asemenea condiție nu poate fi îndeplinită de nici o combinație a două ordine de interferență, corespunzătoare franjelor întunecoase.

Suprapunerea unei franje luminoase a unei imagini de interferență cu o franjă întunecoasă a celeilalte imagini de interferență determină două condiții:

$$\text{(a)}\quad k_1\lambda_1=(2k_2+1)\frac{\lambda_2}{2}$$

și

$$\text{(b)}\quad k_2\lambda_2=(2k_1+1)\frac{\lambda_1}{2}.$$

Condiția (a) nu poate fi îndeplinită. A doua condiție mai poate fi scrisă și sub forma

$$3k_2=2k_1+1.$$

Ea poate fi îndeplinită în mai multe cazuri. De exemplu, $k_2=1$ și $k_1=1$ îndeplinește această condiție, ceea ce înseamnă că prima franjă luminoasă a radiației cu lungimea de undă $\lambda_2=600$ nm se suprapune peste a doua franjă întunecoasă a radiației cu lungimea de undă $\lambda_1=400$ nm ș.a.m.d.

3.13. a) $(r)=k\lambda=3{,}6\cdot 550\ \text{nm}=1980\ \text{nm}=1{,}98\ \mu\text{m}.$

$$\text{b)}\quad e=\frac{3{,}6\lambda}{n-1}=\frac{3{,}6\cdot 550\ \text{nm}}{1{,}4-1}=4\,950\ \text{nm}=4{,}95\ \mu\text{m}.$$

Calculele arată că în prezența filmului transparent cu grosimea de 1 mm imaginea de interferență dispare.

$$3.14.\quad y=2{,}5i=2{,}5\times\frac{\lambda D}{d}=2{,}5\times\frac{643{,}8\cdot 10^{-9}\ \text{m}\times 1\ \text{m}}{10^{-3}\ \text{m}}=$$

$$=1{,}61\ \text{mm}.$$

Franjele de interferență sînt paralele cu planul fantelor și perpendiculare pe o dreaptă de pe ecran paralelă cu fantele.

3.15. Folosind relația $e(n-1)=k\lambda$, se obține

$$e=\frac{k\lambda}{n-1}=\frac{4\times 550\cdot 10^{-9}\ \text{m}}{0{,}45}=4\,888{,}8(8)\ \text{nm}=4{,}89\ \mu\text{m}.$$

3.16 Diferența de drum optic introdusă de prezența lamei va fi egală cu $(2k + 1)\lambda/2$, unde $k = 4$, ceea ce implică :

$$a)\ e = \frac{9\lambda}{2(n-1)} = \frac{9 \times 587,6 \text{ nm}}{2(1,5-1)} = 5\,288,4 \text{ nm} = 5,288\ \mu\text{m}.$$

b) Este indiferent dacă filmul transparent (lama cu fețele plan-paralele) este dispus înaintea uneia dintre fante sau după fantă, astfel încît franja luminoasă centrală va ocupa, în prezența filmului, poziția franjei întunecoase de ordinul patru, obținută în absența filmului.

Poziția franjei luminoase de ordinul zero poate fi stabilită experimental realizînd experiența în lumină albă.

$$3.17.\ a)\ i = \frac{\lambda D}{d} = \frac{434 \cdot 10^{-9} \text{ m} \times 1,2 \text{ m}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} =$$

$$= 260,4 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,26 \text{ mm}.$$

$$b)\ i' = \frac{\lambda D}{d'} = \frac{\lambda D}{\frac{d}{2}} = 2 \times \frac{\lambda D}{d} = 2i = 0,52 \text{ mm}.$$

$$c)\ i'' = \frac{\lambda D''}{d} = \frac{\lambda \cdot 2D}{d} = 2 \times \frac{\lambda D}{d} = 2i = i' = 0,52 \text{ mm}$$

$$d)\ i''' = \frac{\lambda D'''}{d} = \frac{\lambda \cdot 2D}{2d} = \frac{\lambda D}{d} = i = 0,26 \text{ mm}.$$

$$e)\ i_n = \frac{\lambda_n \cdot D}{d} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\lambda D}{d} = \frac{i}{n} = 0,217 \text{ mm}.$$

Observație. In toate cazurile franja luminoasă centrală se formează pe axa de simetrie a dispozitivului Young, aceasta deoarece sursa de radiație optică rămîne tot timpul pe axa de simetrie a dispozitivului.

3.18. Spectrul radiației optice folosite este un spectru continuu.

Fiecare radiație optică, cu lungimea de undă constantă cuprinsă între 400 nm și 700 nm, va da naștere pe ecranul de interferență unei imagini de interferență proprii, știut fiind că pentru radiația monocromatică sursele de radiație optică S_1 și S_2 sînt surse coerente. Deoarece există o distribuție continuă a radiației optice în funcție de lungimea de undă, pe ecran se va obține tot o distribuție continuă a imaginilor de interferență.

Deoarece distanța dintre fante și distanța de la planul fantelor la ecran sînt mărimi constante, radiației cu lungimea de undă cea mai mică îi va corespunde imaginea de interferență cu interfranja cea mai mică, iar radiației cu lungimea de undă cea mai mare îi va corespunde imaginea de interferență cu interfranja cea mai mare. Interfranjele corespunzătoare celorlalte imagini de interferență vor avea interfranje cuprinse între cele două valori. Acest lucru ne permite să analizăm imaginea de interferență generală în funcție de imaginile de interferență corespunzătoare lungimilor de undă cea mai mică și, respectiv, cea mai mare.

Pentru lungimea de undă cea mai mică interfranja are valoarea

$$i_{min} = \frac{\lambda_{min} \cdot D}{d} = \frac{400 \cdot 10^{-9}\ \text{m} \times 1,5\ \text{m}}{1,5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}} = 0,4\ \text{mm}.$$

Pentru lungimea de undă cea mai mare interfranja are valoarea

$$i_{max} = \frac{\lambda_{max} \cdot D}{d} = \frac{700 \cdot 10^{-9}\ \text{m} \times 1,5\ \text{m}}{1,5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}} = 0,7\ \text{mm}.$$

Franja de ordinul zero se va obține pe axa de simetrie a sistemului optic, pentru toate radiațiile indiferent de lungimea de undă și va apărea albă (albul de ordinul superior).

Conform discuției de mai înainte, rezultă

$$i_{max} > i_{intermediar} > i_{min},$$

obținîndu-se un spectru continuu.

Acest spectru continuu nu se repetă periodic în funcție de ordinul de interferență k. Pentru a ne convinge de acest lucru, nu avem decît să calculăm ordinul de interferență pentru care interfranja de ordinul k, corespunzătoare radiației cu lungimea de undă cea mai mare, se suprapune peste franja de ordinul $k + 1$, corespunzătoare radiației cu lungimea de undă cea mai mică, deci

$$k \cdot i_{max} = (k + 1)i_{min}, \text{ sau } k \cdot \lambda_{max} = (k + 1)\lambda_{min}.$$

Folosind datele problemei, obținem

$$k = \frac{\lambda_{min}}{\lambda_{max} - \lambda_{min}} = \frac{400\ \text{nm}}{700\ \text{nm} - 400\ \text{nm}} = 1,3(3).$$

Concluzia este că două franje consecutive, una corespunzătoare lungimii de undă cea mai mare și cealaltă corespunzătoare lungimii de undă cea mai mică, nu se suprapun niciodată.

Observăm totuşi că franja de ordinul patru ($k = 4$), corespunzătoare lungimii de undă cea mai mare se suprapune peste franja de ordinul şapte ($k' = 7$), corespunzătoare lungimii de undă cea mai mică. Multiplii întregi ai acestor ordine vor conduce, de asemenea, la suprapuneri de interfranje.

Deoarece distribuţia de radiaţie este continuă, există o infinitate de posibilităţi în care să se realizeze suprapunerea franjelor de interferenţă, de ordine diferite corespunzătoare la două lungimi de undă diferite.

Există şi posibilitatea, practic infinită, ca maximele de un anumit ordin, corespunzătoare unei anumite lungimi de undă, să se suprapună peste minimele de alt ordin, corespunzătoare altor lungimi de undă.

Concluzia finală este că imaginea de interferenţă apare ca o distribuţie continuă de culori.

3.19. Prin definiţie, rezoluţia unghiulară a ochiului uman este unghiul subîntins, faţă de ochi, de distanţa dintre două obiecte luminoase de dimensiuni mici care abia mai pot fi observate separat. În cazul experienţei realizate de elev, cele două obiecte luminoase sînt chiar două franje luminoase consecutive de interferenţă, iar distanţa dintre ele este chiar interfranja i. Deoarece distanţa de la ochi la cele două franje luminoase este D, unghiul pe care distanţa dintre interfranje îl subîntinde faţă de ochi va fi

$$\theta = \frac{i}{D} = \frac{\lambda D/d}{D} = \frac{\lambda}{d} \text{ rad.}$$

Folosind rezoluţia unghiulară a propriului său ochi, egală cu $\pi/(180 \times 60)$ rad, elevul obţine relaţia

$$\theta_{min} = \frac{\pi}{180 \times 60} = \frac{\lambda}{d_{max}}.$$

Valoarea distanţei obţinute va fi

$$d_{max} = \frac{180 \times 60 \times 589 \text{ nm}}{\pi} = 2,025 \text{ mm}.$$

3.20. Menţionăm faptul că măsurătorile de distanţe cu o precizie de un micrometru nu mai ridică probleme, orice eroare de asamblare în cadrul acestei precizii putînd fi uşor detectată.

Dacă distanţa dintre fante ar fi exact de 1 mm, interfranja i ar avea valoarea $i = \lambda D/d = 0,75$ mm.

a) O eroare de un micrometru pentru distanța dintre fantele dispozitivului Young înseamnă $d' = (1 \pm 10^{-3})$ mm, ceea ce conduce la o valoare a interfranjei egală cu

$$i' = \frac{\lambda D}{d'} = \frac{500 \text{ nm} \times 1{,}5 \text{ m}}{(1 \pm 10^{-3}) \text{ mm}} = (0{,}75 \mp 0{,}75 \cdot 10^{-3}) \text{ mm} =$$

$$= i \mp 10^{-3}\, i.$$

O eroare de 1‰ pentru distanța dintre fante conduce la o eroare tot de 1‰ pentru interfranjă, eroare care poate fi neglijată în toate măsurătorile care nu implică determinarea lungimii de undă.

b) Fie R_1 distanța de la sursa de radiație S la fanta S_1 și fie R_2 distanța de la sursa de radiație S la fanta S_2, astfel încît, conform datelor problemei, să avem $R_1 - R_2 = 1$ μm. Datele problemei au fost alese așa fel ca această diferență de drum optic să corespundă exact la două lungimi de undă λ, deci $R_1 - R_2 = 2\lambda$. Conform principiului lui Huygens, fantele S_1 și S_2 devin surse coerente de radiație optică, care au aceeași lungime de undă λ, însă fazele inițiale diferă cu 4π (corespunzător diferenței de drum optic de 2 λ). Faza inițială a sursei de radiație optică S_1 este retardată cu 4π față de fază inițială a sursei de radiație optică S_2, deci

$$\varphi_{10} - \varphi_{20} = -4\pi.$$

În conformitate cu relația (3.7,b), amplitudinea undei luminoase rezultate în punctul de interferență implică o fază egală cu

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_{10} - \varphi_{20}}{2} + \kappa \cdot \frac{r_2 - r_1}{2}.$$

Simetria dintre poziția sursei S față de planul fantelor și poziția ecranului față de planul fantelor implică

$$r_1 - r_2 = 2\lambda$$

în punctul de simetrie de pe ecran, O, în care axa de simetrie întîlnește planul ecranului. Pentru punctul O obținem

$$\Delta\varphi = -2\pi + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{r_2 - r_1}{2} = -2\pi - 2\pi = -4\pi = k\pi$$

ceea ce înseamnă

$$k = -4.$$

În punctul O de pe axa de simetrie a dispozitivului considerat se obţine franja de interferenţă de ordinul $k = -4$. Aceasta înseamnă că franja de interferenţă de ordinul zero trebuie să ocupe poziţia franjei de interferenţă de ordinul $k = 4$ din cazul în care dispozitivul ar fi fost simetric; distanţa y, de la franja de ordinul $k = 0$, în cazul dispozitivului asimetric la axa de simetrie, trebuie deci să fie egală cu patru interfranje,

$$y = 4i = 4 \cdot 0{,}75 \text{ mm} = 3 \text{ mm}.$$

Observaţie. Analiza putea fi făcută şi în funcţie de diferenţa de drum optic de la sursa de radiaţie optică, S, la punctul O de pe ecran, în care se obţine interferenţa, avînd în vedere că aceasta este egală cu patru lungimi de undă. În acest caz, însă, nu s-ar mai fi obţinut valoarea negativă a ordinului de interferenţă şi deci nu ar mai fi fost evident sensul în care se deplasează figura de interferenţă în situaţia asimetriei faţă de situaţia simetriei. Mai mult, s-ar fi eludat rolul surselor coerente de radiaţie optică, S_1 şi S_2, care au un rol esenţial în formarea imaginii de interferenţă. Mai concret, s-ar fi eludat aspectul fenomenologic al problemei.

Menţionăm faptul că orice diferenţă de drum optic mai mare de circa 3 mm conduce la dispariţia imaginii de interferenţă de pe ecran.

c) Pentru ca franja de interferenţă de ordinul zero să se formeze în punctul O pe axa de simetrie a sistemului, trebuie ca în calea fasciculului de radiaţie optică de la sursa S la ecran, via fanta S_2, să se introducă o lamă transparentă dintr-un material optic omogen şi izotrop (sau mai multe lame transparente) care să mărească drumul optic respectiv cu patru lungimi de undă λ. Locul în care se aşază această lamă (sau lamele) este indiferent; dacă însă modificarea se face pe drumul optic SS_2, atunci analiza trebuie făcută şi în funcţie de fazele celor două surse coerente de radiaţie optică.

3.21. Cele 20 de franje de interferenţă care subîntind distanţa de 13,75 mm permit calcularea cu precizie suficient de mare a valorii interfranjei, împărţind distanţa obţinută la numărul de interfranje, deci

$$i = \frac{y}{n} = \frac{13{,}75 \text{ mm}}{20} = 0{,}6875 \text{ mm}.$$

Din teoria interferenţei cu dispozitivul Young, se calculează valoarea interfranjei:

$$i = \frac{\lambda \cdot D}{d} = 0{,}6825 \text{ mm.}$$

Eroarea experimentală de măsurare a interfranjei este foarte mică datorită faptului că elevul a măsurat distanța subîntinsă de un număr mare de franje de interferență. Dacă el considera un număr și mai mare de franje, de exemplu 50 de franje, eroarea ar fi fost neglijabilă.

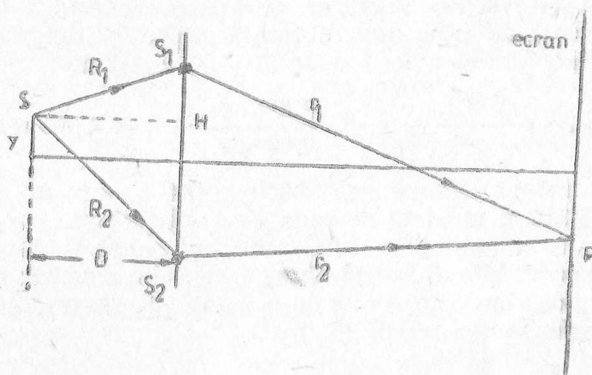


Fig. R. 3.21.

2) Reprezentarea schematică, grafică a experienței realizate de elev, fără respectarea la scară a distanțelor implicate, este arătată în figura R. 3.21, unde am presupus că sursa de radiație optică a fost deplasată către fanta S_1. Fie R_1 distanța de la sursa S la fanta S_1 și fie R_2 distanța de la sursa optică S la fanta S_2, unde, spre deosebire de experiența de la punctul 1, cele două distanțe nu mai sînt egale. Deoarece sursa de radiație S a fost deplasată către fanta S_1, vom avea $R_2 > R_1$ și deci sursele coerente S_1 și S_2 nu mai oscilează în fază, deoarece ele nu se mai află pe același front de undă al sursei S.

Diferența dintre fazele inițiale ale celor două surse S_1 și S_2 este dată de relația

$$\Delta\varphi_0 = \varphi_{01} - \varphi_{02} = k \cdot \frac{R_2 - R_1}{1} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{R_2 - R_1}{1}$$

Deoarece elevul cunoaște distanța de la sursa de radiație S la planul fantelor, egală cu $D = 2$ m, și distanța $y = 5$ mm cu care

a deplasat sursa de radiaţie, din triunghiurile dreptunghice indicate în figură, el poate calcula uşor diferenţa de drum optic $R_2 - R_1$, obţinînd

$$R_2 - R_1 = \sqrt{D^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2} = 0{,}004 \text{ mm}.$$

Observaţie. Pentru a obţine diferenţe de drum optic semnificative, distanţele trebuie exprimate în milimetri, iar calculele trebuie făcute cu precizia dată de cea de-a patra zecimală.

Diferenţa de drum optic obţinută implică o diferenţă a fazelor iniţiale ale celor două surse S_1 şi S_2 egală cu

$$\Delta\varphi_0 = \frac{R_2 - R_1}{\lambda} \cdot \pi = \frac{4\,000 \text{ nm}}{546 \text{ nm}} \cdot \pi = 7{,}326\, \pi \text{ rad},$$

ceea ce înseamnă că sursa de radiaţie optică S_1 este în avans de fază cu 7,326 π rad faţă de sursa de radiaţie optică S_2.

Faza totală a undei rezultate într-un punct de interferenţă, P, de pe ecran este diferenţa dintre fazele din punctele respective ale celor două unde provenite de la sursele S_1 şi, respectiv S_2 şi are expresia (vezi şi relaţia (8.7))

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_{10} - \varphi_{20}}{2} + \pi \cdot \frac{r_2 - r_1}{2} = 7{,}326\, \pi \text{ rad} + \frac{r_2 - r_1}{\lambda} \cdot \pi \text{ rad}.$$

Punctului P de pe ecran, în care se formează franja luminoasă de ordinul zero, îi corespunde o valoare a diferenţei de fază, $\Delta\varphi$, egală cu zero şi, conform relaţiei anterioare, o diferenţă de drum optic $r_2 - r_1$ egală cu

$$r_2 - r_1 = -7{,}326\ \lambda = k\lambda,$$

de unde se obţine valoarea lui k,

$$k = -7{,}326.$$

În concluzie, valoarea negativă a lui k arată că franja de ordinul zero s-a deplasat în jos faţă de axa de simetrie, iar deplasarea trebuie să fie egală cu 7,326 interfranje. Deci, faţă de axa de simetrie franja de interferenţă de ordinul zero se va afla la distanţa

$$= -7{,}326\, i = -7{,}326 \cdot 0{,}6825 \text{ mm} \cong -5 \text{ mm}.$$

Punerea în evidenţă, experimental, a poziţiei acestei franje se face folosind becul electric ca sursă de radiaţie exact în ace-

eaşi poziţie ca şi sursa de radiaţie cu plasmă de mercur. Deoarece becul electric emite un spectru continuu de radiaţie optică, franja centrală de ordinul zero va fi albă şi poate fi deosebită de fondul colorat care se obţine pe ecran.

Readucerea franjei de ordinul zero pe axa de simetrie a sistemului optic se poate realiza, fără a modifica distanţele implicate în experienţă sau lungimea de undă a radiaţiei optice, aşezînd în calea fasciculului de radiaţie căruia îi corespunde, la stînga fantelor, drumul optic cel mai mic, o lamă de sticlă optică cu grosimea şi indicele de refracţie alese aşa fel încît să conducă la egalizarea drumurilor optice R_1 şi R_2. De remarcat că este indiferent unde se plasează lama cu feţele plan-paralele, înaintea fantei sau după fantă.

Observaţie. Sensul de deplasare a franjei de ordinul zero este în sens invers deplasării sursei de radiaţie optică, S, şi către partea în care se plasează lama transparentă, subţire.

3) Atît radiaţia cu lungimea de undă $\lambda_1 = 546$ nm, cît şi radiaţia cu lungimea de undă $\lambda_2 = 491,4$ nm vor da naştere pe ecran la propriile lor imagini de interferenţă. Fie k_1 ordinul de interferenţă al radiaţiei cu lungimea de undă λ_1 şi fie k_2 ordinul de interferenţă al radiaţiei cu lungimea de undă λ_2, la care se realizează pentru prima dată suprapunerea franjelor de interferenţă ale celor două imagini de interferenţă. Condiţia de suprapunere se scrie sub forma

$$k_1 \cdot i_1 = k_2 \cdot i_2$$

sau

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{491,4 \text{ nm}}{546 \text{ nm}} = 0,9 = \frac{9}{10}.$$

Exceptînd suprapunerea franjelor luminoase de ordinul zero, pe axa de simetrie a sistemului optic suprapunerea franjelor celor două imagini are loc pentru ordinele $k_1 = 9$ şi , respectiv, $k_2 = 10$ şi pentru multipli întregi ai acestor numere.

Considerăm că se satisface condiţia :

$$k' \cdot i_1 = \left(k' + \frac{1}{2}\right) \cdot i_2,$$

care determină pentru k' valoarea

$$k' = \frac{i_2}{2(i_1 - i_2)} = \frac{\lambda_2}{2(\lambda_1 - \lambda_2)} \doteq 4,5;$$

$$\left(4+\frac{1}{2}\right) \cdot i_1 = 5 \cdot i_2,$$

ceea ce înseamnă că a cincea franjă întunecoasă a radiației cu lungimea de undă cea mai mare (căreia îi corespunde interfranja mai mare) se suprapune peste a cincea franjă luminoasă a radiației cu lungimea de undă cea mai mică. Distanța de axa de simetrie la care se realizează suprapunerea este

$$y' = k' \cdot i_1 = 4{,}5 \cdot 0{,}6825 \text{mm} = 3{,}07 \text{ mm}.$$

Observație. Suprapunerile interfranjelor pot să nu se realizeze exact atunci cînd rapoartele lungimilor de undă implicate nu conduc la rapoarte de numere întregi.

4) Această problemă a fost rezolvată de Fresnel încă din anul 1822, cînd, în cartea sa *Despre lumină*, a analizat toate aspectele fenomenului de interferență a luminii. Concluziile la care a ajuns Fresnel sînt (printre altele):

a) o condiție necesară pentru apariția fenomenului de interferență este ca razele de lumină care se combină să provină de la aceeași sursă luminoasă (sursa S, în cazul dispozitivului Young);

b) a doua condiție este ca razele de lumină să nu se intersecteze sub un unghi prea mare;

c) a treia condiție este ca diferența de drum optic să fie limitată la un număr mic de lungimi de undă (de ordinul zecilor în cazul dispozitivului Young).

Cînd se introduce în calea unuia dintre fasciculele de radiație optică lama de sticlă optică cu grosimea de 2 mm, se creează o diferență de drum optic foarte mare și cea de-a treia condiție a lui Fresnel nu se mai respectă. Să presupunem acum că, totuși, franja de ordinul zero s-ar forma la o anumită depărtare de axa optică, iar de o parte și de alta a ei s-ar forma imaginea de interferență. Această presupunere ar viola însă cea de-a doua condiție a lui Fresnel.

Nesatisfacerea celor două condiții Fresnel, prin introducerea unei diferențe de drum optic prea mare, face ca imaginea de interferență să nu mai apară pe ecran.

5) Prin introducerea celei de-a doua lame transparente în calea celui de-al doilea fascicul de radiație optică elevul restabilește satisfacerea tuturor celor trei condiții Fresnel. Dacă $e_1 = 2$ mm este grosimea primei lame transparente, iar e_2 este grosimea celei de-a doua lame transparente, diferența de drum optic corespunzătoare franjei centrale de ordinul zero va fi

$$e_1(n-1) - e_2(n-1) = k\lambda,$$

unde $k = y/i = 3{,}4125$ mm/0,6825 mm $= 5$. Valoarea grosimii e_2 va fi

$$e_2 = e_1 - \frac{k\lambda}{n-1} = 2\text{ mm} - \frac{5 \times 546 \cdot 10^{-6}\text{ mm}}{0{,}5} = 1{,}9945\text{ mm}.$$

Diferența dintre grosimile celor două lame (din același material optic) este deci de ordinul micrometrilor. Rezultatul descoperit de elev la acest punct se aplică de fapt experimental pentru măsurarea indicilor de refracție ai materialelor optice.

3.22. $i = y/k = 4$ mm/10 $= 0{,}4$ mm, iar distanța dintre sursele virtuale este $d = D'\theta = 250$ mm $\times 0{,}5/57{,}3 = 2{,}18$ mm. Rezultă

$$\lambda = \frac{i \cdot d}{D' + D''} = \frac{0{,}4\text{ mm} \times 2{,}18\text{ mm}}{(0{,}25 + 1)\text{ m}} = 697{,}6\text{ nm}.$$

3.23. Grosimea d a materialului detașat este egală chiar cu distanța d dintre sursele coerente virtuale, astfel încît

$$d = \frac{\lambda D'}{i} = \frac{\lambda f}{i} = \frac{500\text{ nm} \times 0{,}5\text{ m}}{0{,}5\text{ mm}} = 0{,}5\text{ mm}.$$

3.24. $\Delta y = ki = k \cdot \dfrac{\lambda(D' + D'')}{d}$, unde $k = 20$. Unghiul de deviație a razelor de lumină prin prismă, δ, poate fi aproximativ de relația $\delta = (n - 1)A$. Întrucît razele de lumină cad aproximativ perpendicular pe ecran, putem aproxima $\theta = 2\delta = 2(n - 1)A$ și deci $d = D'\theta = 2D'(n - 1) \cdot A$. Rezultă

$$y = k \cdot \frac{\lambda(D' + D'')}{2D'(n-1)A} = 20 \cdot \frac{500\text{ nm} \times (0{,}5\text{ m} + 1{,}5\text{ m})}{1\text{ m} \times (1{,}5 - 1) \times 0{,}00436} =$$

$$= \frac{20\text{ mm}}{2{,}18} = 9{,}17\text{ mm}.$$

Concluzia este că, în limita aproximațiilor, elevul a lucrat corect.

3.25. a) $e = \dfrac{k\lambda}{2(n^2 - \sin^2 i)^{1/2}} = \dfrac{k \cdot 589{,}3\text{ nm}}{2(1{,}38^2 - 3/4)^{1/2}} = 0{,}27k\ \mu\text{m}.$

b) $e = \dfrac{k\lambda}{2n \cdot \cos r} = \dfrac{k \cdot 589{,}3\text{ nm}}{2 \times 1{,}38 \times 0{,}5} = 0{,}427k\ \mu\text{m}.$

c) $e = \frac{k\lambda}{2n} = \frac{k \cdot 589{,}3\ \text{nm}}{2 \times 1{,}38} = 0{,}213\ k\ \mu\text{m}.$

3.26. $\lambda = \frac{4e(n^2 - \sin^2 i)^{1/2}}{7} = \frac{4 \times 10^{-3}\ \text{mm} \times (1{,}4^2 - 1/4)^{1/2}}{7} =$

$= 747\ \text{nm}.$

3.27. Condiţia de maxim nu este satisfăcută pentru radiaţia roşie. Condiţia de minim determină $k = 2ne/\lambda = 2 \times 1{,}35 \times$ $\times 1\ 500\ \text{nm}/675\ \text{nm} = 6$, ceea ce înseamnă că radiaţia roşie formează minime de interferenţă.

Condiţia de maxim nu este satisfăcută nici pentru culoarea albastră. Condiţia de minim pentru această radiaţie determină $k = 9$. Deci şi în cazul radiaţiei optice albastre se formează tot minime de interferenţă. Pelicula iluminată cu cele două radiaţii va apărea deci neagră.

3.28. $\alpha = \frac{\lambda}{2ni} = \frac{600\ \text{nm}}{2 \times 1{,}5 \times 0{,}5\ \text{mm}} = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{rad}.$

3.29. $e = k\lambda/2 = 11 \times 589{,}3\ \text{nm}/2 = 3241{,}2\ \text{nm} = 3{,}241\ \mu\text{m}.$

3.30. Pentru o singură fantă franjele întunecoase sînt caracterizate de relaţia $d \cdot \sin\theta = k\lambda$ şi deci $\sin\theta = k\lambda/d = 3 \times$ $\times 600\ \text{nm}/0{,}1\ \text{mm} = 0{,}018$. Distanţa cerută este $y = 50\ \text{cm} \times$ $\times \text{tg}\ \theta \cong 50\ \text{cm} \times 0{,}018 = 0{,}9\ \text{cm}$.

3.31. În lumină reflectată fenomenul de interferenţă apare ca rezultat al interacţiunii luminii reflectate pe suprafaţa convexă a lentilei cu lumina reflectată pe suprafaţa plană a lamei de sticlă.

Reflexiile la suprafeţele convexă şi plană ale stratului de aer sînt de natură diferită. Reflexia la suprafaţa convexă se produce la limita de separare a unui mediu (aerul) cu indicele de refracţie mai mic decît indicele de refracţie al mediului din care vine lumina în timp ce reflexia la suprafaţa plană se produce la limita de separare a unui mediu (sticla) cu indicele de refracţie mai mare decît indicele de refracţie al mediului din care vine lumina (aerul). În astfel de cazuri actul de reflexie însuşi implică o deplasare de fază între cele două raze reflectate corespunzător unei diferenţe de drum optic egală cu $\lambda/2$.

Condiţia ca în punctul I să se obţină un maxim de interferenţă este

$$2d \cdot \cos i + \frac{\lambda}{2} = k\lambda,\ k = 1, 2, \ldots,$$

iar condiția ca în punctul I să se producă un minim de interferență este

$$2d \cdot \cos i + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2, \; k = 0, 1,$$

Cazul în care suprafața convexă a lentilei este în contact cu suprafața plană corespunde situației $k = 0$ și în punctul respectiv se realizează un minim de interferență.

Condiția de maxim poate fi scrisă sub forma

$$2d \cdot \cos i = (2k-1)\frac{\lambda}{2}, \; k = 1, 2, ...,$$

iar condiția de minim poate fi scrisă sub forma

$$2d \cdot \cos i = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}, \; k = 0, 1, 2, ...$$

Pe de altă parte, aplicînd teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic ABC, obținem

$$BC^2 = AB^2 + (CO - AO)^2$$

sau

$$R^2 = r_k^2 + (R - d_k)^2 = r_k^2 + R^2 - 2Rd_k + d_k^2,$$

unde R este raza de curbură a suprafeței convexe a lentilei (presupusă foarte mare), r_k este raza inelului (luminos sau întunecos) de ordinul k, iar d_k este grosimea stratului de aer dintre cele două suprafețe, în locul în care se formează inelul de ordinul k

Deoarece termenul d_k^2 poate fi neglijat în raport cu termenul R^2, ultima relație ne conduce la expresia

$$r_k^2 = 2d_k R.$$

În cazul unui inel întunecos, grosimea $2d_k$ este dată de relația

$$2d_k = 2k \cdot \frac{\lambda}{2\cos i}$$

și deci

$$r_k^2 = 2k \cdot \frac{\lambda R}{2\cos i}$$

sau

$$(2r_k)^2 = 4k\lambda R \cdot \sec i, \; k = 0, 1, 2, ...$$

În cazul unui inel luminos, grosimea $2d_k$ este dată de relația

$$2d_k = (2k - 1) \cdot \frac{\lambda}{2\cos i}$$

şi deci

$$r_k^2 = (2k - 1) \cdot \frac{\lambda R}{2\cos i}$$

sau

$$(2r_k)^2 = 2(2k - 1)\,\lambda R \cdot \sec i,\ k = 1, 2, 3, \ldots$$

Concluzii. Din relaţiile obţinute deducem următoarele două legi :

1) *Legea diametrelor.* Pentru inelele luminoase (pentru maximele de interferenţă) pătratele diametrelor inelelor sînt proporţionale cu numerele impare, iar pentru inelele întunecoase (pentru minimele de interferenţă) pătratele diametrelor sînt proporţionale cu numerele pare.

2) *Legea secantelor.* Atît pentru inelele luminoase, cît şi pentru inelele întunecoase pătratul diametrului unui inel, corespunzînd unui anumit ordin de interferenţă k, creşte proporţional cu secanta unghiului de incidenţă.

3.32. Deoarece $i = 0$ (vezi problema precedentă, cu $i = 0$), rezultă

$$r_k^2 = k\lambda R,\ r_{k'}^2 = k'\lambda R \text{ şi deci } r_k^2 - r_{k'}^2 = (k - k')\lambda R.$$

3.33. Grosimea d_k a stratului de aer corespunzătoare inelului cu $k = 20$ (întunecos), va fi $d_k = k\lambda/2 = 20 \times 670$ nm$/2$ = $= 6{,}7$ µm. Rezultă

$$R = \frac{r_k^2}{2d_k} = \frac{(2{,}5\ \text{cm})^2}{2 \times 6{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{cm}} = 4\,664{,}2\ \text{cm} = 46{,}642\ \text{m}.$$

3.34. $r_3 - r_2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{\lambda R}$, deci $\sqrt{\lambda R} = (r_3 - r_2)/(\sqrt{3} - \sqrt{2})$. Se obţine

$$\Delta r = r_{21} - r_{20} = (\sqrt{21} - \sqrt{20})\sqrt{\lambda R} = \frac{\sqrt{21} - \sqrt{20}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}(r_3 - r_2) =$$

$$= 0{,}346\ \text{mm}.$$

3.35. a) $e_1 = \dfrac{dy}{D(n_1 - 1)} = 8\ \mu\text{m}$; b) $e_2 = e_1\dfrac{n_1 - 1}{n_2 - 1} = 6\ \mu\text{m}.$

3.36. $\sin\theta = (1 - l^2/L^2)^{1/2} = 0,28$.

3.37. $1/n \cdot \sin\alpha = k\lambda$, deci $\lambda = \dfrac{\sin\alpha}{kn} = \dfrac{\sin 75^\circ}{2 \times 800\ \text{mm}^{-1}} =$

$$= 603,7\ \text{nm}.$$

3.38. $\lambda = \dfrac{\sin\alpha - \sin i}{kn} = \dfrac{\sin 30^\circ - \sin 15^\circ}{1 \times 800\ \text{mm}^{-1}} \simeq 300\ \text{nm}.$

3.39. $\lambda = \dfrac{\sin\alpha + \sin i}{kn} = \dfrac{\sin 30^\circ + \sin 15^\circ}{2 \times 1\,000\ \text{mm}^{-1}} = 379,4\ \text{nm}.$

3.40. $\alpha = 30^\circ$, iar maximul de difracţie de ordinul al cin-celea nu se poate forma.

3.41. Fie $\lambda' = 700$ nm, $\lambda'' = 400$ nm, $k' = 2$ şi $k'' = 3$. Folosind formula reţelei de difracţie se obţine $\sin\alpha'/\sin\alpha'' = k'\lambda'/k''\lambda'' = 2 \times 700\ \text{nm}/3 \times 400\ \text{nm} > 1$, astfel încît $\alpha' > \alpha''$.

3.42. a) $\sin\alpha = kn\lambda = 2 \times 500\ \text{mm}^{-1} \times 500\ \text{nm} = 0,5$, deci $\alpha = 30^\circ$.

b) $k_{90^\circ} = \sin 90^\circ/n\lambda = 1/500\ \text{mm}^{-1} \times 500\ \text{nm} = 1/0,25 = 4$, deci $k_{max} = 4$.

3.43. a) $k_{90^\circ} = 1/\lambda n = 1/536,6\ \text{nm} \times 1\,800\ \text{mm}^{-1} = 1,035$, ceea ce implică $k_{max} = 1$ şi $K_{max} = 2k_{max} + 1 = 3$; b) $\lambda' = k\lambda/k' = \dfrac{536,5\ \text{nm}}{2} = 268,3\ \text{nm}$; c) $k'_{90^\circ} = 1/\lambda' n = 2/\lambda n = 2k_{90^\circ} =$

$= 2,07$, ceea ce implică $k'_{max} = 2$ şi $K'_{max} = 2k'_{max} + 1 = 5$.

3.44. $\sin\alpha = 2\lambda n = 2 \times 536,6\ \text{nm} \times 900\ \text{mm}^{-1} = 0,96588$, ceea ce implică $\alpha = 75^\circ$; b) există două posibilităţi şi anume ca unghiul de difracţie de 75° să fie de aceeaşi parte a normalei ca şi unghiul de incidenţă de 15° sau ca unghiul de difracţie de 75° să fie de cealaltă parte a normalei la reţea, în punctul de incidenţă. În primul caz se obţine

$\lambda' = \dfrac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{kn} = 680,38\ \text{nm}$, iar în al doilea caz se obţine

$$\lambda'' = \frac{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}{kn} = 392,82\ \text{nm}.$$

3.45. a) Unghiul sub care se formează maximul luminos de ordinul zero este egal, în valoare absolută, cu unghiul de incidenţă, pentru situaţia dată avînd valoarea de 15°; b) există două

posibilități și anume ca unghiul de difracție sub care se formează maximul luminos de ordinul al doilea să fie de aceeași parte a normalei la rețea sau de cealaltă parte față de unghiul de incidență. În primul caz se obține

$$\sin\alpha' = kn\lambda - \sin 15° = 400\ \text{mm}^{-1} \times 2 \times 420\ \text{nm} - 0{,}2588 = 0{,}336 - 0{,}2588 = 0{,}0772, \text{ ceea ce implică } \alpha'_2 = 4{,}427°.$$

În cel de-al doilea caz se obține

$$\sin\alpha'' = kn\lambda + \sin 15° = 400\ \text{mm}^{-1} \times 2 \times 420\ \text{nm} + 0{,}2588 = 0{,}336 + 0{,}2588 = 0{,}5948, \text{ ceea ce implică } \alpha'' = 35{,}5°.$$

c) $K_{max} = k'_{max} + k''_{max} + 1 = 7 + 4 + 1 = 12.$

3.46. a) $\lambda' = \dfrac{\sin\alpha - \sin i}{kn} = \dfrac{\sin 60° - \sin 15°}{2 \times 200\ \text{mm}^{-1}} = 915\ \text{nm};$

b) $\lambda'' = \dfrac{\sin\alpha + \sin i}{kn} = \dfrac{\sin 60° + \sin 15°}{2 \times 200\ \text{mm}^{-1}} = 3\,415\ \text{nm};$

c) $K'_{max} = 11$ și $K''_{max} = 3.$

3.47. a) $\sin i = \dfrac{kn\lambda}{2} = n\lambda = 10^6\ \text{m}^{-1} \times 500\ \text{nm} = 0{,}5$ și deci $i = 30°;$

b) $k'_{90°} = \dfrac{\sin 90° + \sin i}{n\lambda} = \dfrac{\sin 90° + \sin 30°}{10^6\ \text{m}^{-1} \times 500\ \text{nm}} = \dfrac{1{,}5}{0{,}5} = 3$ și

$$k''_{90°} = \frac{\sin 90° - \sin i}{n\lambda} = \frac{\sin 90° - \sin 30°}{10^6\ \text{m}^{-1} \times 500\ \text{nm}} = \frac{0{,}5}{0{,}5} = 1.$$

Rezultă

$$K_{max} = k'_{max} + k''_{max} + 1 = 3 + 1 + 1 = 5.$$

3.48. a) $\lambda' = \dfrac{\sin 30° + \sin 45°}{2n} = 1\,207\ \text{nm},$

$$\lambda'' = \frac{\sin 60° - \sin 45°}{2n} = 159\ \text{nm}.$$

b) $y' = f \cdot \text{tg}\ 30° = 1\text{m} \times 0{,}577 = 0{,}577\ \text{m},$
$y'' = f \cdot \text{tg}\ 60° = 1\text{m} \times 1{,}732 = 1{,}732\ \text{m},$
$y = y' + y'' = 0{,}577\ \text{m} + 1{,}732\ \text{m} = 2{,}309\ \text{m}.$

c) Ordinul doi și respectiv ordinul douăzeci și unu în cazul radiației cu lungimea de undă de 1 207 nm și, respectiv, ordinul 8 și ordinul douăzeci și cinci în cazul radiației cu lungimea de undă de 159 nm.

Observație. Practic nu poate exista o asemenea rețea de difracție care să funcționeze, cu rezultate mulțumitoare, atît în infraroșu cît și în ultraviolet.

3.49. $\lambda' = \frac{k\lambda}{k'} = \frac{2\lambda}{3} = 460$ nm, indiferent de rețea și de unghiul de incidență, cu condiția ca maximele respective să poată apărea.

3.50. Folosind formula de calcul a lungimii de undă cu ajutorul rețelei de difracție se obține

$$\lambda = \frac{x}{kfn} = \frac{10 \text{ cm}}{1 \times 1 \text{ m} \times 200 \text{ mm}^{-1}} = 500 \text{ nm}.$$

3.51. a) $\sin\alpha = \frac{k\lambda}{l} = \frac{2 \times 650 \text{ nm}}{10^4 \text{ nm}} = 0{,}13;$

b) $y = f \cdot \text{tg}\alpha \cong f \cdot \sin\alpha = 0{,}25 \text{ m} \times 0{,}26 = 6{,}5$ cm.

c) $K_{max} = 2k_{max} + 1 = 15 + 15 + 1 = 31$. Nu toate aceste maxime se pot observa, deoarece intensitatea luminoasă scade foarte mult cu creșterea ordinului de difracție.

3.52. a) $k_{90^\circ} = \frac{1}{\lambda_n} = \frac{1}{590 \text{ nm} \times 500 \text{ mm}^{-1}} = 3{,}39$ și deci $k_{max} = 3$, ceea ce implică $K_{max} = 2k_{max} + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$.

b) În acest caz se obține $k'_{max} = 5$ și $K_{max} = k'_{max} + k''_{max} + 1 = 5 + 1 + 1 = 7$.

3.53. a) $\sin\alpha_{min} = \lambda_{min} \cdot n = 380 \text{ nm} \times 1200 \text{ mm}^{-1} = 0{,}456$, ceea ce implică $\alpha_{min} = 27{,}13^\circ$. De asemenea, $\sin\alpha_{max} = \lambda_{max} \cdot n = 760 \text{ nm} \times 1\,200 \text{ mm}^{-1} = 0{,}912$, ceea ce implică $\alpha_{max} = 65{,}78^\circ$. Lărgimea unghiulară a spectrului de ordinul întîi va fi $\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min} = 65{,}78^\circ - 27{,}13^\circ = 38{,}65^\circ$.

b) $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nk = nLk = 1{,}2 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-1} \times 4 \text{ cm} \times k = 4{,}8 \cdot 10^4 k$ și crește proporțional cu ordinul de difracție k.

c) Puterea de separare maximă este dată de relația $2L/\lambda$, ceea ce, pentru $\lambda = 500$ nm, implică $\frac{2L}{\lambda} = \frac{2 \times 4 \text{ cm}}{500 \text{ nm}} = 1{,}6 \cdot 10^5$.

3.54. a) Cele cinci maxime luminoase trebuie să se afle de aceeași parte a normalei la rețea ca și unghiul de incidență. Efectuînd calculele pentru această situație se obține

$$388,89 \text{ nm} < \lambda' < 466,67 \text{ nm}.$$

Celelalte două maxime luminoase trebuie să se formeze de cealaltă parte a normalei la rețea față de unghiul de incidență. Efectuînd calculele și pentru această situație, se obține

$$333,33 \text{ nm} < \lambda'' < 500 \text{ nm}.$$

Domeniul comun se obține prin intersecția celor două domenii obținute, deci

$$388,89 \text{ nm} < \lambda < 466,67 \text{ nm}.$$

b) $K_{max} = k'_{max} + k''_{max} + 1 = 7.$

3.55. a) $\lambda' = \dfrac{x'}{kfn} = \dfrac{10 \text{ cm}}{\times 1\text{m} \times 125 \text{ mm}^{-1}} = 400 \text{ nm}$;

b) $\lambda'' = \dfrac{x''}{k''fn} = \dfrac{7,5 \text{ cm}}{1 \times 1\text{m} \times 125 \text{ mm}^{-1}} = 600 \text{ nm}$;

c) Maximul luminos de ordinul întîi cel mai îndepărtat de axa optică a rețelei de difracție corespunde radiației roșii cu lungimea de undă $\lambda_r = 760$ nm. Distanța la care se formează acest maxim este

$$x_r = fn\lambda_r = 1 \text{ m} \times 125 \text{ mm}^{-1} \times 760 \text{ nm} = 9,5 \text{ cm}.$$

Maximul luminos de ordinul al doilea cel mai apropiat de axa optică a rețelei de difracție corespunde radiației violete cu lungimea de undă $\lambda_v = 380$ nm. Distanța la care se formează acest maxim este

$$x_v = 2fn\lambda_v = 2 \times 1 \text{ m} \times 125 \text{ mm}^{-1} \times 380 \text{ nm} = 9,5 \text{ cm}.$$

Deoarece $\Delta x = x_r - x_v = 0$, rezultă că maximul luminos de ordinul întîi obținut în lumina albă considerată se continuă cu maximul luminos de ordinul al doilea, după care începe suprapunerea maximelor de difracție. Rezultatul obținut implică însă aproximațiile făcute.

3.56. a) $\lambda = \dfrac{l \cdot \sin\alpha}{k} = \dfrac{1,52 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \times \sin 45^\circ}{2} = 537,4 \text{ nm}$;

b) $x = x_1 \cdot \dot{=} x_2 \cdot = f n \lambda \cdot = 2 f n \lambda \cdot =$

$$= 1 \text{ m} \times \frac{1}{1{,}52 \cdot 10^{-3} \text{ mm}} 760 \cdot 10^{-6} \text{ mm} = 0{,}5 \text{ m}.$$

3.57 Folosind legea lui Brewster $\operatorname{tg} i_B = n_2/n_1$ cu $n_2 = \sqrt{3}$ și $n_1 = 1$ se obține $\operatorname{tg} i_B = \sqrt{3}$, ceea ce implică $i_B = 60°$.

3.58 Folosind legea lui Malus $I_t = I_0 \cos^2\theta$ se obține

$$I_t = I_0 \cos^2 30° = 0{,}75 I_0,$$

ceea ce înseamnă că fracțiunea din lumina incidentă transmisă este de 75 %.

3.59 Fracțiunea din intensitatea luminii incidente nepolarizată transmisă de sistem este egală cu $\frac{1}{8}(\alpha + \beta)^2$. Cînd lumina incidentă este plan-polarizată analiza devine foarte complicată.

3.60. Deoarece primul polaroid poate transmite numai 32% din intensitatea luminii incidente, nepolarizate, iar cel de-al doilea polaroid poate transmite numai 64% din intensitatea luminii incidente nepolarizate, cînd acționează singuri, sistemul celor doi polaroizi va transmite intensitatea I_t, dată de relația

$$I_t = 0{,}32 \times 0{,}64 \times I_0 = 0{,}21 I_0,$$

iar fracțiunea din lumina incidentă transmisă este de 21%.

Capitolul 4

Observație importantă. Formarea imaginilor de către componentele optice și sistemele optice este analizată de noi folosind *convenția fizică* de semne. Cititorul poate folosi însă și convenția geometrică de semne, rezultatele fiind aceleași.

4.13. a) Conform legii reflexiei, unghiul de reflexie este egal, în valoare absolută, cu unghiul de incidență și deci fasciculul de lumină este reflectat după direcția care face unghiul de 60° cu normala la suprafața reflectătoare; b) conform legii refracției unghiul de refracție este $\sin r = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin i = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin 60° = \frac{1}{2}$ și deci $r = 30°$.

4.14. Unghiul de deviație minimă este dat de relația $\sin i_l = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ și deci $i_l = 45°$, ceea ce implică $45° \leqslant i \leqslant 90°$.

4.15. $\sin i_l = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ și deci $i_l = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$, ceea ce implică $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3} \leqslant i \leqslant 90°$.

4.16. a) Conform relației (4.6) se obține $f_1 = R \cdot \frac{n_1}{n_2 - n_1} = -16$ cm și $f_2 = R \cdot \frac{n_2}{n_2 - n_1} = -24$ cm; b) $x_2 =$

$$= \frac{n_2 R x_1}{(n_2 - n_1)x_1 - n_1 R} = -9{,}23 \text{ cm}.$$

Ambele distanțe focale sînt negative, ceea ce înseamnă că sistemul este divergent, iar imaginea este virtuală.

4.17. a) $f_1 = R \cdot \frac{n_1}{n_2 - n_1} = 20$ cm și $f_2 = R \cdot \frac{n_2}{n_2 - n_1} =$ $= 30$ cm;

b) $x_2 = \frac{n_2 R x_1}{(n_2 - n_1)x_1 - n_2 R} = 60$ cm.

Ambele distanțe focale sînt pozitive, ceea ce înseamnă că sistemul este convergent, iar imaginea este reală.

4.18. a) $f_1 = 5$ cm și $f_2 = 8$ cm (sistem convergent); b) $x_2 =$ $= 16$ cm (imagine reală); c) $\beta = -\frac{n_1 x_2}{n_2 x_1} = -1$.

4.19. a) $f_1 = -5{,}6$ cm și $f_2 = -8{,}4$ cm; b) $x_2 = -5{,}85$ cm (imagine virtuală); c) $y_2 = \beta y_1 = 0{,}5$ cm.

4.20. a) $f_1' = 4$ cm și $f'_2 = 6{,}4$ cm, respectiv $f''_1 = 6{,}4$ cm și $f''_2 = 4$ cm (dioptri convergenți); b) $x'_2 = 12{,}8$ cm; c) $x''_2 =$ $= 2{,}45$ cm; d) $\beta' = -1$ și $\beta'' = -0{,}892$, astfel încît $y_f = \beta' \beta'' y_1 =$ $= 0{,}784$ cm.

4.21. a) $x_1 = f_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1} = 8$ cm; b) $x_2 =$

$$= \frac{n_1 R x_2}{(n_2 - n_1)x_2 - n_2 R} = 32 \text{ cm};$$

c) $x_1' = -4$ cm (nu se poate, sau obiectul trebuie să fie virtual)

4.22. $n_1 = \frac{n_2 - n_1}{R} \cdot x_1 - \frac{n_2}{x_2} \cdot x_1 = 1,1.$

4.23. $x_2 = \frac{n_2 R x_1}{(n_2 - n_1)x_1 - n_2 R} = -\ 8,57$ cm, iar $y_2 =$

$= -\ \frac{n_1 x_2}{n_2 x_1} \cdot y_1 = 0,28$mm.

4.24. $(n_2 - n_1)x_2 - n_2 R = 0$, ceea ce implică $n_2 = 2n_1 = 2$.

4.25. Fie L lungimea barei. Față de suprafața plană, obiectul se află la distanța $x_1' = L/2 = 20$ cm, iar imaginea dată de dioptrul plan se formează la distanța $x'_2 = -12,5$ cm (deci în interiorul barei). Folosind relația (4.4), unde n_1 este indicele de refracție al barei, iar $n_2 = 1$ este indicele de refracție al aerului, rezultă $n_1 = -\ \frac{x'_1 n_2}{x'_2} = \frac{20}{12,5} = 1,6$. Poziția imaginii dată de dioptrul sferic va fi $x''_2 = \frac{n_1 R x''_1}{(n_2 - n_1)x''_1 - n_1 R} = -\ 33,3(3)$ cm, ceea ce înseamnă că imaginea este virtuală și se formează în interiorul barei de sticlă optică.

4.26. Dacă se trasează mersul razelor de lumină, se constată că imaginea este virtuală și mai aproape de suprafața apei cu distanța SS', unde S este poziția obiectului, iar S' este poziția imaginii.
Notînd cu $h = 1$ m adîncimea apei, se obține (pentru cazul cînd observarea se face sub unghiul $i = 30°$)

$$SS' = h\left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{n^2_{21} - \sin^2 i}}\right) = 0,3 \text{ m}.$$

Adîncimea aparentă a obiectului va fi $h' = h - SS' = 0,7$ m.

b) Cînd observarea se face după direcția normalei, se obține

$$SS'' = h(1 - 1/n_{21}) = 0,25 \text{ m},$$

iar adîncimea aparentă a obiectului va fi $h'' = h - SS'' = 0,75$ m.

4.27. Pentru ca sursa punctiformă de lumină să nu mai poată fi observată de un observator aflat în aer trebuie ca razele de lumină să fie incidente pe suprafața apei sub un unghi mai mare sau cel mult egal cu unghiul de reflexie totală i_l. Din condiția de reflexie totală și aplicînd teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic SOR din figura R. 4.27, se obține

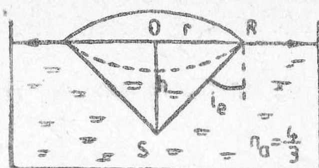


Fig. R. 4.27.

$$r = \frac{h}{\sqrt{n^2_{apa}-1}} = 1,13 \text{ m}.$$

4.28. Se rezolvă exact ca problema precedentă iar rezultatul este $r = 9$ m.

4.29. a) Distanța Δ dintre direcția razei incidente și direcția razei emergente este (considerînd $i = 60°$ unghiul de incidență):

$$\Delta = d \cdot \sin i\left(1 - \sqrt{\frac{1-\sin^2 i}{n^2_{21} - \sin^2 i}}\right) = 5 \text{ cm}.$$

b) Distanța h' față de suprafața blocului de sticlă din partea obiectului la care observatorul observă imaginea este

$$h' = h - SS' = h - d\left(1 - \sqrt{\frac{1-\sin^2 i}{n^2_{21} - \sin^2 i}}\right) = 0,46 \text{ m}.$$

c) În acest caz $i = 0°$ și deci

$$h'' = h - SS'' = h - d(1 - 1/n_{21}) = 0,46(6) \text{ m}.$$

4.30. a) Aplicînd succesiv legea refracției și ținînd seama de figura alăturată se obține $n_0 \sin i_0 = n_1 \sin r_1 = n_2 \sin r_2 = n_0 \sin i_e$, ceea ce implică $i_e = i_0 = 30°$.

b) Deviația totală Δ este suma deviațiilor parțiale Δ_1 și Δ_2, deci $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$. Se obține

$$\Delta = d_1 \sin i_0\left(1 - \sqrt{\frac{1-\sin^2 i_0}{n^2_{10} - \sin^2 i_0}}\right) + d_2 \sin i_0\left(1 - \sqrt{\frac{1-\sin^2 i_0}{n^2_{20} - \sin^2 i_0}}\right) =$$

$$= 2,6 \text{ cm}.$$

c) Conform figurii 4.6, imaginea se va forma în punctul S', mai aproape cu distanța SS' față de suprafața superioară a primei lame. Rezultă

$$SS' = \frac{\Delta}{\sin i_1} = 5,2 \text{ cm}.$$

Atît deviația Δ, cît și poziția imaginii nu depind de distanța dintre cele două plăci plan-paralele și paralele între ele.

4.31. a) Aplicînd succesiv legea refracției la suprafețele de separare dintre mediile optice considerate rezultă $n_0 \sin i_1 =$

$= n_1 \sin r_1 = n_2 \sin r_2 = \ldots = n_k \sin i_k = \ldots = n_0 \sin i_e$, ceea ce implică egalitatea unghiului de emergență cu unghiul de incidență, adică $i_e = i_0$. Pentru cazul particular se obține $i_e = 45°$

b) Deviația totală este dată de suma deviațiilor parțiale Δ_1, Δ_2, Δ_3, ..., Δ_k, deci

$$\Delta = d_1 \sin i_0 \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i_0}{n_1^2 - \sin^2 i_0}}\right) + d_2 \sin i_0 \left(1 + \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i_0}{n^2 - \sin^2 i_0}}\right) +$$

$$+ \ldots + d_k \sin i_0 \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i_0}{n_k^2 - \sin^2 i_0}}\right).$$

Pentru cazul particular, după efectuarea calculelor, se obține $\Delta = 1{,}645$ cm $+ 2{,}96$ cm $+ 4{,}146$ cm $= 8{,}75$ cm

c) Distanța SS' dintre poziția S a obiectului luminos punctiform și poziția S' a imaginii punctiforme este dată de relația

$$SS' = d_1 \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i_0}{n_1^2 - \sin^2 i_0}}\right) + d_2 \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i_0}{n^2 - \sin^2 i_0}}\right) + \ldots$$

Pentru cazul particular considerat, după efectuarea calculelor se obține $SS' = 12{,}38$ cm

4.32. Vezi *Optică pentru tehnicieni* (autori E. Toader și V. Spulber) pag. 55—58, Ed. Tehnică, București, 1985.

4.33. Se pleacă de la legea refracției la cele două suprafețe plane ale prismei (două relații) și de la relațiile dintre unghiuri (două relații). Rezolvînd sistemul de patru ecuații, se obține expresia dată

4.34. Se pleacă de la relațiile $\sin r_1 = \sin i_1/n$, $A = r_1 + r_2$ și $\sin i_2 = n \cdot \sin r_2$. Considerînd $\sin A = \sin (r_1 + r_2)$, se dezvoltă relația, se ridică la pătrat și se înlocuiește funcția cosinus prin sinus, folosindu-se și relația $\cos A = \cos r_1 \cos r_2 - \sin r_1 \sin r_2$. A doua relație se obține pornind de la expresia $\sin i_1 = n \cdot \sin(A - r_1)$.

4.35. Se aplică legea refracției la cele două suprafețe plane ale prismei și condiția de reflexie totală pe cea de a doua față a prismei. Ținînd seama și de relația dintre unghiuri $A = r_1 + {}$ $+ \quad = r + i$, se obține relația cerută.

4.36. a) $i = 30°$; b) $i_1 = 45°$; c) $21{,}47° \le i_1 \le 90°$.

4.37. a) $A = 60°$; b) $1 < n \le 2$.

4.38 a) $i_1 < 45°$; b) $A < 90°$

Fig. R. 4.39.

4.39. Referindu-se la figura R. 4.39 şi ţinînd seama de faptul că $A = 60°$ şi $\delta_m = 60°$, se obţine $n = \frac{\sin[(\delta_m + A)/2]}{\sin(A/2)} = \sqrt{3}$, iar $i_1 = \frac{\delta_m + A}{2} = 60°$. Cînd se arginteazǎ cea de a doua faţă a prismei, raza de lumină este incidentă, în prismă, pe această faţă sub unghiul de 30° şi deci se reflectă tot sub unghiul de 30°. La limita de separare dintre cele două prisme raza este incidentă sub unghiul de 30° şi se refractă în cea de a doua prismă sub unghiul de refracţie de 45°. Rezultă că raza părăseşte cea de a doua prismă perpendicular pe suprafaţa acesteia. Pentru a se produce reflexia totală la limita de contact dintre cele două prisme indicele de refracţie al celei de a doua prisme trebuie să fie mai mic sau egal cu $\sqrt{3}/2$ (imposibil !).

4.40. a) Feţele celor două prisme trebuie să fie paralele două cîte două, b) distanţa Δ dintre direcţia razei incidente şi direcţia razei emergente este dată de relaţia

$$\Delta = 2d\left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i_1}{n^2 - \sin^2 i_1}}\right).$$

c) Alegerea punctului de incidenţă a razei de lumină pe suprafaţa primei prisme nu are nici o influenţă asupra rezultatului obţinut.

Capitolul 5

5.1. Se consideră cunoscute expresiile (4.6) şi (4.8), care, adaptate oglinzilor, trebuie să îndeplinească condiţia formală $n_1 = -n_2$, situaţie în care se obţine fie relaţia (5.1), în cazul convenţiei fizice de semne, fie relaţia (5.5), în cazul convenţiei geometrice de semne. În cazul oglinzilor plane se consideră $R = \infty$, ceea ce implică $x_2 = x_1$ (convenţia fizică) sau $x_2 = -x_1$ (convenţia geometrică).

Expresia măririi liniare se obţine din relaţiile (4.7), sau (4.9) considerînd, tot formal, $n_1 = -n_2$.

5.2. Vezi *Optică pentru tehnicieni* (autori E.Toader și V. Spulber), Editura Tehnică, București 1985, pag. 141-151

5.3. Toate imaginile date de oglinzi pot fi fotografiate, modul de fotografiere depinzînd de faptul că imaginile pot fi fie reale, fie virtuale.

5.4. Oglinzile plane formează numai imagini virtuale, care se află în spațiul imagine, distanța de la imagine la oglindă fiind egală cu distanța de la obiect la oglindă. Dacă obiectul s-a îndepărtat (sau s-a apropiat) de oglindă cu 10 cm, imaginea s-a îndepărtat (sau s-a apropiat) de oglindă tot cu 10 cm. Se obține : a) $x_2=60$ cm, b) $x_2=40$ cm. Dacă x_1 este distanța inițială de la obiect la oglindă, iar a este variația distanței de la obiect la oglindă, imaginea se va obține la distanța x_2, dată de relația $x_2=x_1\pm a$. În cazul a distanța de la imagine la obiect va fi de 120 cm, iar în cazul b distanța de la imagine la obiect va fi de 80 cm. În general $D=2(x_1\pm a)$.

5.5. Rotirea cu unghiul α a oglinzii implică variația unghiului de incidență tot cu unghiul α, ceea ce conduce și la variația unghiului de reflexie cu unghiul α. Față de situația inițială, raza reflectată face cu raza incidentă un unghi care este cu 2α mai mare decît unghiul inițial și nu depinde de mărimea acestuia (cu condiția ca reflexia să fie posibilă).

5.6. În absența curentului electric prin galvanometru, raza este incidentă normal pe oglinda galvanometrului, iar unghiul de reflexie este egal cu zero, spotul luminos indicînd un anumit reper pe scala gradată (care de regulă este diviziunea zero). Fie $x=1$ m distanța de la scala gradată la oglindă, α unghiul cu care se rotește oglinda și Δy distanța pe scală cu care s-a deplasat spotul luminos. Rezultatul obținut la problema precedentă ne permite să scriem

$$\Delta y = x \cdot \mathrm{tg}\, 2\alpha = 1 \text{ m} \times \mathrm{tg}\, 30° = \frac{1 \text{ m}}{\sqrt{3}} = 0,577 \text{ m}.$$

5.7. Conform reprezentării grafice a mersului razelor de lumină, dată în figura R.5.7, și ținînd seama de notațiile făcute, din asemănarea triunghiurilor OIH și $OA'M$, se obține

$$IH = \frac{OH}{OM} \cdot A'M \quad \text{sau} \quad \frac{l}{2} = \frac{d}{d+x} \cdot \frac{L}{2}$$

și deci lățimea l a oglinzii va fi

$$l = L \cdot \frac{d}{d+x} = 18,4 \text{ cm}.$$

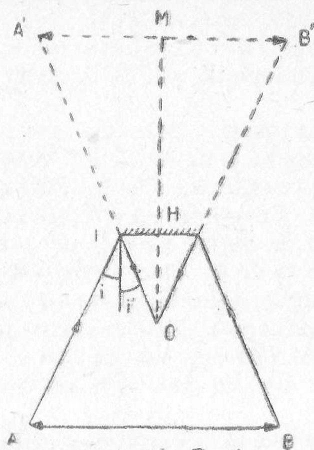


Fig. R. 5.9.

5.8. Distanța aparentă a obiectului luminos punctiform față de oglinda plană, în prezența materialului transparent cu grosimea $d = 0,2$ m și indicele de refracție $n = 1,5$ va fi $x'_1 = x_1 - d\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 93,34$ cm, ceea ce înseamnă că imaginea virtuală se va forma la distanța de 93,34 cm față de oglindă.

5.9. Conform reprezentării schematice din figura R.5.9 distanța dintre pacient și oglindă trebuie să fie de 2,5 m. Folosind asemănarea triunghiurilor se determină înălțimea h, față de podea, a marginii de jos a oglinzii și anume $h = 1,53$ m.

Tot din asemănarea triunghiurilor se obține înălțimea oglinzii ca fiind egală cu 0,209 m. Lățimea $2IH$ a oglinzii rezultă din figura R.5.9. și este $2IH = OH \cdot \frac{A'B'}{OM} = 7,5$ cm.

5.10. a) Se formează trei imagini care se află pe un cerc; b) Pentru două imagini se consideră numai o singură reflexie, iar pentru cea de a treia imagine se consideră reflexiile succesive pe cele două oglinzi plane.

5.11. Distanța x_1 de la obiect la fiecare dintre cele două oglinzi este $x_1 = 10$ cm $\cdot \sin 30° = 5$ cm. Primele două imagini se formează la distanța de 5 cm de oglinzile respective, iar ultimele două imagini se formează la distanța de 10 cm.

5.12. Față de oglinda care se află la 5 cm de obiect, imaginile se formează la distanțele de 10 cm, 40 cm și 50 cm,. iar față de cealaltă oglindă imaginile se formează la distanțele de 20 cm, 30 cm și respectiv 60 cm.

5.13. Fie $d = 0,5$ mm diametrul fibrei optice, $i_0 = 45°$ unghiul de incidență pe suprafața plană a fibrei optice; r_0 unghiul de refracție, $i = 90° - r_0$ unghiul de incidență pe suprafața cilindrică a fibrei optice și $N = 9$ numărul de reflexii succesive pe suprafața

cilindrică a fibrei optice. Distanţa L străbătută de raza de lumină de-a lungul fibrei optice va fi

$$L = \frac{d}{2 \cdot \operatorname{tg} r_c} + Nd \operatorname{tg}(90^\circ - r_0) = \frac{0{,}5 \text{ mm}}{2 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ} + 9 \times$$

$$\times 0{,}5 \text{ mm} \times \operatorname{tg} 60^\circ = 9{,}5 \times \sqrt{3} \times 0{,}5 \text{ mm} = 8{,}2 \text{ mm}.$$

5.14. Fie o reprezentare grafică în care raza de lumină care se reflectă succesiv pe cele două oglinzi, care fac între ele unghiul diedru α, este paralelă cu axa de simetrie şi fie $j = 1, 2, 3$ ordinul reflexiei. Unghiul de incidenţă i_j se micşorează, progresiv, la fiecare reflexie succesivă, cu de două ori unghiul conului. Dacă propagarea se face dinspre capătul mic al conului, unghiul de incidenţă creşte cu 2α la fiecare reflexie succesivă.

5.15. Imagine reală, răsturnată, de patru ori mai mare decît obiectul şi aşezată la distanţa de 16 cm în faţa oglinzii.

5.16. Imagine virtuală, dreaptă, de trei ori mai mare decît obiectul şi aşezată la distanţa de 60 cm în spatele oglinzii. În timp ce, în cazul problemei precedente, imaginea se obţinea în spaţiul obiect, la intersecţia razelor de lumină reflectate, acum imaginea se obţine în spaţiul imagine, la intersecţia prelungirilor razelor de lumină reflectate, astfel încît poate fi văzută direct cu ochiul liber. Reprezentarea grafică evidenţiază şi mai clar deosebirile dintre cele două imagini.

5.17. Obiectul trebuie aşezat în faţa oglinzii concave, perpendicular pe axa optică şi la distanţa de 180 cm de oglindă.

5.18. Persoana trebuie să se afle la distanţa de 45 cm în faţa oglinzii sferice concave, deci între focar şi oglindă.

5.19. Obiectul trebuie aşezat în faţa oglinzii concave, perpendicular pe axa optică şi la distanţa de 2,7 m de oglindă, deci între focar şi centrul de curbură ale oglinzii.

5.20. Imagine reală, răsturnată, mai mare ca obiectul, situată în faţa oglinzii, dincolo de centrul de curbură, distanţa de la imagine la oglindă fiind egală cu 6 m, iar înălţimea imaginii fiind egală cu 10 cm.

5.21. Imagine virtuală, dreaptă, mai mare ca obiectul şi situată în spatele oglinzii (în spaţiul imagine), la distanţa de 0,5 m de oglindă. Valoarea măririi liniare este +2.

5.22. Imagine reală, răsturnată, mai mare ca obiectul şi situată în faţa oglinzii (în spaţiul obiect), la distanţa de 0,6 m de oglindă (dincolo de centrul de curbură). Înălţimea imaginii este de 12 cm.

5.23. Imagine reală, răsturnată, mai mare ca obiectul și situată în fața oglinzii (în spațiul obiect), la distanța de 1,8 m de oglindă (dincolo de centrul de curbură). Înălțimea imaginii este de 10 cm, iar valoarea măririi liniare este —2.

5.24. a) La infinit; b) la 50 cm în fața oglinzii; c) la 200 cm în fața oglinzii; d) la 30 cm în fața oglinzii; e) nu se poate; f) la 80 cm în fața oglinzii; g) nu se poate.

5.25. a) Imagine reală, răsturnată, mai mică decît obiectul și situată între focar și centrul de curbură. b) Distanța de la imagine la oglindă este de 1,25 m, înălțimea imaginii este de 2,5 cm, iar valoarea măririi liniare este de —0,25. c) Mărimea imaginii finale este de 2,5 cm, imaginea aflîndu-se la distanța de 25 cm de axa optică și fiind paralelă cu axa optică (imagine reală).

5.26. Deoarece imaginea se obține pe ecran, este o imagine reală, iar distanța maximă de la axa optică la circumferința discului luminos imagine este de 8,02 m.

5.27. Pentru ca imaginile date de o aceeași oglindă, pentru două poziții diferite ale obiectului față de oglindă, să aibă aceeași mărime trebuie ca una dintre imagini să fie reală, iar alta să fie virtuală. Prima concluzie este că oglinda trebuie să fie concavă. Folosind formula oglinzilor pentru cele două situații și ținînd seama de condiția impusă, se obține $f = 10,5$ cm.

5.28. Deoarece imaginea trebuie să fie reală, oglinda este concavă. Folosind formula gaussiană a oglinzilor și expresia măririi liniare, se obține raza de curbură $R = 6,4$ m (deci $f = 3,2$ m) și $x_1 = 4$ m.

5.29. Deoarece imaginea este virtuală și mai mare ca obiectul, trebuie folosită o oglindă concavă. Folosind formula gaussiană a oglinzilor și expresia măririi liniare se obține $R = 66,6$ cm.

5.30. Obiectul trebuie să fie așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 30 cm de vîrful oglinzii, iar imaginea se obține la distanța de 60 cm de vîrful oglinzii, în spațiul obiect.

5.31. Folosind formula gaussiană a oglinzilor și expresia măririi liniare se obține : a) $x_1 = 10$ cm ; b) $x_1 = 30$ cm ; c) $x_1 = 40$ cm. Pozițiile imaginilor rezultă imediat.

5.32. a) Imaginea este reală și mai mică decît obiectul, latura imaginii sub forma de cadru pătratic fiind de 3,43 cm, ceea ce implică $A = 11,75$ cm^2. b) Deoarece obiectul se află în centrul de curbură, imaginea se va forma tot în centrul de curbură al oglinzii, va fi egală cu obiectul și va avea aria $A = 64$ cm^2. c) Imaginea este reală și mai mare ca obiectul, latura imaginii,

sub forma de cadru pătratic, fiind de 24 cm, ceea ce implică $A =$ $= 576$ cm^2.

5.33. Vezi *Optică pentru tehnicieni* (autori E. Toader și V. Spulber) Editura Tehnică, București 1985, pag. 148.

5.34. Imagine virtuală, dreaptă, situată în spațiul imagine. Distanța de la imagine la oglindă este de 9 cm, iar înălțimea imaginii este de 4,2 cm.

5.35. Imagine virtuală, dreaptă, mai mică decît obiectul și situată în spațiul imagine. Distanța de la imagine la oglindă este de 12 cm, iar înălțimea imaginii este de 2,4 cm.

5.36. Deoarece imaginea virtuală trebuie să fie mai mică decît obiectul, oglinda trebuie să fie convexă. Folosind formula gaussiană a oglinzilor și expresia măririi liniare, se obține $R =$ $= 7,5$ cm.

5.37. Folosind formula gaussiană a oglinzilor și expresia măririi liniare, se obține $f = -20$ cm și $x_2 = 16,67$ cm.

5.38. Imagine virtuală, dreaptă, situată în spațiul imagine și mai mică decît obiectul. Distanța de la imagine la oglindă este de 6,67 cm, iar înălțimea imaginii este de 4,0 cm.

5.39. Sfera șlefuită se comportă ca o oglindă sferică convexă, cu raza de curbură de 10 cm. Folosind formula gaussiană a oglinzilor și expresia măririi liniare se obține că imaginea virtuală se formează în spațiul imagine, la distanța de 5 cm de vîrful oglinzii, iar diametrul imaginii este de 0,46 mm.

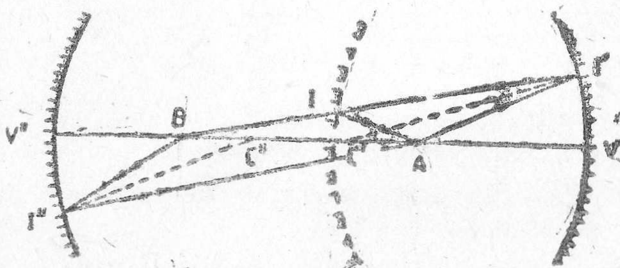


Fig. R. 5.40.

5.40 Referindu-ne la figura R. 5.40, în care $R' = -24$ cm, $f' = 12$ cm, $R'' = -28$ cm și $f'' = 14$ cm, iar $x'_1 = 15$ cm și folosind *convenția fizică* de semne, se obține sistemul de patru ecuații

$$1)\ \frac{1}{x'_1} - \frac{1}{x'_2} = \frac{1}{f'}\ ; \quad 2)\ \frac{1}{x''_1} - \frac{1}{x''_2} = \frac{1}{f''};$$

$$3)\ x'_1 - x''_2 = d \qquad 4)\ x''_1 - x'_2 = d,$$

cu necunoscutele x'_2, x''_1, x''_2 şi d. Din ecuaţia 1 se obţine $x'_2 = \frac{x'_1 f}{f - x'_1} = -60$ cm.

Ecuaţiile 2, 3 şi 4 determină acum următoarea ecuaţie

$$x''^2_1 + 17x''_1 - 630 = 0,$$

ale cărei soluţii sînt $x''_1 = 18$ cm şi, respectiv, $x''_1 = -35$ cm. Din ecuaţia 4 se obţine

a) $d = x''_1 - x'_2 = 18\ \text{cm} + 60\ \text{cm} = 78\ \text{cm}$;

b) $d = x''_1 - x'_2 = -35\ \text{cm} + 60\ \text{cm} = 25\ \text{cm}$.

Cele două soluţii sînt reprezentate grafic în figură.

Observaţie. Problema poate fi rezolvată şi în cadrul *convenţiei geometrice* de semne, obţinîndu-se acelaşi rezultat. În acest caz ecuaţiile 1 — 4 trebuie modificate corespunzător semnelor mărimilor implicate.

5.41. Problema reprezintă un caz particular al problemei precedente cu $f = f' = f''$, iar sistemul de patru ecuaţii se scrie

$$1)\ \frac{1}{x'_1} - \frac{1}{x'_2} = \frac{1}{f}\ ; \quad 2)\ \frac{1}{x''_1} - \frac{1}{x''_2} = \frac{1}{f};$$

$$3)\ x'_1 - x''_2 = d; \qquad 4)\ x''_1 - x'_2 = d.$$

Eliminînd x''_1 şi x''_2 din ecuaţiile 4, 3 şi 2 şi eliminînd x'_2 din ecuaţia obţinută, folosind ecuaţia 1, se obţine

$$(2f - d)x'^2_1 - d(2f - d)x'_1 + (2f - d)fd = 0$$

sau

$$(a)\quad x'^2_1 - dx'_1 + fd = 0,$$

$$(b)\quad 2f - d = 0.$$

Rezolvînd ecuaţia (a) şi ţinînd seama că soluţia trebuie să fie reală, se obţine condiţia $d^2 - 4df \geq 0$, care implică

$$(1)\ d \geq 4f\ \text{(soluţie generală)},$$

(2) $d = 0$ (soluție banală).

Condiția (b) implică

(3) $d = 2f$ (caz particular).

5.42. a) Se pornește de la sistemul de ecuații 1 — 4 din problema 5.40, în care se cunosc $f' = 10$ cm, $f'' = 40$ cm și $d = 110$ cm, iar necunoscutele sînt x'_1, x'_2, x''_1 și x''_2. Rezolvînd sistemul în raport cu x'_1 se obține

$$(d - f' - f'')x'^2_1 + d(2f'' - d)x'_1 + df'(d - 2f'') = 0,$$

care determină soluțiile

(a) $x'_1 = 41,86$ cm și deci $x''_2 = -68,14$ cm,

(b) $x'_2 = 18,14$ cm și deci $x''_2 = -96,86$ cm.

b) Distanța dintre cele două oglinzi care corespunde coincidenței celor două puncte se obține din condiția ca discriminantul ecuației în x'_1 să fie egal cu zero, adică

$$f'^2(d - 2f'')^2 - 4df'(d - 2f'')(d - f' - f'') = 0,$$

care determină soluțiile

$$d_1 = 20 \text{ cm}, \quad d_2 = 80 \text{ cm și } d_3 = 100 \text{ cm}.$$

5.43. Pornind de la sistemul de ecuații 1 — 4 din problema 5.40, în care se cunosc $f' = 8$ cm, $f'' = 11,25$ cm și $d = 55$ cm, iar necunoscutele sînt x'_1, x''_1, x'_2 și x''_2 și rezolvîndu-l în raport cu x'_1, ca în cazul problemei precedente, se obține ecuația

$$(d - f' - f'')x'^2_1 + d(2f'' - d)x'_1 + df'(d - 2f'') = 0,$$

care determină soluțiile $x'_1 = 10$ cm și, respectiv, $x'_1 = 40$ cm.

Avem deci două cazuri:

1. Cazul cînd obiectul se află în A, deci $\begin{cases} x'_1 = 10 \text{ cm și } x'_2 = -40 \text{ cm} \\ x''_1 = 45 \text{ cm și } x''_2 = -15 \text{ cm} \end{cases}$

2. Cazul cînd obiectul se află în B, deci $\begin{cases} x'_1 = 40 \text{ cm și } x'_2 = -10 \text{ cm} \\ x''_1 = 15 \text{ cm și } x''_2 = -45 \text{ cm} \end{cases}$

b) În cazul 1 se obține

$$\beta'_1 = \frac{x'_2}{x'_1} = -4 \text{ și } y'_1 = \beta'_1 y = -8 \text{ cm},$$

$$\beta''_1 = \frac{x''_2}{x''_1} = -1/3 \text{ și } y''_1 = \beta''_1 y = -2/3 \text{ cm.}$$

În cazul 2 se obține

$$\beta'_2 = \frac{x'_2}{x'_1} = -1/4 \text{ și } y'_2 = \beta'_2 y = -0{,}5 \text{ cm,}$$

$$\beta''_2 = \frac{x''_2}{x''_1} = -3 \text{ și } y''_2 = \beta''_2 y = -6 \text{ cm.}$$

5.44. Această problemă se rezolvă asemănător problemei precedente, adăugîndu-se și condiția $x'_2/x'_1 = x''_2/x''_1$. Discuția se face avînd în vedere faptul ca distanțele x'_2 și x''_2 să fie mărimi negative (convenția fizică de semne).

5.45. Oglinda plană trebuie așezată la distanța de 80 cm de vîrful oglinzii concave.

5.46. Reprezentarea grafică a mersului razelor de lumină este dată schematic în figura R. 5.46, în care A definește poziția obiectului și a imaginii finale, formată de cele două oglinzi, iar B definește poziția imaginii date de oglinda concavă în absența celei de a doua oglinzi.

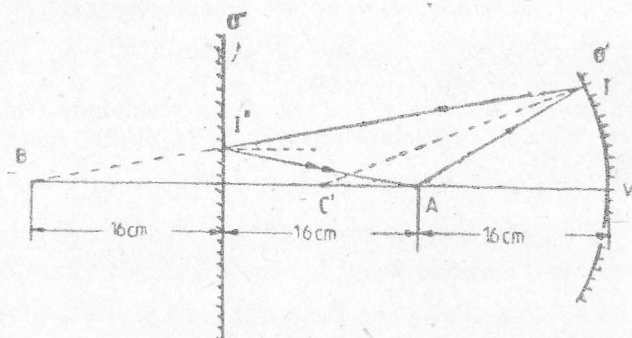


Fig. R. 5.46.

Poziția punctului B este dată de $x'_2 = \dfrac{f'x'_1}{f' - x'_1} = -48$ cm.

Imaginea B a obiectului A, formată de oglinda concavă cu vîrful în V', joacă rolul de obiect virtual pentru cea de a doua oglindă cu vîrful în V''. Observînd că $x''_1 = x''_2$ și aplicînd formula gaus-

siană a oglinzilor, se obține $f'' = \infty$ și deci $R = \infty$. Concluzia este că cea de a doua oglindă trebuie să fie plană.

Mărirea sistemului de oglinzi este $\beta = \beta' \cdot \beta'' = \frac{x'_2}{x'_1} \cdot \frac{x''_2}{x''_1} = -3$.

5.47. Deoarece obiectul se află, față de oglinda concavă, între punctul focal și centrul de curbură, graficul arată că imaginea se formează dincolo de centrul de curbură al oglinzii concave este reală, răsturnată și mai mare decît obiectul. Poziția imaginii este $x'_2 = -240$ cm, iar mărimea imaginii este $y' = \frac{x'_2}{x'_1} \cdot y = -6$ cm.

In prezența oglinzii convexe imaginea y' joacă rolul de obiect virtual pentru această oglindă. Folosind formula gaussiană a oglinzilor, se obține $x''_1 = 40$ cm și $y'' = -12$ cm.

5.48. a) Mersul razelor de lumină poate fi urmărit din rezolvarea problemei precedente, cînd se folosește și oglinda convexă. b) Imaginea dată de oglinda convexă este în acest caz reală și se află în fața oglinzii. c) $|x_2| < 5$ cm.

5.49. Vezi problema precedentă.

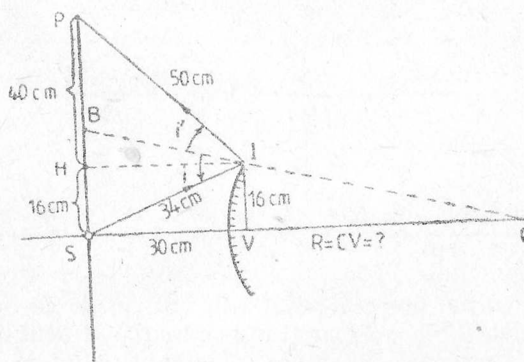


Fig. R 5.50.

5.50. Reprezentarea schematică a mersului razelor de lumină este dată în figura R. 5.50. Referindu-ne la notațiile din figură, se obține :

$HS = IV = 16$ cm, $PS = 56$ cm și $HI = SV = 80$ cm, ceea ce determină $PH = 40$ cm și $HI = 30$ cm, astfel încît $PI = 50$ cm. De asemenea, $HS = 16$ cm și $HI = 30$ cm, astfel încît $SI = 34$ cm.

Aplicînd teorema bisectoarei în triunghiul SPI se obține

$$\frac{SB}{PB} = \frac{SI}{PI}, \quad \frac{SB}{PS - SB} = \frac{SI}{PI}$$

sau

$$\frac{PS - SB}{SB} = \frac{PI}{SI}; \quad \frac{PS}{SB} = \frac{PI}{SI} + 1 = \frac{PI + SI}{SI},$$

astfel încît

$$SB = \frac{PS \cdot SI}{PI + SI} = \frac{476}{21} \text{ cm}.$$

Pe de altă parte, triunghiul SCB este congruent cu triunghiul VCI, deci

$$\frac{BS}{IV} = \frac{SC}{VC} = \frac{SV + R}{R} = \frac{SV}{R} + 1$$

sau

$$\frac{SV}{R} = \frac{BS}{IV} - 1 = \frac{BS - IV}{IV}.$$

Se obține

$$R = \frac{IV \cdot SV}{BS - IV} = \frac{504}{7} \text{ cm și deci } f = -\frac{R}{2} = -36 \text{ cm}.$$

5.51. Inițial obiectul se află în centrul de curbură al oglinzii concave, deci $R = -24$ cm. Cînd se toarnă stratul de lichid, dioptrul plan formează imaginea obiectului aflat la distanța $x_1 = 18$ cm de dioptru, la distanța $x_2 = -24$ cm (imagine virtuală, situată în spațiul obiect). Folosind formula gaussiană a dioptrului plan, se obține

$$n = -\frac{x_2}{x_1} = 4/3 \text{ (lichidul turnat fiind apa).}$$

5.52. Se porneşte de la formula gaussiană a oglinzilor, de la expresia distanţei d dintre oglinzi şi de la condiţia impusă de problemă, obţinîndu-se sistemul de ecuaţii

$$\frac{1}{x'_1} - \frac{1}{x'} = -\frac{2}{R'}\ ;\ \frac{1}{x'} - \frac{1}{x''_1} = -\frac{2}{R''}\ ;\ d = x'_1 + x''_1\ ;\ \frac{x'_2}{x'_1} = \frac{x''_2}{x''_1},$$

unde $R' = -4$ cm, $R'' = -8$ cm şi $d = 15$ cm.

a) Rezolvînd sistemul de mai sus, se obţine

$$x'_1 = \frac{dR'}{R' + R''}\ ;\ x'_2 = \frac{dR'}{2d + R' + R''}\ ;$$

$$x''_1 = \frac{dR''}{R' + R''}\ ;\ x''_2 = \frac{dR'}{2d + R' + R''}.$$

Rezultă: $x'_1 = 5$ cm, $x''_1 = 10$ cm, $x'_2 = -\frac{10}{3}$ cm şi

$$x''_2 = -\frac{20}{3}\ \text{cm}.$$

Observaţie. Ambele imagini sînt reale, răsturnate şi situate în spaţiul obiect (spaţiul dintre cele două oglinzi).

b) Distanţa dintre imagini este

$$D = \frac{2d(d + R' + R'')}{2d + R' + R''} = 5\ \text{cm}.$$

c) Imaginile vor avea aceeaşi mărime, adică

$$y' = y'' = \frac{R'R'}{2d + R' + R''} \cdot y = -2\ \text{cm}.$$

5.53. a) Se folosesc rezultatele obţinute la punctul a al problemei precedente şi se obţine $x'_1 = 2$ cm şi $x''_1 = 3$ cm, iar $x'_2 = 10/3$ cm şi $x''_2 = 5$ cm.

Observaţie. Ambele imagini sînt virtuale, drepte şi situate în spaţiul imagine (spaţiul din afara oglinzilor).

b) $D = 40/3$ cm ; c) $y' = y'' = 10$ cm.

5.54. a) Considerînd $f' = 4$ cm, $x'_1 = 8$ cm, $f'' = 6$ cm şi $x''_1 = 2$ cm şi aplicînd formula gaussiană a oglinzilor, se obţine $x'_2 = -8$ cm şi $x''_2 = 3$ cm, ceea ce implică pentru distanţa D dintre imagini valoarea $D = 5$ cm; b) $y' = \frac{x'_2}{x'_1} \cdot y = -4$ cm şi $y'' = \frac{x''_2}{x''_1} \cdot y = 6$ cm.

Observaţie. Prima imagine este reală, iar a doua este virtuală.

5.55. a) $x'_2 = \frac{f'x'_1}{f' - x'_1} = -6{,}25$ cm şi $x''_2 = \frac{f''x''_1}{f'' - x''_1} = 12{,}5$ cm, ceea ce implică $D = d + x'_2 + x''_2 = 56{,}25$ cm; b) $y' = \frac{x'_2}{x'_1} \cdot y = -1{,}25$ cm şi $y'' = \frac{x''_2}{x''_1} \cdot y = 2{,}25$ cm.

Observaţie. Imaginea dată de oglinda concavă este reală (oglinzile convexe formînd numai imagini virtuale, mai mici ca obiectul).

5.56. a) $x'_2 = \frac{f'x'_1}{f' - x'_1} = 40$ cm şi $x''_2 = \frac{f''x''_1}{f'' - x''_1} = -40$ cm, ceea ce implică $D = d + x'_2 + x''_2 = 48$ cm; b) $y' = 50$ cm (imagine virtuală) şi $y'' = -10$ cm (imagine reală).

5.57. a) Rezolvînd problema după metoda folosită în cazul problemei 5.52, rezultă $x'_1 = 10/3$ cm, $x''_1 = 20/3$ cm, $x'_2 = -5$ cm şi $x''_2 = -10$ cm; b) $D = d + x'_2 + x''_2 = -5$ cm (semnul minus însemnînd că cele două imagini s-au „depăşit" una pe alta; c) $y' = y'' = -3$ cm.

5.58. Mai întîi trebuie remarcat faptul că imaginile trebuie să fie sau ambele reale, sau ambele virtuale. Folosind metoda utilizată în cazul problemei 5.52, se obţine:

a) $\frac{x'_1}{x''_1} = \frac{x'_2}{x''_2} = \frac{R'}{R''}$; b) $D = \frac{2d(d + R' + R'')}{2d + R' + R''}$;

c) $\beta' = \beta'' = \frac{R'R''}{2d + R' + R''}$.

5.59. Folosind condiţia impusă de problemă $x'_2/x'_1 = x''_2/x''_1$, condiţia $d = x'_1 + x''_1$ şi formula gaussiană a oglinzilor, $1/x'_1 - 1/x'_2 = -2/R'$ şi $1/x''_1 - 1/x''_2 = -2/R''$ şi rezolvînd sistemul de ecuaţii, se obţine

$$x'_1 = \frac{R'(d+R'')}{R'-R''}; \quad x'_2 = \frac{R'(d+R'')}{2d+R'+R''};$$

$$x''_1 = -\frac{R''(d+R')}{R'-R''}; \quad x''_2 = \frac{R''(d+R')}{2d+R'+R''}.$$

Rezultă :

a) $$\frac{x'_1}{x''_1} = -\frac{x'_2}{x''_2} = -\frac{R'}{R''}\cdot\frac{d+R''}{d+R'} > 0$$

Deoarece $R' < 0$ și $R'' > 0$ (convenția fizică de semne), pentru ca soluția găsită să aibă sens, trebuie ca $d + R' > 0$, sau $d > -R'$.

b) $$D = d + x'_2 + x''_2 = \frac{2d^2 + 2d(R'+R'') + 2R'R''}{2d+R'+R''}.$$

c) $$\beta' = -\beta'' = \frac{R'-R''}{2d+R'+R''} < 0,$$ deoarece numărătorul este un număr negativ, iar numitorul este un număr pozitiv.

5.60. Problema se rezolvă asemănător modului de rezolvare a problemelor 5.52 și 5.59, numai că în acest caz se folosește noua condiție impusă de problemă, adică $\frac{x'_2}{x'_1} = m\cdot\frac{x''_2}{x''_1}$.

Rezolvînd sistemul celor patru ecuații cu necunoscutele x'_1, x'_2, x''_1 și x''_2, în funcție de razele de curbură R' și R'' ale oglinzilor, de distanța d dintre oglinzi și de m, se obține:

$$x'_1 = \frac{2dR' + R'R''(1-m)}{2(R'+mR'')}; \quad x'_2 = \frac{2dR' + R'R''(1-m)}{4d+2(R'+R'')};$$

$$x''_1 = \frac{2mdR'' + R'R''(m-1)}{2(R'+mR'')}; \quad x''_2 = \frac{2mdR'' + R'R''(m-1)}{4md+2m(R'+R'')}.$$

Rezultă :

a) $$\frac{x'_1}{x''_1} = \frac{2dR' + R'R''(1-m)}{2mdR''+R'R''(m-1)};$$

b) $$D = d + x'_2 + x''_2 =$$

$$= \frac{4d^2 + 4d(R'+R'') + R'R''(2-m-1/m)}{4d+2(R'+R'')}$$

$$c)\ \beta' = \frac{R' + mR''}{2d + R' + R''} \text{ și } \beta'' = \frac{R' + mR''}{2md + m(R' + R'')}.$$

Observație. Rezultatul obținut în cadrul acestei probleme generalizează rezultatele obținute în cazul a opt probleme. Desigur că discuția trebuie făcută în funcție de condițiile pe care trebuie să le satisfacă parametrii care intervin în expresiile obținute.

Dacă se folosește convenția geometrică de semne, rezultatele obținute mai sus trebuie modificate în mod corespunzător, ținîndu-se seama de semnul mărimilor implicate. În valoare absolută însă, expresiile obținute în cadrul celor două convenții de semne trebuie să fie identice.

Capitolul 6

6.10. Imagine reală, răsturnată, mai mică decît obiectul și situată în spațiul obiect, la distanța de 4/3 m de lentilă. Înălțimea imaginii este de —4/3 cm.

6.11. Imagine reală, răsturnată, mai mare decît obiectul și situată în spațiul obiect, la distanța de 4 m de lentilă. Înălțimea imaginii este de —16 cm.

6.12. Imagine virtuală, dreaptă, mai mare ca obiectul și situată în spațiul obiect, la distanța de 0,8 m de lentilă. Înălțimea imaginii este de 4 cm.

6.13. Imagini virtuale, drepte, mai mici ca obiectul și situate în spațiul obiect, la distanțele de 0,57 m, 0,44(4) m și, respectiv, 0,26(6) m. Înălțimile imaginilor sînt 1,14 cm, 1,77(7) cm și, respectiv, 2,66(6) cm.

6.14. Imagine reală, răsturnată, mai mare ca obiectul și situată în spațiul obiect, la distanța de 30 cm de lentilă. Înălțimea imaginii este de —6 cm.

6.15. Imagine virtuală, dreaptă, mai mare ca obiectul (lentilă convergentă) și situată în spațiul obiect, la distanța de 15 cm de lentilă. Înălțimea imaginii este de 1,5 cm.

6.16. Imagine virtuală, dreaptă, mai mică decît obiectul (lentilă divergentă) și situată în spațiul obiect, la distanța de 10,8 cm de lentilă. Înălțimea imaginii este de 3,6 cm.

6.17. Lentila are distanța focală egală cu 1,6 m și se află între obiectul luminos și ecran, la distanța de 2 m de obiect și la distanța de 8 m de ecran.

6.18. Lentila se află între obiect și ecran la distanțele de 10 cm și, respectiv, 80 cm de obiect. În primul caz imaginea este mai

mare ca obiectul, iar în al doilea caz imaginea este mai mică decît obiectul.

6.19. Lentila este convergentă și are distanța focală de 15 cm. Distanțele de la lentilă la obiect sînt egale cu 20 cm și, respectiv, cu 60 cm.

6.20. a) Folosind formula gaussiană a lentilelor și expresia distanței dintre lentile, $d = x_1 + x_2$, și rezolvînd sistemul se obțin două soluții pentru x_1 (și, respectiv, pentru x_2); b) $f = 40$ cm, c) $\beta' = -2$ și, respectiv, $\beta'' = -0,5$.

6.21. Folosind formula gaussiană a lentilelor și condiția impusă de problemă, adică $x_1/x_2 = -1$, se rezolvă sistemul și se obține $d = 4f$. Din reprezentarea grafică se obțin triunghiuri congruente, care conduc la același rezultat. Pentru $f = 15$ cm, rezultă $d = 60$ cm.

6.22. a) $x'_1 = 25$ cm; b) $x_1'' = 11,87$ m; c) Imagine virtuală, dreaptă, situată în spațiul obiect, la distanța de 1,2 m de lentilă; d) Imaginea se formează în spațiul obiect, la distanța de 5,95 m de lentilă, astfel încît ecranul trebuie apropiat cu 5 cm de lentilă, pentru ca imaginea reală să se formeze pe ecran.

6.23. a) La infinit; b) La 50 cm; c) La 200 cm; d) Nu se poate; e) La 80 cm. f) La dublul distanței focale, adică la 80 cm. g) Nu se poate.

6.24. a) Lentila trebuie să fie convergentă, cu distanța focală de 5,625 cm; b) $d = 24$ cm în ambele situații; c) $y' = 25/3$ cm și $y'' = -3$ cm.

6.25. Lentilă convergentă, cu distanța focală de 1,92 m. Obiectul se află în spațiul obiect, la distanța de 2,4 m de lentilă, iar ecranul se află în spațiul imagine, la distanța de 9,6 m de lentilă.

6.26. Obiectul trebuie așezat perpendicular pe axa optică, la distanța de 30 cm de lentilă, iar imaginea se obține în spațiul imagine, la distanța de 60 cm de lentilă.

6.27. Imaginea fiind dreaptă, ea trebuie să fie virtuală. Faptul că imaginea este virtuală și mai mică decît obiectul implică folosirea unei lentile divergente. Calculele determină $f = -3,75$ cm.

6.28. Imaginea fiind răsturnată, ea trebuie să fie reală, ceea ce implică folosirea unei lentile convergente. Calculele duc la $f = 1/7$ m.

6.29. Din reprezentarea schematică, dată în figura R. 6.29, și avînd în vedere faptul că $x_1' = x''_2 = x_1$ și $x'_2 = x''_1 = x_2$ (vezi problemele 6.9, 6.18, 6.19 și 6.20), se poate scrie (folosind formula gaussiană a lentilelor) $\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} = f$, obținîndu-se relațiile

Fig. R. 6.29.

$$x_1 + x_2 = d \text{ și } x_1 x_2 = df.$$

Pe de altă parte, distanța D dintre cele două poziții ale lentile este dată de relația

$$D = x_1 - x_2.$$

Rezolvînd sistemul de ecuații $x_1 x_2 = df$ și $x_1 + x_2 = d$, se obține ecuația de gradul doi

$$x_1^2 - dx_1 + fd = 0.$$

De asemenea, $D^2 = (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = d^2 - 4df.$

Soluția ecuației de gradul doi este

$$x_1 = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4df}}{2} = \frac{d \pm D}{2}.$$

Rezultă :

$$x'_1 = \frac{d + D}{2} \quad \text{și} \quad x''_1 = \frac{d - D}{2};$$

$$x'_2 = \frac{d - D}{2} \quad \text{și} \quad x''_2 = \frac{d + D}{2}.$$

Aşadar, $D = x_1 - x_2$, iar cele două poziţii ale lentilei sînt separate de distanţa $D = \sqrt{d(d-4f)}$.

De asemenea,

$$\beta' = -\frac{x'_2}{x'_1} = \frac{y'}{y} \quad \text{şi} \quad \beta'' = -\frac{x''_2}{x''_1} = \frac{y''}{y}$$

şi deci

$$\frac{y''}{y'} = \frac{\beta''}{\beta'} = \frac{x'_1 x''_2}{x'_2 x''_1} = \frac{(d+D)^2}{(d-D)^2}.$$

Observaţie

$$\beta' \beta'' = \frac{y' y''}{y^2} = \frac{\frac{1}{4}(d-D)(d+D)}{\frac{1}{4}(d-D)(d+D)} = 1,$$

ceea ce implică

$$y = \sqrt{y' y''}.$$

Ultima relaţie stă la baza metodei de determinare a separării aparente a fantei în cadrul experienţei cu biprisma Fresnel (metoda Glazebrook). Măsurînd y' şi y'' cu un microscop, se poate determina y. Metoda este adevărată numai dacă $f < d/4$, pentru că, în caz contrar D^2 este o mărime negativă, iar D este un număr imaginar.

6.30. Cînd obiectul punctiform se află în focarul lentilei razele de lumină sînt refractate paralel cu axa optică, ceea ce face ca ele să fie reflectate de oglinda plană tot paralel şi să se focalizeze în punctul în care se află obiectul. Distanţa focală a lentilei este deci definită de distanţa de la obiectul punctiform luminos la lentilă, pentru care se satisface condiţia impusă de problemă.

6.31. Lentilă convergentă ($C = +1{,}35$), cu distanţa focală de 74,1 cm.

6.32. a) Distanţa focală se află folosind formula gaussiană a lentilelor şi este egală cu 18,83 cm (lentilă convergentă). Indicele de refracţie al materialului se află din formula de construcţie a lentilei şi este egal cu 1,5; b) $\beta = -x_2/x_1 = -1{,}5$.

6.33. Folosind formula de construcţie a lentilei, se obţine distanţa focală a lentilei în apă, egală cu 40 cm.

6.34. Folosind formula de construcție a lentilei, se obține pentru indicele de refracție al materialului valoarea 1,54.

6.35. a) $f_{aer} = 20$ cm ; b) $f_{apă} = -60$ cm (lentile convergente).

6.36. a) $f_{aer} = 20$ cm (lentilă convergentă) ; b) $f_c = -125$ cm (lentilă divergentă).

6.37. $f_{aer} = -8,89$ cm și $f_{apă} = 45,7$ cm (lentile divergente).

6.38. $f = 9$ cm (lentilă convergentă).

6.39. Mai întîi se calculează distanța focală a sistemului de lentile, folosind formula gaussiană a lentilelor. Știind că convergența unui sistem de lentile acolate este suma convergențelor lentilelor componente, se obține $n = 4/3$ (apă).

6.40. a) Imagine reală, răsturnată, mai mare ca obiectul și situată în spațiul imagine, la distanța de 800 cm de lentilă. Mărirea este egală cu -2 ; b) Imagine virtuală, dreaptă, mai mare ca obiectul și situată în spațiul obiect, la distanța de 300 cm de lentilă. Mărirea este egală cu $+4$.

6.41. Cînd imaginea este reală, distanța de la obiect la lentilă este egală cu 4,5 cm, iar cînd imaginea este virtuală, distanța de la obiect la lentilă este egală cu 3,5 cm.

6.42. Imagine virtuală, dreaptă, mai mică decît obiectul și situată în spațiul obiect, la distanța de 5,6 cm de lentilă. Înălțimea imaginii este de 2 cm.

6.43. Formula gaussiană a lentilelor determină ecuațiile

$$\frac{1}{x'_1} + \frac{1}{x'_2} = \frac{1}{f} \quad \text{și} \quad \frac{1}{x''_1} + \frac{1}{x''_2} = \frac{1}{f},$$

iar condițiile impuse de problemă determină ecuațiile

$$x'_1 + x''_1 = d \quad \text{și} \quad x''_2 = -x'_2.$$

Rezolvînd sistemul în raport cu x'_1, se obține

$$x'_1 = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 2df}}{2}.$$

De asemenea,

$$x''_1 = \frac{d \mp \sqrt{d^2 - 2df}}{2}.$$

Problema are soluție numai dacă $d > 2f$ și $d > \sqrt{d^2 - 2f}$.

6.44. a) $C_s = 4,16(6)$ dioptrii ; b) $f_2 = -12$ cm (divergentă), c) $C_1 = 12,5$ dioptrii și $C_2 = -8,33(3)$ dioptrii.

6.45. a) $R_1 = 15$ cm și $R_2 = 10$ cm sau $R_1 = 10$ cm și $R_2 = 15$ cm ; b) $f'' = -18$ cm (divergentă) ; c) $C_s = 2{,}77(7)$ dioptrii.

6.46. a) $x''_2 = 3{,}75$ cm; b) Imaginea finală se formează în spațiul imagine al celei de a doua lentile, la distanța de 11,54 cm de ea, este reală și are înălțimea de $-1{,}38$ cm.

6.47. a) Există mai multe posibilități, în funcție de valorile distanțelor implicate și de valorile distanțelor focale ale lentilelor, astfel încît se va discuta fiecare caz în parte; b) Imaginea finală se formează în spațiul imagine al celei de a doua lentile, la distanța de 15 cm de ea, este reală, iar mărirea liniară a sistemului este 2,25.

6.48. a) $d = 10$ cm; b) Imaginea dată de lentila convergentă joacă rolul de obiect virtual pentru lentila divergentă. Folosind formula gaussiană a lentilelor, în cazul lentilei divergente, pentru situația în care obiectul este virtual, se obține că lentila convergentă formează imaginea în spațiul imagine al lentilei divergente, la distanța de 20/3 cm de aceasta. Deoarece imaginea dată de lentila convergentă se formează în spațiul său imagine, la distanța de 30 cm de ea, se obține distanța de la obiect la lentila convergentă egală cu 60 cm ; c) $\beta = -1{,}5$.

6.49. Prima lentilă formează o imagine reală, răsturnată, în spațiul său imagine și la distanța de 1,1 m de ea, care joacă rol de obiect virtual pentru lentila divergentă, care formează imaginea finală, reală, răsturnată și situată la distanța de 1,8 cm de ea (deci la distanța de 13,3 m de lentila convergentă). Înălțimea imaginii este de 1,2 cm. Graficul se obține folosind succesiv metoda razei paralele.

6.50. a) $f'' = 10$ cm, b) $x_1 = 30$ cm.

6.51. a) $R_1 = \infty$ și $R_2 = 8$ cm. b) Imagine finală virtuală, răsturnată față de obiect și mai mare ca obiectul, așezată între cele două lentile, la distanța de 10 cm de cea de a doua lentilă ; c) Imaginea devine în final reală și mai mică de două ori decît obiectul

6.52. a) Prima lentilă formează imaginea în spațiul obiect al celei de a doua lentile, imagine reală, care devine obiect real pentru cea de a doua lentilă astfel încît în final imaginea dată de cea de a doua lentilă va fi virtuală. Efectuînd calculele, pe baza formulei gaussiene a lentilelor și ținînd seama de mărimile implicate, se obține $d = 7$ m ; b) 6,5 m. c) Raționînd ca la punctul a și ținînd seama de condiția impusă de problemă se obține $d = 2{,}75$ m.

6.53. a) Obiectul trebuie să se afle în spațiul obiect al primei lentile, în domeniul cuprins între infinit și $3f'$ distanță de lentilă; b) Raționînd ca la punctul a al problemei precedente și ținînd seama de condițiile impuse, se obține că imaginea finală este reală, răsturnată, egală cu obiectul și așezată la distanța f^2 de cea de a doua lentilă, în spațiul imagine al acesteia.

6.54. $\beta' = -88$ și, respectiv, $\beta'' = -216$.

6.55. Ecranul trebuie îndepărtat cu 18 cm de lentila divergentă.

6.56. a) Imaginile sînt ambele reale, cînd obiectul se află între infinit și 1 m distanță de lentile. b) Imaginile sînt ambele virtuale, cînd obiectul se află între 0,67 m și 0 m distanță de lentile. c) Una dintre imagini este reală, iar cealaltă este virtuală, cînd obiectul se află între 1 m și 0,67 m distanță de lentile. d) Se consideră trei situații diferite.

6.57. a) $$x'_1 = \frac{df'}{d-f'},\ y' = \frac{D'f'}{d-f'} \text{ și } x''_1 = \frac{df''}{d-f''},\ y'' = \frac{D''f''}{d-f''}$$

b) $$D = \frac{d^3 - df'f''}{(d-f')(d-f'')},\ \text{c) } d = (f'f'')^{1/2}.$$

6.58. a) $R = 28,8$ cm, b) $n = 1,6$.

6.59. a) $x''_2 = 12$ cm, b) $y'' = -8$ cm.

6.60. Imaginea se focalizează la distanța de 9,9 cm de cea de a treia lentilă, în spațiul imagine al acesteia.

6.61. Imaginea se formează la distanța de 60 cm de cea de a treia lentilă, în spațiul imagine al acesteia.

6.62. $f'' = -15$ cm.

6.63. Scriind formula gaussiană a lentilelor pentru fiecare lentilă în parte, adică

$$\frac{1}{x'_1} + \frac{1}{x'_2} = \frac{1}{f'},\quad \frac{1}{x''_1} + \frac{1}{x''_2} = \frac{1}{f''},$$

expresia distanței dintre lentile $d = x'_1 + x''_1$ și condiția impusă de problemă, adică $x'_2/x'_1 = x''_2/x''_1$, se obține un sistem de patru ecuații în care cele patru necunoscute sînt x'_1, x'_2, x''_1 și x''_2. Rezolvînd sistemul se obține

$$x'_1 = \frac{f'd}{f'' + f'}, \quad x'_2 = \frac{f'd}{d - f' - f''},$$

$$x''_1 = \frac{f''d}{f' + f''}, \quad x''_2 = \frac{f''d}{d - f' - f''},$$

$$\beta' = \beta'' = -\frac{f' + f''}{d - f' - f''},$$

a) $x'_1/x''_1 = f'/f'' = 4$ cm/8 cm $= 0{,}5$; b) $D = d + x'_2 +$
$+ x''_2 = \dfrac{d^2}{d - f' - f''} = 48$ cm; c) $\beta' = \beta'' =$
$= -\dfrac{f' + f''}{d - f' - f''} = -1.$

6.64. Folosind expresiile obținute la problema precedentă, se obține: a) $x'_1 = 240$ cm și $x''_1 = 360$ cm; b) $D = 720$ cm; c) $y' = y'' = -2{,}5$ cm.

Observație. Pentru a putea fi îndeplinită condiția impusă în cadrul acestei probleme (și în cadrul problemei precedente), trebuie ca distanța d dintre lentile să satisfacă condiția $d > f' + f''$.

6.65. Scriind formula gaussiană a lentilelor pentru fiecare lentilă în parte, adică

$$\frac{1}{x'_1} + \frac{1}{x'_2} = \frac{1}{f'}, \quad \frac{1}{x''_1} + \frac{1}{x''_2} = \frac{1}{f''}$$

expresia distanței dintre lentile $d = x'_1 + x''_1$ și condiția impusă de problemă, adică $x'_2/x'_1 = -x''_2/x''_1$, se obține un sistem de patru ecuații, în care cele patru necunoscute, x'_1, x'_2, x''_1 și x''_2, sînt date de relațiile

$$x'_1 = \frac{f'(d - 2f'')}{f' - f''}, \quad x'_2 = \frac{f'(d - 2f'')}{d - f' - f''},$$

$$x''_1 = -\frac{f''(d - 2f')}{f' - f''}, \quad x''_2 = \frac{f''(d - 2f')}{d - f' - f''}.$$

Mărirea este dată de relația

$$\beta' = -\beta'' = \frac{f'' - f'}{d - f' - f''},$$

iar distanța dintre imagini este dată de relația

$$D = \frac{d^2 - 4f'f''}{d - f' - f''}.$$

Folosind relațiile obținute, se obține: a) $x'_1 = 16{,}67$ cm, $x''_1 =$ $= 13{,}33$ cm; b) $D = 85$ cm; c) $\beta' = -\beta'' = -1{,}5$.

Observație. Pentru ca problema să aibă sens, trebuie ca $d \leqslant$ $< 2f''$, atunci cînd $f' < f''$, condiție îndeplinită în cazul de față. Dacă însă $f' > f''$, trebuie ca $2f' > d > 2f''$.

6.66. Sistemul de ecuații care se obține din aplicarea formulei gaussiene a lentilelor, din scrierea distanței dintre lentile și din scrierea condiției impuse de problemă este identic cu cel obținut în cazul problemei 6.68, ceea ce înseamnă că relațiile obținute acolo pentru x'_1, x'_2, x''_1, x''_2, β', β'' și D sînt aplicabile și în cazul problemei de față. Aplicînd acele relații, rezultă: a) $x'_1 =$ $= 11{,}54$ cm și $x''_1 = 18{,}46$ cm; b) $D = 9{,}47$ cm; c) $y' = y'' =$ $= 6{,}16$ cm.

6.67. Literal, problema se rezolvă la fel ca problema 6.65, numai că în cazul de față lentila convergentă formează imaginea reală, iar lentila divergentă formează imaginea virtuală. Folosind expresiile obținute în cazul problemei 6.65, rezultă: a) $x'_1 =$ $= 21{,}67$ cm și $x''_1 = 8{,}88$ cm; b) $D = 85{,}625$ cm; c) $y' = -y'' =$ $= -3{,}43$ cm.

6.68. a) $x'_2 = x''_2 = -120$ cm și $y' = 6$ cm, $y'' = 4$ cm; b) $= 140$ cm.

6.69. a) $x'_1 = 42{,}86$ cm și $x''_2 = -80$ cm, ceea ce determină $y' = -4{,}286$ cm și $y'' = 15$ cm; b) $D = 132{,}86$ cm.

6.70. a) $x'_2 = -60$ cm și $x''_2 = -18{,}33$ cm, ceea ce determină $y' = 20$ cm și $y'' = 6{,}67$ cm; b) $D = 23{,}33$ cm.

6.71. a) $x'_2 = -21{,}11$ cm, $x''_2 = -22{,}77$ cm, $y' = 2$ cm și $y'' = 2{,}2$ cm; b) $D = 80{,}12$ cm.

6.72. a) $x'_1 = 66{,}13$ cm, $x''_1 = 85{,}84$ cm; imagini reale, răsturnate; b) $D = 271{,}97$ cm.

6.73. Rezolvarea problemei este inclusă în rezolvarea problemei 6.63, partea literală.

6.74. Rezolvarea problemei este inclusă în rezolvarea problemei 6.65, ținîndu-se seama de observația făcută la problema 6.67

6.75. Mai întîi trebuie observat că această problemă generalizează toate problemele 6.63 — 6.74, motiv pentru care trebuie să i se acorde o atenție specială. Folosind formula gaussiană a lentilelor, expresia distanței dintre lentile și condiția generală im-

pusă de problemă, rezultă următorul sistem de patru ecuații cu necunoscutele x'_1, x'_2, x''_1 și x''_2:

$$\frac{1}{x'_1} + \frac{1}{x'_2} = \frac{1}{f'}, \quad \frac{1}{x''_1} + \frac{1}{x''_2} = \frac{1}{f''},$$

$$x'_1 + x''_1 = d, \quad \frac{x'_2}{x'_1} = \frac{x''_2}{x''_1} \cdot m.$$

Rezolvînd sistemul, se obține

$$x'_1 = \frac{df' + (m-1)f'f''}{f' + mf''}, \quad x'_2 = \frac{df' + (m-1)f'f''}{d - f' - f''},$$

$$x''_1 = \frac{mdf'' + (1-m)f'f''}{f' + mf''}, \quad x''_2 = \frac{mdf'' + (1-m)f'f''}{d - f' - f''} \cdot \frac{1}{m}.$$

Folosind rezultatele obținute, rezultă:

a) $\dfrac{x'_1}{x''_1} = \dfrac{df' + (m-1)f'f''}{mdf'' + (1-m)f'f''}$;

b) $D = d + x'_2 + x''_2 = \dfrac{md^2 + (m-1)^2 f'f''}{d - f' - f''} \cdot \dfrac{1}{m}$;

c) $\beta' = m \cdot \beta'' = \dfrac{d - f' - f''}{f' + mf''}$

Pentru ca soluțiile obținute să aibă sens, trebuie ca, între distanța dintre lentile d, distanța focală f', distanța focală f'' și numărul m, să existe anumite relații de dependență, care depind de următoarele fapte: ambele lentile sînt convergente, ambele lentile sînt divergente sau o lentilă este convergentă și cealaltă este divergentă. Discuția trebuie făcută pentru fiecare caz particular în parte.

Capitolul 7

7.10. Imagine reală, răsturnată, egală cu obiectul și așezată în spațiul obiect al lentilei, la distanța de 6 cm de ea.

7.11. Obiectul luminos, punctiform, trebuie așezat în focarul principal al primei lentile, iar vîrful oglinzii sferice (sau centrul său de curbură) trebuie să coincidă cu focarul secundar al celei de-a doua lentile. Dacă oglinda este plană, ea trebuie așezată în

focarul secundar al celei de-a doua lentile, perpendicular pe axa optică.

7.12. Imaginea dată de lentila L' trebuie să se formeze în focarul obiect al lentilei negative L'' și ea devine obiect virtual pentru lentila negativă. Razele de lumină, paralele cu axa optică, se reflectă pe oglinda plană, astfel încît, conform principiului reversibilității razelor de lumină, imaginea finală se formează în același loc în care se află obiectul. Rezultă

$$d = \frac{x'_1 f' - f' f'' + x'_1 f''}{x'_1 - f'},$$

ceea ce implică

$$f'' = \frac{x'_1 f'}{x'_1 - f'}.$$

7.13. Lentila formează o imagine reală, răsturnată, înaltă de —25 cm, în spațiul imagine la distanța de 150 cm de ea, care devine obiect virtual pentru oglindă. Oglinda formează o imagine reală, cu înălțimea de —25/6 cm, aflată în spațiul său obiect, la distanța de 50/3 cm de oglindă. Mai departe, lentila formează o imagine finală reală, dreaptă, cu înălțimea de 12,5 cm, aflată în spațiul său obiect, la distanța de 100 cm de lentilă.

7.14. a) $R = -26{,}67$ cm; b) imaginea finală se formează în spațiul imagine al lentilei, la distanța de 7,5 cm de lentilă; c) imaginea finală este reală, dreaptă față de obiect și înaltă de 1 cm; d) 6,1 cm și, respectiv, 0,22 cm.

7.15. a) $x'_1 = 28{,}88$ cm, dacă imaginea finală este reală și dreaptă față de obiect, și $x'_1 = 17{,}77$ cm, dacă imaginea finală este virtuală și răsturnată față de obiect; b) obiectul trebuie îndepărtat cu 3 cm.

7.16. $n = 4/3$ (apă)

7.17. a) Imaginea finală se formează în spațiul imagine al celei de-a doua lentile, la distanța de 1,5 m de ea; b) imaginea finală se formează tot în spațiul imagine al celei de-a doua lentile, însă la distanța de 1,75 m de lentilă; c) cea de-a doua lentilă trebuie să se afle la distanțele de 29,5 cm sau 175,5 cm de imaginea dată de oglinda plană.

7.18. Cînd obiectul se află înaintea feței argintate a lentilei, lentila se comportă ca o oglindă concavă, astfel încît, pentru ca imaginea să fie reală și egală cu obiectul (în valoare absolută) trebuie ca obiectul să se afle la distanța R de oglindă, ceea ce implică

$R = -50$ cm. Cînd lentila se rotește cu 180°, se poate considera că imaginea finală este dată de un sistem optic alcătuit din două lentile divergente, alipite, în combinație cu o oglindă convexă, situată în planul lentilelor. Astfel $C_s = 2C_1 + C_0$ ceea ce implică $f_s = \frac{R}{2n} = -50/3$ cm. Se aplică formula gaussiană a oglinzilor divergente cu distanța focală de mai sus și se găsește că imaginea finală este virtuală, dreaptă și situată în spațiul imagine la distanța de 12,5 cm de sistem. Același rezultat s-ar fi obținut, dacă s-ar fi format imaginile succesive în cele trei componente optice ale sistemului optic.

7.19. Lentila trebuie folosită ca lupă, astfel încît timbrul se află între focar și lentilă. Deoarece imaginea se formează la distanța de vedere optimă se găsește $x_1 = 6{,}06$ cm și $P = -\frac{x_2}{x_1} = \frac{25}{f} + 1 = 4{,}13 \times$.

7.20. $P = 13{,}5 \times$.

7.21. Lentile divergente cu puterea optică (convergența) $C = -2$ dioptrii.

7.22. Lentile convergente cu puterea optică (convergența) $C = +2$ dioptrii.

7.23. a) Lentile divergente cu $f = -0{,}5$ m și $C = -2$ dioptrii; b) $x'_1 = 5{,}55$ cm; c) $x''_1 = 75$ cm.

7.24. a) Pentru schimbarea punctului proximum de la 0,75 m la 0,25 m, trebuie folosite lentile convergente cu distanța focală $f_c = +0{,}375$ m (și convergența $C_c = +2{,}67$ dioptrii), iar pentru schimbarea punctului remotum de la 2 m la infinit trebuie folosite lentile divergente, cu distanța focală $f_d = -2$ m (și convergența $C_d = -0{,}5$ dioptrii); b) privind prin lentilele pozitive, pictorul poate vedea numai obiectele situate în domeniul 0,25 m — 0,316 m distanță față de ochi, iar privind prin lentilele negative, el poate vedea numai obiectele situate în domeniul infinit — 1,2 m distanță față de ochi. Deci pictorul nu poate vedea obiectele situate între 1,2 m și 0,316 m distanță față de ochi și acestea nu pot apărea în tablou.

7.25. a) Imaginea finală se formează în spațiul imagine al lentilei divergente, la 10 cm distanță de lentilă; b) mărirea liniară a lentilei negative este egală cu 5 ×, astfel încît în cazul teleobiectivului mărirea este de 5 × mai mare față de cazul cînd s-ar folosi numai lentila pozitivă.

7.26. Imagine reală, răsturnată, situată în spațiul imagine al lentilei negative, la distanța de 15 cm de aceasta și reprezentînd 5/8 din mărimea obiectului.

7.27. a) Imagine reală, răsturnată, situată în spațiul imagine al lentilei negative, la distanța de 9 cm de aceasta; b) $f = 21$ cm.

7.28. Filmul trebuie așezat în spațiul imagine al lentilei divergente, la distanța de 10 cm de aceasta. Lentila divergentă trebuie așezată la distanța $d = 23\frac{1}{3}$ cm față de lentila convergentă ($6\frac{2}{3}$ cm distanță de film), ceea ce conduce la o valoare a distanței focale de $-2\frac{2}{9}$ cm.

7.29. $f = 15,38$ cm.

7.30. 46 cm × 69 cm.

7.31. $x_2 = 2,5$ cm, $f = 2,48$ cm.

7.32. a) Mărirea liniară a obiectivului este egală cu $-24x$, iar mărirea unghiulară a ocularului este egală cu $13\frac{1}{2}$ x, astfel încît puterea de mărire a microscopului este egală cu 324 x. De remarcat că mărirea liniară a ocularului este egală tot cu $13\frac{1}{2}$ x. Mărirea unghiulară este egală cu mărirea liniară, dacă obiectul se află la distanța de vedere optimă; b) $d = 16,85$ cm.

7.33. a) $\beta = -209$ x, b) $d = 18,28$ cm.

7.34. a) $\beta = -338$ x; b) $D = 12,35$ cm; c) $G = 308,75$ x, dacă se calculează cu formula aproximativă $G = P/4$, unde puterea optică se calculează cu formula aproximativă $P = e/f'f''$ și 337,84 x dacă se calculează cu formula exactă a puterii optice $P = \text{tg}\ \alpha''/y$, unde α'' este unghiul sub care se vede imaginea, iar y este mărimea obiectului. Așadar, folosind formula exactă, se obține pentru grosisment aceeași valoare ca și pentru puterea de mărire a microscopului, dacă imaginea se formează la distanța de vedere optimă.

7.35. $\beta = 1067$ x.

7.36. a) $x'_1 = 6,19$ mm; b) $\beta' = -32,3$ x; c) $\beta = 1347$ x; d) $P = 5383,3(3)\ m^{-1}$; e) $G = 1236,1(1)$ x.

7.37. a) Puterea de mărire este aproximativ egală cu grosismentul, ceea ce determină $f_{ob} = 4,5$ m; b) $d = 4,531$ m.

7.38. Ocularul se îndepărtează de obiectiv cu 1,63 cm.

7.39. $d = 7,084$ cm.

7.40. Obiectivul formează imaginea în planul focal al ocularului, iar mărirea liniară a obiectivului este —1/39, ceea ce înseamnă că între două linii reticulare consecutive se încadrează 3 mm × 39 = 11,7 cm ai obiectului.

Capitolul 8

8.1. $m = 1{,}05 \cdot 10^{-30}$ kg.
8.2. $W = 9 \cdot 10^{18}$ J.
8.3. $m = 3{,}58 \cdot 10^{-30}$ kg şi $v = 2{,}9 \cdot 10^{8}$ m/s.
8.4. $W_c = 1{,}061 \cdot 10^{-13}$ J $= 0{,}663$ MeV.
8.5. Se dezvoltă în serie expresia $(1 + x)^{-1/2}$ sub forma

$$(1 + x)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^4 + ...$$

şi se consideră $x = \frac{v}{c} \ll 1$.

8.6. $$W_t = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad W_c = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right) \text{ şi } p = \frac{m_0v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

8.7. Pentru observatorul din sistemul S mişcarea mobilului este uniformă, cu viteza u = const, spaţiul parcurs variind liniar cu timpul t. Pentru observatorul din sistemul S', mobilul se deplasează uniform cu viteza $u - v$ = const, spaţiul variind deci tot liniar cu timpul t, însă creşterea sa este mai lentă, deoarece viteza este mai mică. Faţă de observatorul din sistemul S'', mobilul are acceleraţia $-a$, astfel încît mişcarea mobilului este uniform încetinită faţă de observator. Mobilul porneşte cu viteza u, se deplasează uniform încetinit, pînă se opreşte şi apoi porneşte în sens invers, uniform accelerat, cu viteză iniţială zero şi acceleraţia a.

8.8. $u_x = 0$, $u_y = 0{,}1\ c$ şi deci $v = 0{,}6\ c$.

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2} = -0{,}6\ c \text{ şi } u'_y = \frac{u_y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - u_x v/c^2} = 0{,}08c.$$

Pentru observatorul din S' viteza rachetei este $\sqrt{0{,}6^2 + 0{,}08^2} \cdot c = 0{,}605\ c$ în direcţia care face unghiul de arctg $(0{,}08/0{,}60) = 7°36'$ cu direcţia negativă a axei Ox.

8.9. Pentru observatorul aflat în repaus, în sistemul de referință S', care se mişcă cu viteza mezonului este de $2{,}5 \cdot 10^{[illegible]}$ s. Pentru observatorul din sistemul laborator, în repaus, timpul mediu de viață al mezonului este $t = t' / \sqrt{1 - v^2/c^2} = 2{,}5 \cdot 10^{-8}$s/ /0,141, iar distanța străbătută de mezon în acest timp va fi de 52,7 m. Dacă nu ar fi existat dilatarea timpului, distanța parcursă de mezon ar fi fost de 7,43 m.

8.10. Pentru observatorul în repaus, în sistemul său de referință S, vitezele celor două nave spațiale, după direcția axei de observare (fie Ox această axă), vor fi egale cu $+0{,}5c$ și, respectiv, $-0{,}7\,c$ (sau invers). Observatorul aflat în repaus, în una dintre nave, de exemplu în cea care se deplasează cu viteza $0{,}5c$, raportează totul la propriul său sistem de referință S'. El folosește transformările Lorentz așa fel încît, dacă u' este viteza celeilalte nave spațiale față de observatorul din sistemul S', dacă u este viteza aceleiași nave față de observatorul din sistemul S și dacă v este viteza sistemului S' față de sistemul S, se obține $u' = \dfrac{u - v}{1 + uv/c^2} = -0{,}889c$. Așadar, observatorul din sistemul de referință S' constată că cealaltă navă se apropie de el cu viteza $0{,}889c$.

8.11. a) $\nu_{exp} = 1{,}245 \cdot 10^{15}$ Hz și $\nu_{teor} = 1{,}161 \cdot 10^{15}$ Hz; b) $\lambda_{exp} = 389{,}92$ nm și $\lambda_{teor} = 414{,}06$ nm.

8.12. Se vor calcula lungimile de undă folosind datele teoretice și, respectiv, cele experimentale și se vor compara atît între ele cît și cu cele date în problemă. Discrepanțele vor fi evidente.

Această problemă vrea să evidențieze faptul că atunc cînd în diferite probleme apar date diferite, nu rebuie să ne mire acest fapt, deoarece diferiții autori folosesc pentru constantele implicate în probleme valori care apar în surse diferite. Situația evidențiată nu este specifică numai efectului fotoelectric, unde impurificarea suprafețelor metalice modifică considerabil valoarea lucrului mecanic de ieșire; ea apare și în cazul unor constante.

8.13. a) $W_e = 1{,}77 \cdot 10^{-19}$ J; b) $v = 6{,}24 \cdot 10^5$ m/s.

8.14. a) $\lambda_0 = 620$ nm și $\nu_0 = 4{,}84 \cdot 10^{14}$ Hz; b) $U = 2{,}96$ V; c) $v = 10^6$ m/s.

8.15. a) $p_f = 1{,}15 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s; b) $L = 2{,}16$ eV; c) $v = 8{,}4 \cdot 10^5$ m/s.

8.16. a) $U_2 = U_1 - hc\left(\dfrac{1}{\lambda_1} - \dfrac{1}{\lambda_2}\right) = 2{,}26$ V; b) $L = 4{,}83 \cdot$

$\cdot 10^{-19}$ J $= 2,7$ eV ; c) $\nu_0 = 6,54 \cdot 10^{14}$ Hz ; d) $v_1 = 1,11 \cdot 10^6$ m/s și $v = 0,89 \cdot 10^6$ m/s.

8.17. a) $N_f \cong 7 \cdot 10^{22}$ fotoni ; b) $p_f = 1,656 \cdot 10^{-27}$ kg · m/s și $m_f = 5,52174 \cdot 10^{-36}$ kg ; c) $L = 3,31250 \cdot 10^{-19}$ J $= 2,0677$ eV ; d) $U = 1,034$ V ; e) $v = 6 \cdot 10^5$ m/s ; f) $\frac{N_f}{N_e} = \frac{Pe}{hci} = 5,127 \cdot 10^3$, P fiind puterea radiantă, iar i fiind intensitatea curentului electric.

8.18. a) $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ Hz ; b) $L = 3,01 \cdot 10^{-19}$ J ; c) $v = 2,58 \cdot 10^5$ m/s ; d) $\gamma = 4 \cdot 10^2$.

8.19. a) $h_{exp} = 6,632 \cdot 10^{-34}$ J · s ; b) $L = 2,0677$ eV ; c) $v_1 = 6 \cdot 10^5$ m/s și $v_2 = 4,9 \cdot 10^5$ m/s.

8.20. a) $\lambda_0 = 620$ nm ; b) $W = 5,23 \cdot 10^{-19}$ J ; c) Cînd fotoelectronul are același sens cu fotonii incidenți, impulsul transmis catodului este egal cu diferența dintre impulsul celor o mie de fotoni incidenți și impulsul fotoelectronului, adică $p = 1,74 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s $- 0,6 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s $= 1,14 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s, iar cînd sensul este contrar, se obține $p' = 1,74 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s $+ 0,6 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s $= 2,34 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s.

Observație. Problemele în care se cere impulsul transmis de un singur foton, cînd se emite un fotoelectron, nu sînt corecte, deoarece niciodată unui foton nu-i va putea corespunde un fotoelectron.

8.21. $\theta = 60$ grade.

8.22. a) $\theta = 90$ grade, b) $W_e = 48,34$ MeV.

8.23. $\lambda \in [0,6542$ Å, $0,7742$ Å$]$.

8.24. $W_e = h\nu_0 \cdot \frac{\lambda_c}{\lambda_0 + \Delta\lambda} = h\nu_0 \cdot \frac{2\Lambda_c}{\lambda_0 + 2\Lambda_c}$.

8.25. Demonstrația este inclusă în orice carte în care se prezintă efectul Compton.

8.26. a) $\Delta\lambda = 4,852$ pm ; b) $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 20\%$; c) $\Delta W = 8$ keV.

8.27. a) $\lambda = 13,635$ pm ; $\nu = 2,2 \cdot 10^{19}$ Hz ; $h\nu = 14,576 \cdot 10^{-15}$ J ; b) $W_e = 9,25 \cdot 10^{-15}$ J ; $\text{tg}\varphi = 1,45$.

8.28. a) $W_e = 0,37$ MeV ; b) $\text{tg}\varphi = 0,0547$.

8.29. $\theta = 30°$ și $W_e = 2,45 \cdot 10^{-25}$ J.

8.30. a) $W_f = 0,176$ MeV ; b) $W_e = 0,224$ MeV.

8.31. Se pornește de la expresia $W_t^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4 = (m_0c^2 + W_e)^2$ și se scrie expresia relativistă a impulsului sub forma

$p = \frac{1}{c}\sqrt{W_c(W_c + 2m_0c^2)}$, după care se obține relația cerută

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{W_c(W_c + 2m_0c^2)}}$$

8.32 Se pornește tot de la expresia relativistă de mai sus și anume, $p^2c^2+m_0^2c^4 = (m_0c^2+W_c)^2$, unde $W_c=qU$, se obține expresia relativistă a impulsului $p^2 = 2m_0qU + q^2U^2/c^2$, după care se obține relația cerută $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0qU + \frac{q^2U^2}{c^2}}} = \frac{hc}{\sqrt{qU(qU + 2m_0c^2)}}$, care este asemănătoare cu relația obținută în cadrul problemei precedente, deoarece $W_c = qU$.

8.33. a) $\lambda_D = 2{,}64 \cdot 10^{-34}$ m (nu trebuie să se lucreze relativist); b) $\lambda_D = 0{,}791$ Å (nu trebuie să se lucreze relativist); c) Trebuie să se folosească relația relativistă, deci $\lambda_D = \frac{h}{\sqrt{\frac{W_t^2}{c^2} - m_0^2c^2}} =$
$= 4{,}95 \cdot 10^{-4}$ nm.

8.34. Mai întîi se calculează, nerelativist, viteza neutronului $v = 6{,}92 \cdot 10^4$ m/s, după care se calculează viteza de fază $v_f =$
$= c^2/v = 1{,}3 \cdot 10^{12}$ m/s.

8.35. Se pornește de la expresia relativistă a energiei totale și de la expresia relativistă a variației masei cu viteza, obținîndu-se $v = c \cdot \frac{\sqrt{2m_0c^2qU + q^2U^2}}{m_0c^2 + qU}$, care, în caz nerelativist, devine $v = \frac{\sqrt{2qU}}{m_0}$

8.36. Se folosesc expresiile relativiste

$$v = c \cdot \frac{\sqrt{2m_0c^2qU + q^2U^2}}{m_0c^2 + qU}, \quad p = \frac{1}{c}\sqrt{qU(qU + 2m_0c^2)},$$

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{qU(qU + 2m_0c^2)}}$$

și expresiile nerelativiste $v = \sqrt{2qU/m_0}$, $p = \sqrt{2m_0qU}$ și $\lambda_D =$
$= \frac{h}{\sqrt{2m_0qU}}$. În cazul electronului se obțin rezultatele:

a) $v_{ar} = 5{,}928 \cdot 10^{6}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_{an} = 5{,}929 \cdot 10^{6}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $\quad \dfrac{v_{an} - v_{ar}}{v_{ar}} = 0{,}0001687 = 0{,}169\ ‰$;

$p_{ar} = 5{,}396 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s, $p_{an} = 5{,}396 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s, eroare neglijabilă;

$\lambda_{ar} = 1{,}228 \cdot 10^{-10}$ m, $\lambda_{an} = 1{,}228 \cdot 10^{-10}$ m, eroare neglijabilă (zero, conform aproximațiilor făcute);

b) $v_{br} = 1{,}872 \cdot 10^{7}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_{bn} = 1{,}875 \cdot 10^{7}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $\quad \dfrac{v_{bn} - v_{br}}{v_{br}} = 0{,}0016 = 0{,}16\%$;

$p_{br} = 17{,}073 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s, $p_{bn} = 17{,}065 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s, eroarea $= 0{,}047\%$ (neglijabilă);

$\lambda_{br} = 3{,}880 \cdot 10^{-11}$ m, $\lambda_{bn} = 3{,}882 \cdot 10^{-11}$ m, eroarea $= 0{,}05\%$ (foarte mică).

c) $v_{cr} = 0{,}584 \cdot 10^{8}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_{cn} = 0{,}593 \cdot 10^{8}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $\quad \dfrac{v_{cn} - v_{cr}}{v_{cr}} = 0{,}0154 = 1{,}54\%$;

$p_{cr} = 5{,}423 \cdot 10^{-23}$ kg · m/s, $p_{cn} = 5{,}396 \cdot 10^{-23}$ kg · m/s, eroarea $= 0{,}5\ \%$;

$\lambda_{cr} = 1{,}222 \cdot 10^{-11}$ m, $\lambda_{cn} = 1{,}228 \cdot 10^{-11}$ m, eroarea $= 0{,}49\%$;

d) $v_{dr} = 1{,}927 \cdot 10^{8}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_{dn} = 1{,}875 \cdot 10^{8}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $\quad \dfrac{v_{dr} - v_{dn}}{v_{dr}} = 0{,}0270 = 2{,}7\%$;

$p_{dr} = 17{,}877 \cdot 10^{-23}$ kg · m/s, $p_{dn} = 17{,}064 \cdot 10^{-23}$ kg · m/s, eroarea $= 4{,}55\%$;

$\lambda_{dr} = 3{,}706 \cdot 10^{-12}$ m, $\lambda_{dn} = 3{,}882 \cdot 10^{-12}$ m, eroarea $= 4{,}75\%$.

Observație. Erorile care apar între cele două moduri de calcul, relativist și nerelativist, sînt aproape zero pentru tensiuni de accelerare de pînă la 100 volți (se recomandă analiza nerelativistă, cu calcule mai simple), sînt neglijabile pentru tensiuni de accelerare cuprinse între 100 volți și 1000 volți (poate fi folosită analiza nerelativistă) și sînt de ordinul unui procent cînd tensiunile de accelerare sînt de ordinul a 10^4 volți (analiza devine opțională). Pentru tensiuni de accelerare de ordinul sutelor de mii de volți erorile sînt mari (cîteva procente), astfel încît trebuie folosită analiza relativistă.

Pentru cazul protonului, calculele sînt asemănătoare celor făcute pentru electron, numai că masa de repaus a protonului este mult mai mare decît masa de repaus a electronului. Această diferență de mase introduce diferențe în domeniile de tensiune folosită. Care sînt concluziile care rezultă?

8.37. a) $v_r = 1{,}385585 \cdot 10^6$ m/s, și $v_n = 1{,}385641 \cdot 10^6$ m/s, ceea ce implică o eroare de 0,004%, neglijabilă. Aceasta înseamnă că se poate folosi analiza nerelativistă; b) $p = 2{,}3 \cdot 10^{-21}$ kg · m/s; c) $\lambda = 2{,}88 \cdot 10^{-13}$ m; d) $m/m_0 = 1{,}000010$, un rezultat care afectează doar cea de a cincea zecimală, masa protonului putînd fi considerată constantă și deci analiza relativistă nu-și are rostul.

8.38. Tensiunea de accelerare fiind foarte mare, analiza trebuie să fie relativistă, ceea ce determină $\lambda = \dfrac{hc}{\sqrt{qU(qU + 2m_0c^2)}} = 2{,}2 \cdot 10^{-12}$ m. Aplicînd mai departe binecunoscuta formulă de la dispozitivul Young, se obține $i = \lambda \cdot L/d = 2{,}2 \cdot 10^{-6}$ m $= 2{,}2$ μm.

8.39. Se calculează lungimea de undă de Broglie atașată electronului folosind analiza relativistă și se obține $\lambda = 3{,}7 \cdot 10^{-12}$ m. Se aplică apoi condiția de maxim $2d \cdot \sin\theta = 2\lambda$ și rezultă $\sin\theta = 0{,}0185$. Unghiul fiind foarte mic, putem aproxima $\theta \cong 0{,}0185$ rad $\cong 1$ grad.

8.40. Analiza relativistă determină $\lambda = 3{,}88 \cdot 10^{-11}$ m, iar condiția de maxim determină $\sin\theta = 0{,}5$, astfel încît $\theta = 30$ grade.

Capitolul 9

9.1. $k = 1{,}41$ cm^{-1}.

9.2. $k = 27{,}72$ cm^{-1}.

9.3. $k = 0{,}16$ cm^{-1}.

9.4. $k = 1{,}25$ cm^{-1}.

9.5. $r = 2{,}27 \cdot 10^{-14}$ m.

9.6. Starea legată electron-nucleu implică și energie potențială de interacțiune, iar energia potențială variază continuu, invers proporțional cu distanța.

9.7. a) $W_c = 11,52 \cdot 10^{-19}$ J; $W_p = -23,04 \cdot 10^{-19}$ J; $W_t = -11,52 \cdot 10^{-19}$ J, b) $\Delta W = 17,9 \cdot 10^{-19}$ J.

9.8. Mărimile care se obțin trebuie să fie cuantificate. Se pornește de la postulatele lui Bohr și de la egalitatea forței coulombiene cu forța centripetă în cazul interacțiunii electron-nucleu.

9.9. Pentru $n \gg 1$ se obține aceeași expresie, $2Rc/n^3$ pentru toate mărimile.

9.10. $N = n(n - 1)/2 = 6$, unde n este numărul cuantic principal.

9.11. $W_{t,1} = -13,6$ eV, $W_{c,1} = 13,6$ eV, $W_{p,1} = -27,2$ eV, $W_{t,2} = -3,4$ eV, $W_{c,2} = 3,4$ eV și $W_{p,2} = -6,8$ eV.

9.12. Seria Lyman: $W_2 = -3,40$ eV și $W_3 = -1,51$ eV.
Seria Balmer: $W_3 = -1,51$ eV și $W_4 = -0,85$ eV.
Seria Paschen: $W_4 = -0,85$ eV și $W_5 = -0,544$ eV.
Seria Brackett: $W_5 = -0,544$ eV și $W_6 = -0,38$ eV.
Relațiile de interdependență sînt evidente, ținîndu-se seama de valorile obținute pentru energiile corespunzătoare diferitelor nivele energetice.

9.13. Seria Lyman: $\lambda_{21} = 121,5$ nm, $\nu_{21} = 2,47 \cdot 10^{15}$ Hz $W_{21} = 10,2$ eV, $\lambda_{31} = 102,5$ nm, $\nu_{31} = 2,93 \cdot 10^{15}$ Hz și $W_{31} = 12,09$ eV;
Seria Balmer: $\lambda_{32} = 656,1$ nm, $\nu_{32} = 0,46 \cdot 10^{15}$ Hz, $W_{32} = 1,89$ eV, $\lambda_{42} = 486$ nm, $\nu_{42} = 0,62 \cdot 10^{15}$Hz și $W_{42} = 2,55$ eV;
Seria Paschen: $\lambda_{43} = 1876,6$ nm, $\nu_{43} = 0,16 \cdot 10^{15}$ Hz, $W_{43} = 0,66$ eV, $\lambda_{53} = 1281,46$ nm, $\nu_{53} = 0,234 \cdot 10^{15}$ Hz și $W_{53} = 0,966$ eV;
Seria Brackett: $\lambda_{54} = 4\,050$ nm, $\nu_{54} = 0,074 \cdot 10^{15}$ Hz, $W_{54} = 0,306$ eV, $\lambda_{64} = 3\,000$ nm, $\nu_{64} = 0,1 \cdot 10^{15}$ Hz și $W_{64} = 0,47$ eV.

9.14. $r_{n_i} = \dfrac{\lambda R h^2 n_i^2}{4\pi^2 m_0 e^2(\lambda R - n_f^2)} = 0,84$ nm.

9.15. Raza orbitei electronului crește de nouă ori.

9.16. $W_i = h\nu_{1,\infty} = 13,6$ eV.

9.17. Radiațiile optice considerate corespund tranzițiilor spectrale 7 → 2, 3 → 2 (Seria Balmer) și 10 → 3 (Seria Paschen).

9.18. $\Delta L = L_2 - L_1 = 3,16 \cdot 10^{-34}$ J · s.

9.19. $v = 7 \cdot 10^5$ m/s.

9.20. a) $\lambda_{21} = 121,5$ nm; b) $v_2 = 10^6$ m/s; c) $N = 8,27 \cdot 10^6$ rotații.

9.21. a) $W_{i,2} = 3,4$ eV $= 5,4 \cdot 10^{-19}$ J; b) $\lambda_{min} = 91,2$ nm; c) $\lambda_{21} = 121,5$ nm.

9.22. $W_{i1} = 13,6$ eV, $W_{i2} = 3,4$ eV și $W_{ex,1} = 10,2$ eV.

9.23. $\Delta L = 3,16 \cdot 10^{-34}$ J · s.

9.24. $\lambda = 102,5$ nm, ceea ce corespunde tranziției spectrale $3 \to 1$.

9.25. a) $\lambda_{31} = 102,5$ nm, $\lambda_{41} = 97,186$ nm și $\lambda_{51} = 94,91$ nm; b) $\lambda_{42} = 486$ nm, $\lambda_{52} = 433,93$ nm; c) $\lambda_{53} = 1281,46$ nm.

9.26. a) $v = 2 \cdot 10^6$ m/s; b) Nu; c) $W = 2,525$ eV; d) $\lambda_l = 91,185$ nm.

9.27. Electronul trebuie să aibă energia cinetică de 12,09 eV, iar valorile lungimilor de undă corespunzătoare celor trei linii spectrale sînt 102,5 nm, 121,5 nm și 656,1 nm, ceea ce implică pentru energiile nivelelor energetice valorile $W_1 = -13,6$ eV, $W_2 = -3,4$ eV și $W_3 = -1,51$ eV.

9.28. a) $\lambda = 486$ nm; b) $\lambda_{min} = 85,43$ nm; $\lambda_{max} = 1874,6$ nm, c) $W_{min} = 0,85$ eV.

9.29. a) $n = 3$ și $W_3 = -1,5$ eV; b) $h\nu_{31} = 12,09$ eV și $h\nu_{32} = 1,89$ eV; c) $W_{min} = 1,5$ eV.

9.30. a) $\nu_3 = 2,44 \cdot 10^{14}$ Hz și $\nu_2 = 8,25 \cdot 10^{14}$ Hz; b) $\nu_{32} = 4,6 \cdot 10^{14}$ Hz; c) $v_3 = 7,287 \cdot 10^5$ m/s și $v_2 = 10^6$ m/s; d) $r_3 = 4,761 \cdot 10^{-10}$ m și $r_2 = 4,529 \cdot 10^{-10}$ m; e) $W_{i3} = 1,5$ eV și $W_{i2} = 3,4$ eV; f) $\nu_2 > \nu_{32} > \nu_3$. Frecvențele de rotație ale electronului sînt date de relațiile $\nu_{n-1} = \frac{2Rc}{(n-1)^3}$, $\nu_n = \frac{2Rc}{n^3}$, $\nu_{n,n-1} = \frac{c(2n-1)}{n^2(n^2-1)}$ astfel încît pentru $n \gg 1$ se obține $\nu_n \approx \nu_{n-1} \approx \approx \nu_{n,n-1} \approx \frac{2Rc}{n^3}$.

9.31. a) $i_n = \frac{e}{T_n} = e\nu_n = \frac{1}{n^3} \cdot \frac{me^5}{4\varepsilon_0^2 h^3}$ și $i_1 = 1,0464 \cdot 10^{-3}$ A;

b) $B_n = \mu_0 \cdot \frac{i_n}{2\pi r_n} = \frac{1}{n^5} \cdot \frac{\pi\mu_0 m^2 e^7}{8\varepsilon_0^3 h^5}$ și $B_1 = 11,88$ T;

c) $i_n A_n = i_n r = n \cdot \frac{eh}{4\pi m_e}$ și $\mu_1 = 9,27 \cdot 10^{-24}$ Am^2;

d) $\frac{\mu_n}{L_n} = \frac{}{2m_e}$.

9.32. $\Delta\lambda_{31} = \frac{h}{m} \cdot \left(\frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_1}\right) = 0,336$ nm și $\Delta\lambda_{21} =$
$= \frac{h}{m}\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right) = 0,084$ nm.

9.33. Se pleacă de la relația de incertitudine $\Delta r_n \cdot \Delta p_n \geq h$ și se obține expresia $\Delta v_n \approx v_n$.

9.34. $W_n^* = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{m_r e^4}{8ch^3 \varepsilon_0^2}$, $R^* = \frac{m_r e^4}{8ch^3 \varepsilon_0^2}$, unde $m_r =$
$= \frac{m_e m_p}{m_e + m_p}$.

Rezultă

$$\frac{W_n^*}{W_n} = \frac{R^*}{R} = \frac{m_r}{m_e} = \frac{m_p}{m_p + m_e} = 0,99945.$$

9.35. $\lambda = 486,27$ nm, $p_f = 1,3624 \cdot 10^{-27}$ J · s/m, $\varepsilon =$
$= 4,087 \cdot 10^{-19}$ J și $v = p_f/m_H = 0,8$ m/s.

9.36. Atomul trebuie excitat în starea caracterizată de numărul $n = 3$ și avînd energia $E_3 = -hcR/n^2 = -2,4220 \cdot 10^{-19}$ J. Energia stării fundamentale în cadrul modelului atomic considerat este $E_1 = -hcR/n^2 = -21,798 \cdot 10^{-19}$ J, astfel încît atomului trebuie să i se comunice energia $\Delta E = E_3 - E_1 = 19,376 \cdot 10^{-19}$ J, indiferent de sistemul de referință. Pe de altă parte, electronii (sau ionii) interacționează inelastic cu atomii care se deplasează cu viteza $v_T = (3RT/\mu)^{1/2} = 0,0455 \cdot 10^5$ m/s. Este comod să se facă analiza în sistemul centrului de masă CM, în care se consideră mișcarea unei particule cu masa redusă m_r (v. problema 9.34), în raport cu un centru de forțe. Energia cinetică maximă pe care o poate pierde o astfel de particulă ipotetică avînd masa m_r și viteza $\vec{v}_r$ (viteza relativă dată de expresia $\vec{v}_r = \vec{v} - \vec{v}_T$, unde v este viteza electronului sau ionului în sistemul laborator, iar v_T este viteza atomului în sistemul laborator) este egală cu $\frac{1}{2} \cdot m_r \vec{v}_r^2$. Rezultă deci $\frac{1}{2} \cdot m_r \vec{v}_r^2 = \frac{1}{2} \cdot m_r (\vec{v} - \vec{v}_T)^2 = \Delta E =$
$= E_3 - E_1$.

a) În cazul interacțiunilor electronilor cu atomii se pornește de la constatarea că $m_e \ll m_a$, astfel încît $m_r = m_e$ și deci $v_e =$
$= (2 \cdot \Delta E/m_e)^{1/2}$. Energia electronului va fi $E_e = \frac{1}{2} \cdot m_e v_e^2 =$

$= \frac{1}{2} \cdot m_e (\vec{v}_r + \vec{v}_g)^2$. În continuare deosebim două situații de ciocnire frontală și anume, situația (1) în care cele două viteze $\vec{v}_r$ și $\vec{v}_g$ au același sens, astfel încît $v_r = v_e - v_g$, și situația (2) în care cele două viteze au sensuri contrare, astfel încît $v_r = v_e + v_g$.

Situația (a_1): $E_e = \frac{1}{2} \cdot m_e \left[(2 \cdot \Delta E/m_e)^{1/2} + \left(\frac{3RT}{\mu}\right)^{1/2} \right]^2 =$

$= 19{,}461 \cdot 10^{-19}$ J.

Situația (a_2): $E_e = \frac{1}{2} \cdot m_e \left[(2 \cdot E/m_e)^{1/2} - \left(\frac{3RT}{\mu}\right)^{1/2} \right]^2 =$

$= 19{,}291 \cdot 10^{-19}$ J.

Observație. Situațiile intermediare, definite de o distribuție continuă a unghiurilor dintre cele două viteze vectoare, sînt caracterizate de o distribuție continuă a energiilor cinetice ale electronilor, cuprinse între cea mai mare valoare obținută la punctul (a_1) și cea mai mică valoare obținută la punctul (a_2).

b) În cazul interacțiunilor ionilor cu atomii se pornește de la constatarea că $m_+ = m_H = 1{,}6725 \cdot 10^{-27}$ kg, astfel încît $m_r = \frac{1}{2} \cdot m_+$ și deci $v_r = (4 \cdot \Delta E/m_+)^{1/2}$. Energia ionului va fi $E_+ = \frac{1}{2} \cdot m_+ v_+^2 = \frac{1}{2} \cdot m_+ (v_r + v_g)^2$. Ca și în cazul precedent, deosebim și aici două situații de ciocnire frontală (b_1) și (b_2), pentru care se obține:

Situația (b_1): $E_+ = \frac{1}{2} \cdot m_+ \cdot \left[(4 \cdot \Delta E/m_+)^{1/2} + \left(\frac{3RT}{\mu}\right)^{1/2} \right]^2 =$

$= 44{,}10 \cdot 10^{-19}$ J.

Situația (b_2): $E_+ = \frac{1}{2} \cdot m_+ \cdot \left[(4 \cdot \Delta E/m_+)^{1/2} - \left(\frac{3RT}{\mu}\right)^{1/2} \right]^2 =$

$= 33{,}74 \cdot 10^{-19}$ J.

Observație. Energia cinetică a ionilor trebuie să fie aproximativ dublă față de energia de excitare; valoarea dublă se obține pentru $v_g = 0$. Și aici apar situații intermediare, discuția făcîndu-se ca la punctul (a).

c) Deoarece viteza fotonului este considerabil mai mare decît v_I, iar masa de mișcare a fotonului este considerabil mai mică decît m_H, se obține că energia fotonului este egală cu ΔE.

9.37. a) $W_{min} = 2W_{41} = 2 \cdot 20,486 \cdot 10^{-19}$ J $= 40,872 \cdot 10^{-19}$ J; b) $W'_{min} = 1/2 \cdot m_p[(4W_{41}/m_p)^{1/2} - v_H]^2 = 7,495 \cdot 10^{-19}$ J; c) $W''_{min} = 1/2 \cdot m_p[(4W_{41}/m_p)^{1/2} + v_H]^2 = 10^{-17}$ J.

Observație. Datorită vitezei mari de deplasare a atomului neutru, aflat în starea fundamentală, viteză comparabilă cu cea a protonului din cazul a, există diferențe mari între energia protonului corespunzătoare situației din cazul a și energiile protonului corespunzătoare situațiilor din cazurile b și c. De reținut că în cazul b energia protonului este de aproximativ cinci ori mai mică decît energia de excitare W_{41} a atomului.

9.38. a) $W_n = -1,5$ eV; b) $\lambda = 330,756$ nm.

9.39. Energia transmisă unuia dintre atomi, pe seama dezexcitării celuilalt atom, este egală cu $hcR/2$, astfel încît $hcR/2 - hcR/4 > 0$. Valoarea minimă a energiei cinetice a electronului liber se va obține deci în cazul în care cei doi atomi se află inițial în prima stare de excitare și este egală cu $hcR/4 = 3,4$ eV.

9.40. a) 82,8 nm $\leq \lambda \leq$ 88,7 nm; b) 258,79 nm $\leq \lambda \leq$ 326,89 nm.

9.41. a) $W^*_n = -hcR \cdot \frac{Z^2}{n^2} = -13,6Z^2/n^2$ eV; b) $R^* = RZ^2$; c) $v^*_n = v_n Z$; d) $r^*_n = r_n/Z$; e) $1/\lambda^* = Z^2/\lambda$; f) $\nu^*_{nm} = \nu_{nm} Z^2$; g) $f^*_n = f_n Z^2$; h) $W^*_i = -W^*_1 = -W_1 Z^2$

Mărimile caracteristice atomului hidrogenoid au fost notate cu asterisc. De notat că energia stării staționare, constanta lui Rydberg, frecvența radiației, frecvența de rotație a electronului pe orbita staționară și energia de ionizare sînt de Z^2 ori mai mari în cazul atomilor hidrogenoizi, decît în cazul atomului de hidrogen. Viteza electronului pe orbita staționară este de Z ori mai mare, iar lungimile de undă sînt de Z^2 ori mai mici. Razele orbitelor staționare sînt și ele de Z ori mai mici la atomii hidrogenoizi decît la atomul de hidrogen.

9.42. $W^*_{t,1} = -54,4$ eV, $W^*_{p,1} = -108,8$ eV și $W^*_{c,1} = 54,4$ eV, iar $W^*_{t,2} = -13,6$ eV, $W^*_{p,2} = -27,2$ eV și $W^*_{c,2} = 13,6$ eV

9.43. a) $r^*_1 = 0,0264$ nm; b) $v^*_1 = 4,4 \cdot 10^6$ m/s; c) $W^*_{12} = 40,8$ eV; d) $W^*_i = 54,4$ eV.

9.44. a) $n = 4$; b) $\lambda = 469,8$ nm.

9.45. Rezultatele sînt imediate, dacă se folosesc relațiile de corespondență obținute în cadrul problemei 9.41.

9.46. a) $\lambda = 54$ nm ; b) $\lambda' = 9,49$ nm și $\lambda'' = 208,29$ nm ; c) $W^*_{min} = 7,65$ eV.

9.47. a) $n = 3$ și $W^*_3 = -13,5$ eV ; b) $h\nu' = 108,9$ eV și $h\nu'' = 18,9$ eV ; c) $W^*_{min} = 13,5$ eV.

9.48. $\lambda_{31} = 0,037$ nm și $\lambda_{21} = 0,0093$ nm.

9.49. Problema se rezolvă asemănător problemei 9.35, folosindu-se însă expresiile corespunzătoare atomului hidrogenoid. Rezultatele problemei 9.35 pot fi adaptate și direct problemei de față, dacă se folosesc relațiile de interdependență obținute în cadrul problemei 9.41.

9.50. a) $W^* = -13,59$ eV ; b) $W^*_{min} = 13,59$ eV.

9.51. a) n valori ; b) $2l + 1$ valori ; c) 2 valori.

9.52. a) $2n^2$ electroni ; b) $2(2l + 1)$ electroni) ; c) 2 electroni ; d) atomul $^{39}_{19}K$; e) $1s^2 2s^2 2p^6$ și, respectiv, $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$.

9.53. a) $\sqrt{2}h/2\pi$; b) $\sqrt{2}\mu_B$; c) $m = \sqrt{12} \cdot \cos\theta$, unde $m = -3, -2, \ldots$, obținîndu-se unghiurile respective.

9.54. a) $v = 7,28 \cdot 10^6$ m/s ; b) $\lambda'_D = 5,49$ pm ; c) $\lambda''_D = 5,36$ pm.

9.55. a) $\varepsilon = 4,84 \cdot 10^{-15}$ J ; b) $U = 30,2$ V ; c) $\lambda_D = 7,05 \cdot 10^{-3}$ nm.

9.56. a) $\lambda = 2,48 \cdot 10^{-2}$ nm ; b) $\sin\theta = 0,0394$.

9.57. $Z_1 = 42$ (molibden) și $Z_2 = 28$ (nichel).

9.58. $$Z = 1 + 2\sqrt{\frac{(n-1)eU_1}{3Rhc(n - U_1/U_2)}} \simeq 29.$$

9.59. a) $$p = \sqrt{2m_0eU + \left(\frac{eU}{c}\right)^2} = 1,23 \cdot 10^{-22}\ \text{kg} \cdot \text{m/s} ;$$ b) $$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^4} = 2,48 \cdot 10^{-11}\text{m} ;$$

c) $$\Delta\theta = \frac{NeUt}{\rho V c_{Cu}} = 22,47\ \text{grade}.$$

9.60. $\sigma' = 0,32$ și, respectiv, $\sigma'' = -2,06$ (elemente grele).

Capitolul 10

10.1. $N_f = 46 \cdot 10^3$ fotoni. Radiația se află în zona roșie a spectrului de radiație optică.

10.2. a) $t = 42$ min 16 s ; b) $N = 127 \cdot 10^{21}$ fotoni.

10.3. $\nu = 6 \cdot 10^{15}$ Hz ($\lambda = 49,7$ nm).

10.4. a) $\epsilon = 3,96 \cdot 10^{-19}$ J, $p_f = 1,33 \cdot 10^{-27}$ N · s; b) $n_f = 2,5 \cdot 10^{17}$ fotoni; c) $p = 6,6 \cdot 10^{-11}$ N/m².

10.5. a) $D = 1$ m; b) $\Delta y = 0,17$ mm; c) $e = 1,2$ μm; d) $i = 0,25$ mm.

10.6. a) $\lambda_1 = 500$ nm; b) $k_{max} = 4$, iar $K_{max} = 9$; c) $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s; d) $W_e = 0,175$ eV.

10.7. a) $n' = 5$ franje/cm; b) $n'' = 6,6$ franje/cm; c) $\Delta y = 1,5$ μm.

10.8. $\lambda = 2500$ nm.

10.9. a) $l = 2$ μm; b) $k_{max} = 4$; c) $n = \sqrt{2}$; d) $i \leq 21°28'$.

10.10. a) $i = 1,2$ mm; b) $d' = d/2 = 0,25$ mm; c) $i' = 0,8$ mm.

10.11. a) $R = 1,097 \cdot 10^7$ m⁻¹; b) $\alpha = 30°$; c) $i = 15$ mm.

10.12. a) $\lambda_2 = 600$ nm; b) $x = 6$ mm; c) $\Delta\nu = 100$ THz.

10.13. a) $i = 0,5$ mm; b) $i' = 0,38$ mm; c) $\Delta y = 4,5$ mm.

10.14. a) $i = 1,2$ mm; b) $d' = d/3 = 0,17$ mm; c) $i_a = 0,9$ mm.

10.15. a) $r = 30°$; b) $\Delta = 4,5$ mm; c) $v = 2,12 \cdot 10^8$ m/s.

10.16. $h' = 22,5$ cm.

10.17. a) $n_p = 1,88$; b) $n_m = n_p = 1,88$; c) $n_{min} = 2,66$; d) $\Lambda = 4,37 \cdot 10^4$ fante.

10.18. a) $i = 60°$; b) $\delta_m = 60°$; c) $n = \sqrt{3}$.

10.19. $\delta_m = 30°$ și $i = 45°$.

10.20. a) $r = 30°$; b) $\delta_m = 60°$; c) $\sin i_{min} = 0,72$.

10.21. a) $\lambda = 346$ nm; b) $k = 1,17$; c) $d = 5,39$ mm.

10.22. a) $Q = 75,2$ kJ; b) $f = 50,1$ cm; c) $\Delta x_2 = 71$ cm.

10.23. a) $C_1 = 8,3$ dioptrii și $C_2 = 10$ dioptrii; b) $x'_2 = 30$ cm, $y'/y = -1,5$ (imagine reală); c) $x''_1 = 30$ cm; d) $x''_2 = 15$ cm, $\beta = 0,75$, ceea ce înseamnă că imaginea finală este reală și mai mică decît obiectul.

10.24. $n = 1,4$.

10.25. a) $x'_1 = 11$ cm și $x'_2 = 49$ cm, ceea ce implică $x''_1 = 49$ cm și $x''_2 = 11$ cm; b) $\beta' = -4,46$ și $\beta'' = -0,224$.

10.26. a) $x_1 = 20$ cm, $x_2 = 80$ cm și $f = 16$ cm; b) se aplică metoda razei paralele.

10.27. Se folosesc formula gaussiană a lentilelor și expresia măririi liniare.

10.28. $f_r - f_v = 18,7$ mm.

10.29. a) $y' = -90$ mm și $y'' = -10$ mm; b) $f = 187$ mm; c) $n = 1,533$.

10.30. a) Se folosește metoda razei paralele; b) $C' = 10$ dioptrii și $C'' = 5$ dioptrii; c) $x''_2 = 40$ cm.

10.31. Imagine virtuală, mai mică decît obiectul ($y' = 40$ mm) și situată în spațiul obiect la distanța de 10 cm de lentilă.

10.32. Dacă imaginile sînt reale, imaginea se formează în spațiul imagine, la distanța de 100 mm de lentilă, iar cînd imaginile sînt virtuale problema nu are sens.

10.33. a) $f = 20$ cm ; b) $n = 1,5$; c) $x''_2 = 15$ cm ; c) $y_f = 30$ mm.

10.34. a) $x'_2 = -60$ cm (imagine virtuală, dreaptă și mai mare ca obiectul), $y' = 20$ cm ; b) $f'' = -62,2$ cm. Reprezentarea grafică se realizează folosind metoda razei paralele.

10.35. $C'' = 6$ dioptrii, $x''_2 = 25$ cm și $\beta = 0,5$.

10.36. a) $C = 5$ dioptrii ; b) $R = 10$ cm ; c) $x'_2 = -48$ cm (imagine virtuală, dreaptă și mai mare ca obiectul).

10.37. a) $n = 1,5$; b) $f' = 58,29$ cm ; c) $f'' = -9,7$ cm.

10.38. a) $f' = 80$ cm ; b) $f_l = 40$ cm ; c) $f'' = -1,2$ m (divergentă).

10.39. a) $\alpha = 30°$; b) $l = 2$ μm ; c) $x_2 = 90$ cm.

10.40. a) $f = 40$ cm și b) $x'_2 = -6,24$ cm (imagine virtuală) ; c) $x''_2 = -12,89$ cm (imagine virtuală).

10.41. a) $f' = f'' = 12,5$ cm și $R' = R'' = 6,25$ cm ; b) $D = d + x''_2 = 58,8$ cm, iar construcția grafică se realizează folosind metoda razei paralele ; c) $\beta' = -8,57$, $\beta'' = 1,67$ și $\beta = -5,9$ (imagine finală virtuală, răsturnată și mai mare ca obiectul).

10.42. a) $n = 1,73$; b) $\nu = 7,5 \cdot 10^{14}$ Hz și $v = 1,73 \cdot 10^{8}$ m/s ; c) $v_f = 650$ km/s ; d) $N_f = 2 \cdot 10^{13}$ fotoni ; e) $\alpha = 30°$.

10.43. a) $U_2 = 8,5$ V ; b) $L = 3,1$ eV ; c) $\nu_0 = 7,5 \cdot 10^{14}$ Hz.

10.44. a) $L = 2,49$ eV ; b) $v = 7,57 \cdot 10^{5}$ m/s ; c) $p_f = 2,2 \cdot 10^{-27}$ N · s ; d) $P = 2,2 \cdot 10^{-19}$ N/m².

10.45. a) $W = 1,2$ eV ; b) $p_f = 9,4 \cdot 10^{-26}$ N · s și $m_f = 3,1 \cdot 10^{-35}$ kg ; c) 5 dioptrii $\leq C \leq$ 5,5 dioptrii.

10.46. a) $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C ; b) $L = 3,1$ eV ; c) $\lambda_{max} = 397$ nm ; d) $m_f = 1,6 \cdot 10^{-35}$ kg.

10.47. $v = 2,6 \cdot 10^{8}$ m/s.

10.48. $\nu_f = 1,54 \cdot 10^{22}$ Hz.

10.49. $L = 1,76$ eV.

10.50. $v = 2,6 \cdot 10^{3}$ m/s.

10.51. $W = 0,473$ eV.

10.52. a) $v = 2,6 \cdot 10^{8}$ m/s, și $W_c = 8,2 \cdot 10^{-14}$ J = 512 keV ; b) $\nu = 1,24 \cdot 10^{24}$ Hz și $m_f = m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

10.53. a) $L = 3,1$ eV ; b) $W_c = 1,65 \cdot 10^{-19}$ J = 1,03 eV ; c) $N_f = 5 \cdot 10^{13}$ fotoni și $p_f = 2,2 \cdot 10^{-27}$ N · s.

10.54. a) $n_s = 6$ și $n_i = 2$; b) $U = 1,1$ V ; c) $P = 1,7 \cdot 10^{-8}$ N/m².

10.55 a) $\lambda_D = 12{,}2$ Å ; b) $\epsilon = 1$ keV și $p_f = 5{,}4 \cdot 10^{-25}$ N · s ; c) $\alpha \approx 1{,}22 \cdot 10^{-3}$ rad (aproximativ 4 minute de arc)

10.56. a) $\lambda_{max} = 320$ nm ; b) $N_f = 1{,}6 \cdot 10^{16}$ fotoni/secundă (întrebarea nu are „acoperire" experimentală) ; c) $\lambda = 1$ nm.

10.57. a) $h = 6{,}5 \cdot 10^{-34}$ J · s ; b) $\lambda_0 = 329$ nm ; c) da, $W_c = 3{,}7$ eV.

10.58. a) $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J · s ; b) $L = 2$ eV.

10.59. a) $W_{min} = 3 \cdot 10^{-19}$ J = 1,9 eV ; b) sin $\alpha = 0{,}26$, astfel încît $\alpha = 15°13'$; c) $y = 6{,}8$ cm ; d) nu ! ; e) $k = 2$.

10.60. $m/m_0 = 1{,}6$.

10.61. a) $\lambda_{max} = 656{,}5$ nm ; b) $W' = -3{,}39$ eV și $W'' = -2{,}41$ eV ; c) $d = 13$ μm.

10.62. a) $v = 1{,}1 \cdot 10^6$ m/s ; b) $\lambda = 121$ nm ; c) $N = 8{,}3 \cdot 10^6$ rotații.

10.63. a) $W_i = 3{,}39$ eV ; b) $\lambda = 365$ nm ; c) $\lambda_{21} = 121{,}6$ nm.

10.64. a) $\epsilon = 4{,}8 \cdot 10^{-15}$ J ; b) $U = 30$ kV ; c) $\lambda_1 = 7 \cdot 10^{-12}$ m și $\lambda_2 = 6{,}998 \cdot 10^{-12}$ m.

10.65. a) $\lambda_0 = 657{,}6$ nm ; b) $v = 4{,}1 \cdot 10^5$ m/s ; c) $N = 3{,}1 \cdot 10^{11}$ fotoni.

10.66. a) $N_f = 3 \cdot 10^{21}$ fotoni ; b) $d = 2$ μm ; c) $v = 4{,}6 \cdot 10^5$ m/s.

10.67. a) $i = 10$ mm ; b) $d = \Phi/\Phi_{max} = 1/2$; c) $E = 600$ V/m.

10.68. a) $\lambda = 0{,}75 \cdot 10^{-6}$ m (750 nm) ; b) $n \approx 4/3$.

10.69. a) $d \geq 4f$.

10.70. a) $\lambda_{min} = 402{,}3$ nm și $\lambda_{max} = 686$ nm ; b) $x = 13{,}08$ μm

10.71. a) $\dfrac{E'}{E} = \dfrac{D^2}{\alpha^2 f^2} = 21$; b) = 8,8 mm.

10.72. a) $W_c = 4/3 \cdot e \cdot U_{exc} = 13{,}6$ eV ; b) $U_i = 20{,}6$ V.

10.73. a) $k = 2$; b) $i = 3{,}36$ μm și $f = 50$ cm ; c) 8 și, respectiv, 5 ; d) de trei ori.

10.74. $C_t = 2C_l + C_s = \dfrac{2n}{R}$. Rezultă $F_t = \dfrac{R}{2n} = 15$ cm.

10.75. a) Conform teoriei ; b) $d > 4f$; c) $\dfrac{y_2}{y_1} = \dfrac{d + \sqrt{d^2 - 4fd}}{d - \sqrt{d^2 - 4fd}} = 1$.

10.76. Nu, deoarece energia fotonului este constantă în orice mediu optic.

10.77. Mai scurt sau mai lung cu timpul $\Delta t \cong v\,l\,n/c^2$, în funcție de sensul de deplasare a cubului.

10.78. Se vor lua în considerație fenomenele de interacțiune radiație optică-radiație optică și radiație optică-substanță.

10.79. a) $\Delta m = 4,4 \cdot 10^9$ kg/s; b) $v = 2 \cdot 10^{-5}$ m/s; c) $(\nu_i - \nu_\infty)/\nu_i = 1 - \exp(-\gamma M/c^2R) \approx \gamma M/c^2R$; d) spectrul unui element din Soare va fi deplasat pe scala unui spectrograf spre roșu față de același spectru al elementului aflat pe Pămînt.

10.80. a) $w = 1\,380$ W/m^2; b) $W_{max} = 1,77 \cdot 10^{17}$ wați; c) lungimea de undă echivalentă este de 498 nm.

10.81. Dacă Φ_0 este fluxul luminos incident și Φ_t fluxul luminos transmis, atunci $\frac{\Phi_t}{\Phi_0} = \frac{(1 - r)^2 t}{1 - r^2 t^2} = 0,83$.

10.82. $t_2 = 6$ s.

10.83. a) $h_0 = 2,63$ m; b) $E_m = 163$ lx; c) $E = E_m\sqrt{3}$, iar $E' = E + \frac{I}{f^2}$, unde f este distanța focală a oglinzii.

10.84. $I = 80$ cd, $\Phi = 1\,005$ lm și $\eta = 1,48\%$.

10.86. În cazul obiectelor uscate reflexia este dominant difuză, iar în cazul obiectelor umede reflexia este dominant regulată.

10.88. $x_2 = 2R/(2 - n) = -80$ cm sau $x_2 = Rn/(2 - n) = -60$ cm.

10.89. Se aplică principiul lui Fermat și legile reflexiei.

10.90. V. una dintre cărțile recomandate.

10.91. a) $D = 15$ cm; b) $N_{max} = 5$.

10.92. a) $\lambda = 600$ nm; b) nu, dacă deplasarea este mică; c) se deplasează în sens invers cu 20 mm; d) se modifică astfel încît $i' = 0,9$ mm (depărtare) sau $i'' = 0,30$ mm (apropiere).

10.93. $L = 1,077$ m.

10.94. a) $i = 0,54$ mm; b) $n = 1,0006$; c) $i' = i/n$.

10.95. $\varepsilon = 0,53$ mm.

10.96. a) Imaginea de interferență constă dintr-o suprapunere de imagini de interferență create de fiecare radiație monocromatică în parte, lățimea spectrului fiind egală cu 0,35 mm; b) mai mică și egală cu 0,26 mm; c) sensul deplasării este către film, iar valoarea deplasării figurii de interferență este de 4 mm; d) 1. da (oglinzi Fresnel), iar $i' = 2,4$ mm, 2. se deplasează cu 5,4 cm.

10.97. $e = 0,204\,k$ µm, unde k este un număr întreg.

10.98. $n = 20$ și $x_n = 0,8$ m.

10.99. a) $i = \lambda\frac{D}{d} : (n_1 a/D + n_2 b/D + n_3 c/D)$; b) $i = \lambda\frac{D}{d} : (1 + (n - 1)/D)$; c) nu.

10.100. a) $i = 0{,}6$ mm; b) $E_m/E = 4$; c) $a = 0{,}053$ mm.

10.101. a) Vezi teoria; $x_k = f \cdot \operatorname{tg}\alpha_k$; b) inele concentrice (inelele lui Newton, a căror rază este dată de teorie); c) $\Delta\varphi = 2\pi k - 2\pi l/\lambda$.

10.102. $\Delta x = 2h(1 - 1/n)$.

10.103. a) Vezi teoria; b) vezi teoria; c) imagine paralelă cu obiectul, egală ca mărime și răsturnată.

10.104. a) Conform teoriei; b) $R_2/R_1 = (n - 1)/(n - n')$; menisc convergent; c) $R_2/R_1 > -3$ etc.

10.105. $d = f_1 + f_2$.

10.106. a) $f_s = 15$ cm; b) $n' = 4/3$; c) $D = 20$ cm.

10.107. a) $x_2 = 6{,}25$ cm și $M'N' = -10$ mm; b) $A'B' = 1{,}33$ mm; c) cu 40°; d) sub unghiul de 6°.

10.108. Imagine reală, micșorată.

10.109. a) $R > h_1/\sqrt{n_1^2 - 1}$; b) $d_1 = h_1(1 - \cos i/\sqrt{n_1^2 - \sin^2 i})$ deasupra mesei; c) $d_2 = h_1(1 - \sqrt{(n_1^2 - \sin^2 i)/(n_1^2 n_2^2 - \sin^2 i)} + h_2(1 - \cos i/\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i})$; d) $i = 0$ și $d_2 = 1{,}5$ mm, deci $N = 15$ rotații.

10.110. a) $x_2 = -120$ cm (imagine virtuală), iar $y' = 40$ mm; b) $C_s = 4{,}17$ dioptrii; c) $x'_2 = 24$ cm (imagine reală), iar $y'' = 8$ mm; d) $f_s' = -1{,}2$ cm; e) razele de lumină nu sînt deviate, întrucît acțiunile celor două lentile rămase se compensează.

10.111. a) $x = 31{,}2$ cm; b) se aplică metoda razei paralele; c) $x''_2 = -3{,}3$ cm (imagine virtuală), iar $y_, = -26{,}4$ mm; d) imagine reală, la infinit în spațiul obiect al lentilei convergente.

10.112. a) $d = 14{,}85$ cm; b) $\beta' = 25$x; c) ocularul trebuie îndepărtat cu 6,48 mm.

10.113. a) $f_{asr} = 20$ cm; b) $x_2 = 30$ cm, iar $y_2 = -5$ cm; c) $x''_2 = 20$ cm (imagine virtuală), iar $y''_2 = -10$ cm; d) cînd lentilele sînt alipite, $x''_2 = -15$ cm (imagine virtuală), iar cînd sînt distanțate, cea de a doua lentilă formează imaginea reală la infinit.

10.114. a) $y = 3$ cm; b) $l = 20$ cm; c) $f_{apa} = 80$ cm și, respectiv, $f_{mbn} = -100$ cm.

10.115. $x_, = -16$ cm (imagine virtuală) iar $y_, = 6{,}4$ cm.

10.116. a) $x'_1 = 40$ cm; b) ecranul trebuie îndepărtat cu 60 cm.

10.117. a) $N_, = 3 \cdot 10^{21}$ fotoni; b) $l = 2$ μm; c) $x = 35$ cm; d) $L = 1{,}875$ eV și $v = 4{,}61 \cdot 10^5$ m/s.

10.118. $x'_1 = 20$ cm sau $x'_1 = 80$ cm, dimensiunile unghiulare fiind mai mari pentru prima valoare a distanței.

10.119. Iluminarea va crește de 5,54 ori.

10.120. a) $U_0 = 0,62$ V; b) $\Delta T = 0,83$ K; c) $P = 2,78 \cdot 10^{-4}$ N/m^2; d) vezi teoria.

10.121. Vezi teoria.

10.122. $\lambda_{52} = 4,33,9$ nm, $\nu_{52} = 6,9 \cdot 10^{14}$ Hz, $W_3 = -3,4$ eV, $W_5 = -0,54$ eV, $I_3 = 65,6$ μA și $I_5 = 8,4$ μA.

10.123. a) $\theta_1 = 42°52'$, b) un singur maxim.

10.124. $W_n = -0,54$ eV, $n = 5$.

10.125. a) Seria Lyman; b) se găsesc trei linii spectrale.

10.126. $r = 0,47$ nm.

10.127. a) $r_1 = 2,6 \cdot 10^{-13}$ m; b) $W_i = 2,8$ keV; c) $\lambda_{min} = 4,4$ Å.

10.128. $W'_e = 46,95$ MeV și $W''_e = 93,84$ MeV.

10.129. $\nu_{21} = 2,467 \cdot 10^{15}$ Hz.

10.130. a) $U_{min} = 17,5$ kV; b) $p_f = 9,34 \cdot 10^{-24}$ N/s; c) conform teoriei.

MĂRIMI FIZICE MAI IMPORTANTE, FOLOSITE ÎN CARTE

Mărimea fizică	Simbolul	Unitatea de măsură	Expresii în alte unități
Lungimea	l, d, D, x, r	metru (m)	
Masa	m, M	kilogram (kg)	
Timpul	t,	secundă (s)	
Viteza	v	m/s	
Accelerația	a	m/s^2	
Frecvența unghiulară	ω	radian/secundă	rad/s
Frecvența	ν	hertz (Hz)	1/s
Forța	F	newton (N)	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Lucrul mecanic	L	joule (J)	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energia	W, E_c, E_p	joule (J)	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Puterea	P	watt (W)	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Temperatura	T, t	K sau °C	
Sarcina electrică	q, Q	coulomb (C)	$A \cdot s$
Curentul electric	i, I	amper (A)	
Tensiunea electrică	U, V	volt (V)	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Cîmpul electric (intensitatea)	E	volt/metru	$m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Cîmpul magnetic (inducția)	B	Tesla (T)	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Energia radiantă	W_e	joule (J)	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Fluxul radiant	Φ_e	watt (W)	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Intensitatea radiantă	I_e	watt/steradian	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot sr^{-1}$
Iradianța	E_e	watt/metru pătrat	$kg \cdot s^{-3}$
Intensitatea luminoasă	I	candelă (cd)	
Fluxul luminos	F	lumen (lm)	$cd \cdot sr$
Iluminarea	I	lux (lx)	$cd \cdot sr \cdot m^{2}$
Luminozitatea	B	nit	$cd \cdot m^{-2}$
Convergența	C	dioptrie	m^{-1}
Mărirea liniară	β		
Grosismentul	G		

CONSTANTE FIZICE MAI IMPORTANTE, FOLOSITE ÎN CARTE

Constanta	Simbolul	Valoarea
Viteza luminii în vid	c	3×10^{8} m/s
Sarcina electrică elementară	e, q	$1,6021 \times 10^{-19}$ C
Masa electronului (repaus)	m_0	$9,1091 \times 10^{-31}$ kg
Masa protonului (repaus)	m_p	$1,6725 \times 10^{-27}$ kg
Masa neutronului (repaus)	m_n	$1,6748 \times 10^{-27}$ kg
Sarcina specifică a electronului	e/m_0	$1,7588 \times 10^{11}$ $kg^{-1} \cdot C$
Permitivitatea vidului	ε_0	$8,8544 \times 10^{-12}$ $N^{-1} \cdot m^{-2} \cdot C^{2}$
Permeabilitatea vidului	μ_0	$1,3566 \times 10^{-6}$ $m \cdot kg \cdot C^{-2}$
Constanta Planck	h	$6,6256 \times 10^{-34}$ J · s
Raza Bohr	r_0, a_0	$5,2917 \times 10^{-11}$ m
Lungimea de undă Compton:		
a electronului	Λ_e	$2,4262 \times 10^{-12}$ m
a protonului	Λ_p	$1,3214 \times 10^{-15}$ m
Constanta Rydberg	R	$1,0974 \times 10^{7}$ m^{-1}
Constanta Boltzmann	k	$1,3805 \times 10^{-23}$ $J \cdot K^{-1}$

Constante numerice: $\pi = 3,1416$; $e = 2,7183$; $\sqrt{2} = 1,4142$; $\sqrt{3} = 1,7320$.

Anexa 3

FACTORI DE TRANSFORMARE

Timp

1 s = $1{,}667 \times 10^{-2}$ min = $2{,}778 \times 10^{-4}$ h = $3{,}169 \times 10^{-8}$ ani.
1 min = 60 s = $1{,}667 \times 10^{-2}$ h = $1{,}901 \times 10^{-6}$ ani.
1 h = 3 600 s = 60 min = $1{,}141 \times 10^{-4}$ ani.
1 an = $3{,}156 \times 10^{7}$ s = $5{,}259 \times 10^{5}$ min = $8{,}766 \times 10^{3}$ h.

Lungime

1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm = 10^{6} μm = 10^{9} nm = 10^{12} pm.
1 Å (angstrom) = 10^{-8} cm = 10^{-10} m = 10^{-4} μm.

Unghi

1 radian = 57,3°; 1° = $1{,}74 \times 10^{-2}$ rad; 1' = $2{,}91 \times 10^{-4}$ rad; 1'' = $4{,}85 \times 10^{-6}$ rad.

Energie

1 J = $6{,}242 \times 10^{18}$ eV = $6{,}242 \times 10^{12}$ MeV.
1 eV = 10^{-6} MeV = 1,07 = $1{,}07 \times 10^{-9}$ uam.
1 uam = $1{,}492 \times 10^{-10}$ J = 931,0 MeV.

BIBLIOGRAFIE

1. S C H A U M D A N I E L, B.S., *Theory and Problems of College Physics*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1961.

2. R O U S S E A U, M., MATHIEU, J.P., *Problems d'Optique*, Dunod, Paris, 1966.

3. S I M O N G.G. MacDONALD, *Problems and Solutions in General Physics*, Addison-Wesley Publ. Co., London, 1967.

4. Colectiv, *Culegere de probleme de optică-spectroscopie*, Tipografia Universității din București, București, 1974.

5. C R E Ț U, T.I., A N G E L E S C U, D., V I E R O S A N U, L., *Probleme de fizică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.

6. Colectiv, *Culegere de probleme pentru clasele XI-XII*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.

7. Colectiv, *Culegere de probleme de fizică pentru liceu*, Societatea de Științe fizice și Chimice din R.S.R., București, 1984.

8. H R I S T E V, A., *Probleme de fizică date la examene*, Editura Tehnică, București, 1984.

9. Colectiv *FIZICA*, M a n u a l p e n t r u c l a s a a XI-a, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1987.

10. Colectiv, *FIZICA*, M a n u a l p e n t r u c l a s a a XII-a, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1987.

11. H U Ț A N U, G., *De la optica clasică la optica modernă*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1984.

12. B R Ă T E S C U, G.G., *Optica*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1985.

13. IOVA, IANCU, *Elemente de optică aplicată*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1977.

14. T O A D E R, E.I., S P U L B E R, V., *Optică pentru tehnicieni*, Editura Tehnică, București, 1985.

15. J E N K I N S, F.A., W H I T E, H.E., *Fundamentals of Optics*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1957.

16. P O P E S C U, I.I., *Optică geometrică*, Tipografia Universității din București, București, 1987.

17. P O P E S C U, I.I., TOADER, E.I., *Optica*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1989.

CUPRINS